IEL — Přechodové jevy na RC, RL, RLC a vedení

Petr Peringer
peringer AT fit.vutbr.cz

Vysoké učení technické v Brně,
Fakulta informačních technologií,
Božetěchova 2,
61266 Brno

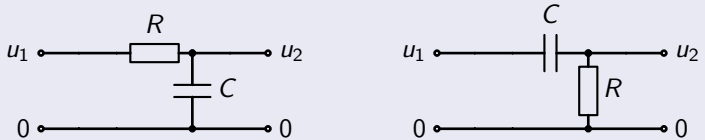
(Verze: 1. října 2024)

Přechodové jevy na RC článku

Přechodový jev = přechod z jednoho ustáleného stavu do jiného

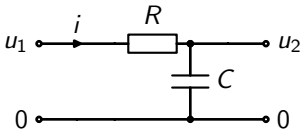
Příklad: Nabíjení parazitní kapacity spojů mezi logickými členy při přechodu $logic0 \rightarrow logic1$ (skoková změna napětí na vstupu).

RC články (integrační, derivační)



- Řešení nezatíženého RC článku:
  - změny v čase (*Transient Analysis*)
  - frekvenční charakteristika (*AC Analysis*) — bude později

Rovnice a jejich řešení — integrační RC článek



Rovnice popisující obvod:

$$i(t) = C\frac{du_2(t)}{dt} \qquad u_2(0) = 0$$

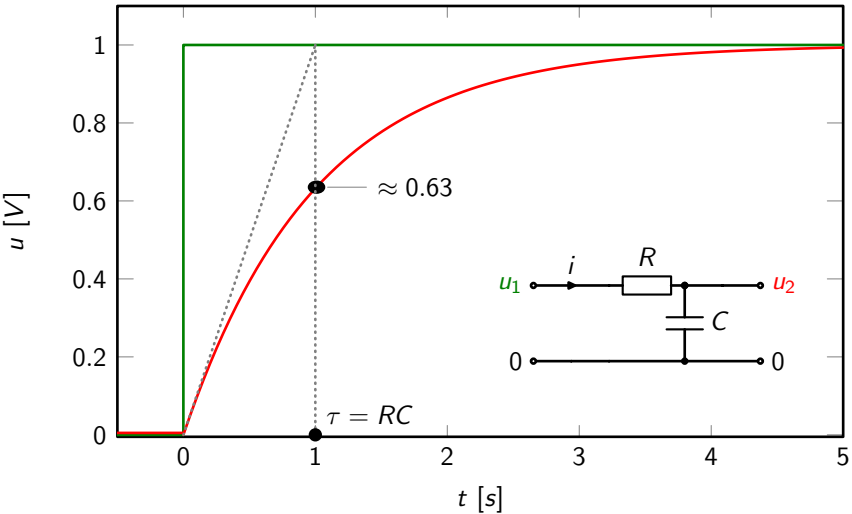
$$u_R(t) = R\, i(t)$$

$$u_1(t) = u_R(t) + u_2(t)$$

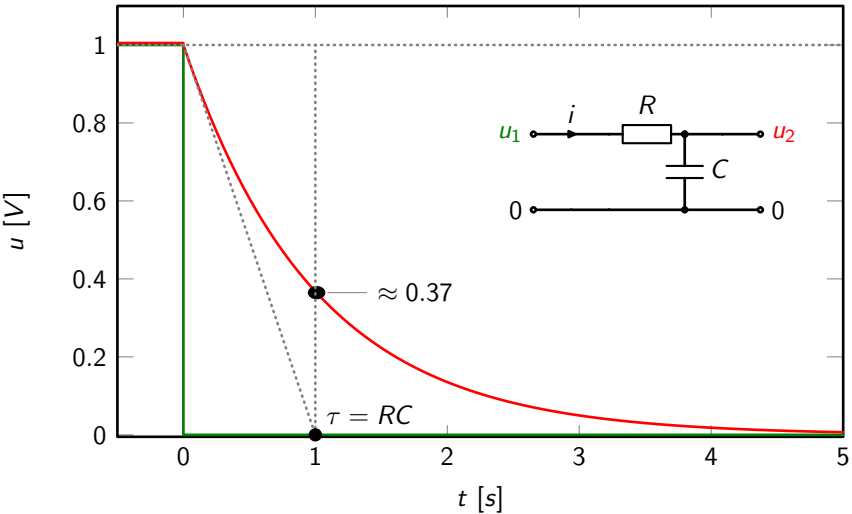
Řešení pro jednotkový skok ($u_1(t) = 1$ pro $t \geq 0$):

