Náhodné signály

Honza Černocký, ÚPGM

Signály ve škole a v reálném světě

Deterministické