$$u_2(t) = u_1(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

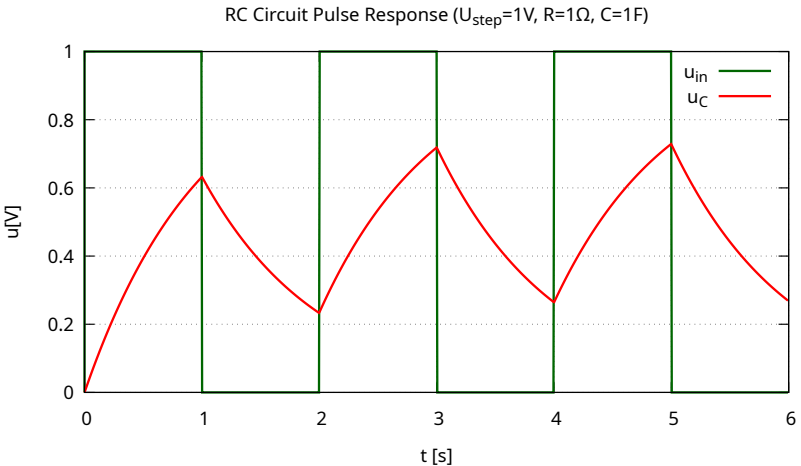
Průběh napětí pro skok $0 \rightarrow 1$ $(R = 1\Omega,\ C = 1F)$



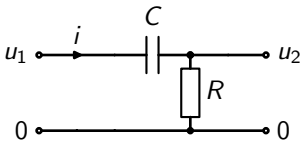
Průběh napětí pro skok $1 \rightarrow 0$ $(U_C(0) = 1V)$



Integrační RC článek — příklad



Rovnice a jejich řešení — derivační RC článek



Rovnice:

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} \qquad u_C(0) = 0$$

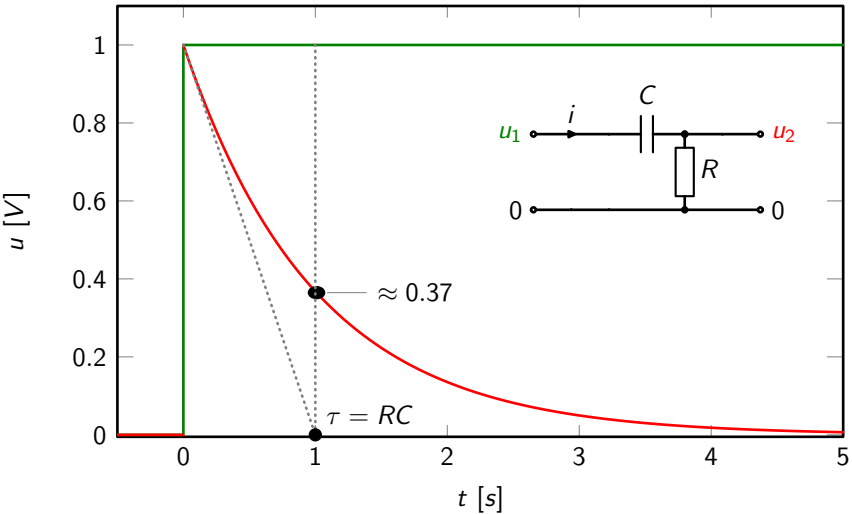
$$u_2(t) = Ri(t)$$

$$u_1(t) = u_C(t) + u_2(t)$$

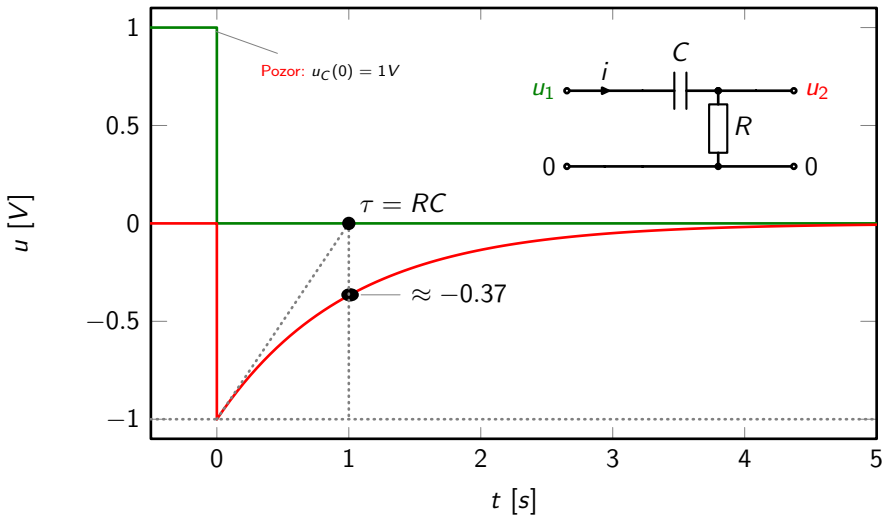
Řešení pro jednotkový skok ($u_1(t) = 1$ pro $t \geq 0$):

$$u_2(t) = u_1 e^{-\frac{t}{RC}} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

Průběh napětí pro skok $0 \rightarrow 1$



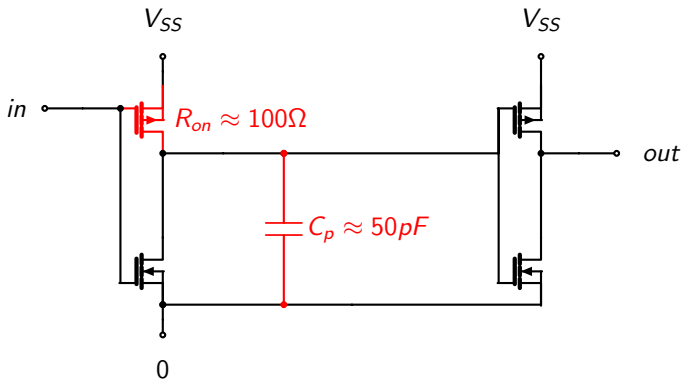
Průběh napětí pro skok 1 → 0



RC článek — shrnutí

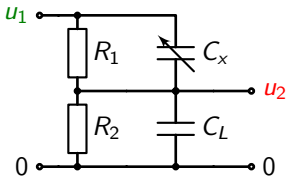
- Časová konstanta: $\tau = RC$
- Napětí na integračním RC článku v čase τ:
  Přechod $u_1 : 0 \to 1V$: $u_2(\tau) = 1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} \approx 0.63V$
- Napětí na derivačním RC článku v čase τ:
  Přechod $u_1 : 0 \to 1V$: $u_2(\tau) = e^{-1} \approx 0.37V$
- Napětí na derivačním RC článku v čase 5τ:
  Přechod $u_1 : 0 \to 1V$: $u_2(5\tau) = e^{-5} \approx 0.007V$
- Příklady: viz simulace
- Test znalostí: RC článek zatížený odporem R_z

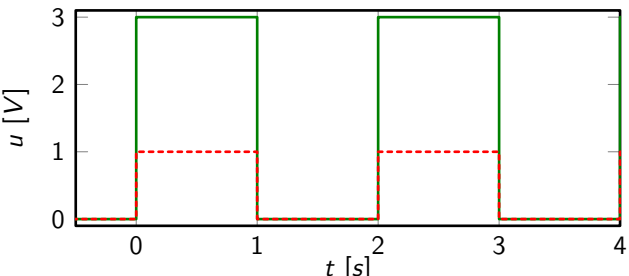
Příklad1: Zpoždění hradel CMOS



$$\tau = R_{on}C_p = 100.50.10^{-12} = 5.10^{-9} = 5ns$$

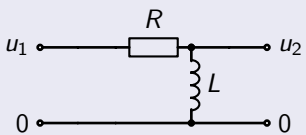
Příklad2: Kompenzovaný dělič napětí 1/3 (nastavení C_x)

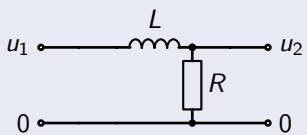




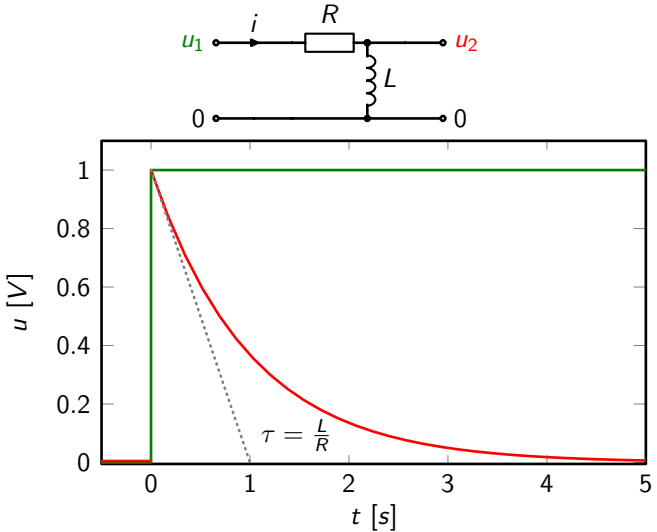
Článek RL

RL článek

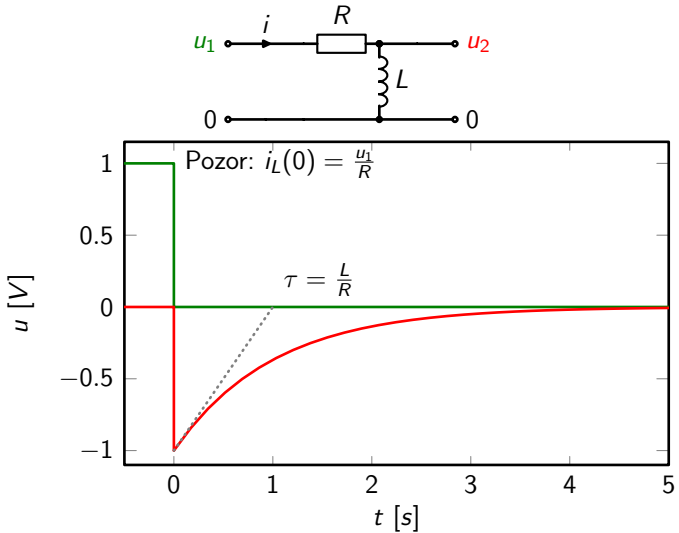




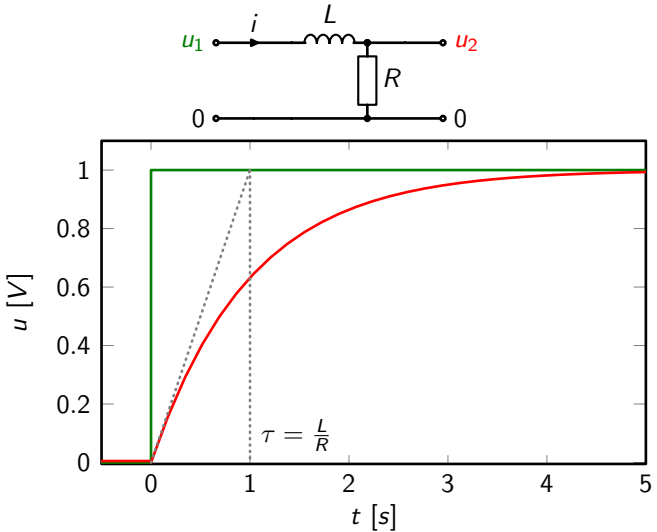
Průběh napětí na RL pro skok $0 \rightarrow 1 \quad (R = 1\Omega,\ L = 1H)$



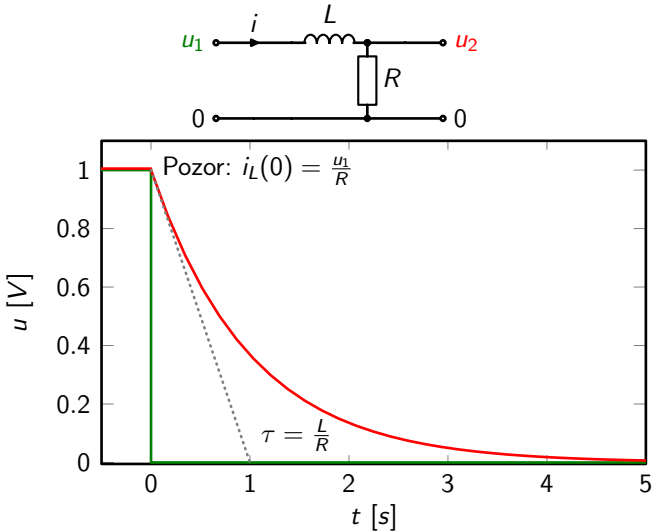
Průběh napětí na RL pro skok 1 → 0



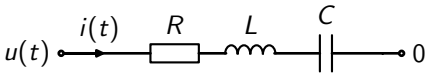
Průběh napětí na RL pro skok 0 → 1



Průběh napětí na RL pro skok 1 → 0



Sériový RLC obvod



Rovnice:

$$
\begin{aligned}
i_C(t) &= C\frac{du_C(t)}{dt} \qquad u_C(0) = 0 && (1)\\
u_L(t) &= L\frac{di_L(t)}{dt} \qquad i_L(0) = 0 && (2)\\
u_R(t) &= R\, i_R(t) && (3)\\
u(t) &= u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) && (4)\\
i(t) &= i_R(t) = i_L(t) = i_C(t) && (5)
\end{aligned}
$$

Sériový RLC obvod — řešení

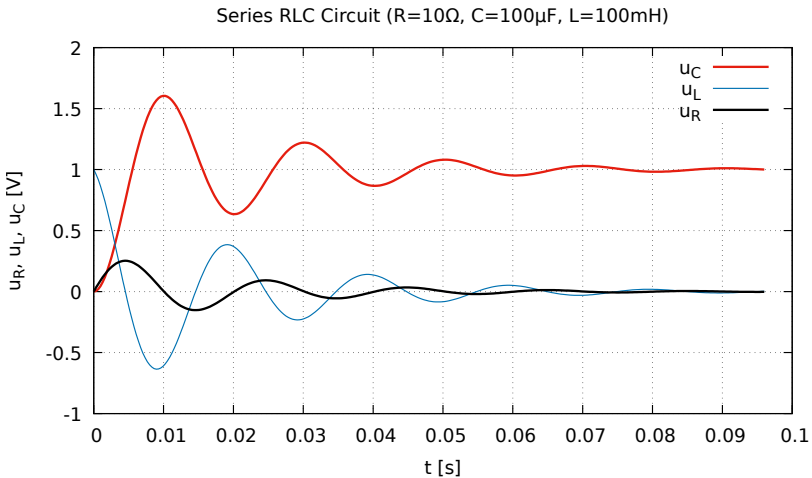
Jde o systém 2. řádu, existuje více možných tvarů řešení:

- Bez tlumení ($R = 0$) — netlumené kmity
- Malé tlumení — tlumené kmitání, ustálí se
- Kritická mez tlumení — nepřekmitne, nejrychleji dosáhne rovnovážného stavu
- Velké tlumení — nekmitá, ustálí se pomaleji

Příklad:
Řešení pro jednotkový skok ($u(t) = 1$ pro $t \geq 0$, malé tlumení α):

$$i(t) = Be^{-\alpha t} sin(\omega_d t + \varphi)$$

Sériový RLC obvod — příklad (*underdamped*)



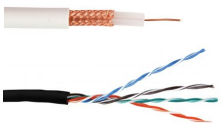
Přechodové děje na RC, RL, RLC — shrnutí

- Použití RC článků: blokovací (*decoupling*), vazební, časovací obvody.
- Příklady RC, RL, RLC: viz simulace
- Problém při velkých a rychlých změnách odběru (např. přepínání hradel) — na malém parazitním odporu a indukčnosti napájecích vodičů vzniká nezanedbatelné napětí.
  $\Rightarrow$ Nutnost blokovat napájecí napětí velmi blízko u pouzder integrovaných obvodů — viz např. `[Horowitz3/strana758]`.
- Přeslechy (*crosstalk*): Máme 2 vodiče s různými signály proti zemi a *parazitní kapacitu* C mezi vodiči = derivační RC článek. Vznikne problém při rychlých změnách signálu ve vedení1 a vysoké impedanci na koncích vedení2. (Řešení: stínění nebo *diferenciální signály*.)

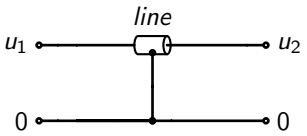
Poznámky: paralelní RLC, ladicí obvody, Teslův transformátor, ...

Vedení (*Transmission line*)

- Vodiče pro přenos signálu
- Symetrické (dvojlinka) nebo asymetrické (koaxiální)
- Typické parametry vedení:
  - Délka (určuje útlum a zpoždění signálu)
  - Charakteristická impedance Z
  - L_m, C_m, R_m, G_m na jednotku délky
- Příklady:
  - Televizní koaxiální kabel: $Z = 75\Omega$
  - TV dvojlinka: $Z = 300\Omega$
  - Ethernet kabel (*Twisted Pair*): $Z = 100\Omega$
  - Datové linky v HDMI kabelu: $Z = 100\Omega$
  - *Některé* spoje na deskách plošných spojů.
  - ...



Nejjednodušší model vedení



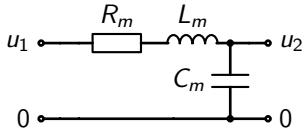
- Parametr: délka vedení l
- Zpoždění je dané délkou vedení a rychlostí světla c
- Ideální přenos signálu:

$$u_2(t) = u_1(t - \frac{l}{c})$$

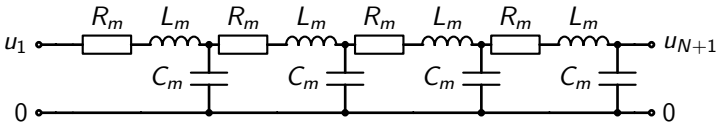
Reálná vedení signál zeslabí (útlum, *attenuation*) a mají větší zpoždění.

Model reálného vedení

- Aproximace vedení RLC segmenty (G_m zanedbáme):

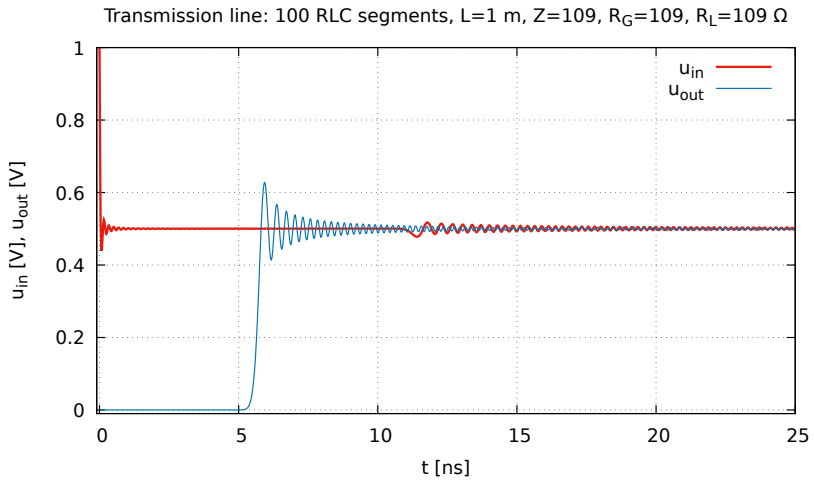


- Vedení: N segmentů za sebou (pro N=4):

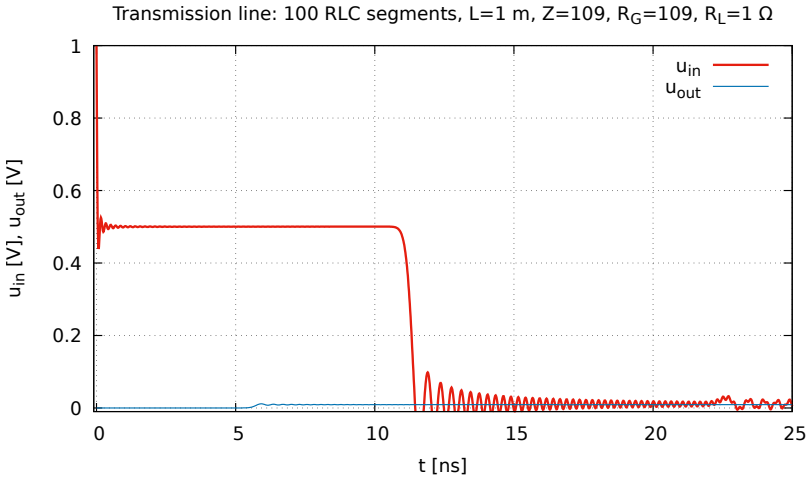


- Přesnost aproximace závisí na počtu segmentů
- Řešení závisí na parametrech vedení, impedanci zdroje (R_G) a impedanci zátěže (R_L) — viz následující příklady.

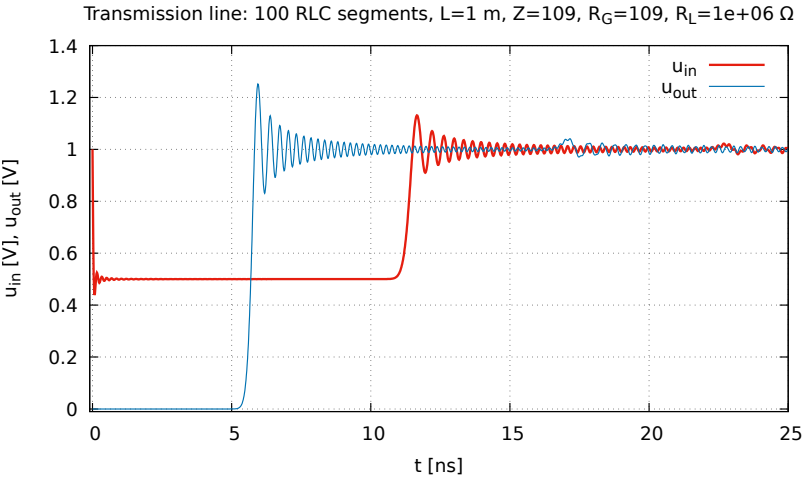
Numerické řešení pro jednotkový skok — přizpůsobeno



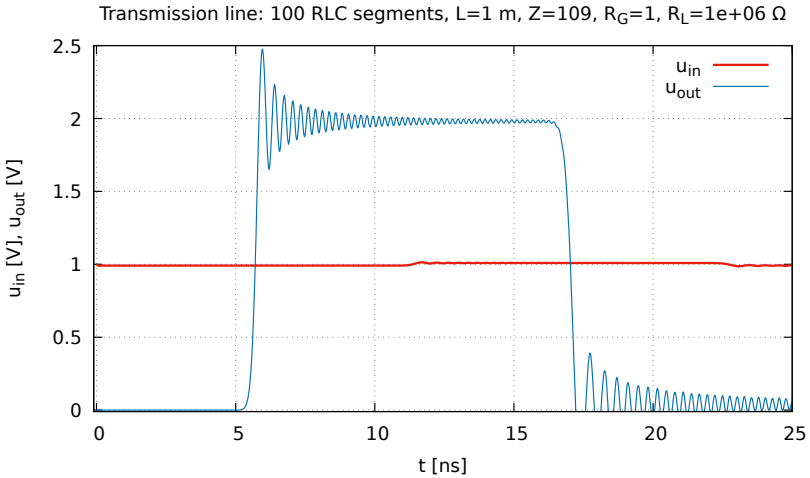
Řešení pro jednotkový skok — zkrat



Řešení pro jednotkový skok — rozpojeno



Řešení pro jednotkový skok — tvrdý zdroj, rozpojeno



Vedení — poznámky

Charakteristická impedance bezeztrátového ($R_m = 0$) vedení:

$$Z = \sqrt{\frac{L_m}{C_m}}$$

Vliv impedance zdroje signálu a zátěže (viz příklady):

- Zdroj signálu:
  - $R_g = Z$ (impedančně přizpůsobeno = bez odrazů)
  - $R_g \neq Z$ (odrazy na začátku vedení)
- Zakončení:
  - $R_z = \infty$ (naprázdno, odraz na konci)
  - $R_z = Z$ (impedančně přizpůsobeno = bez odrazů)
  - $R_z = 0$ (nakrátko, odraz na konci)

Aplikace: zpoždění, generování impulsu, hledání místa přerušení, ...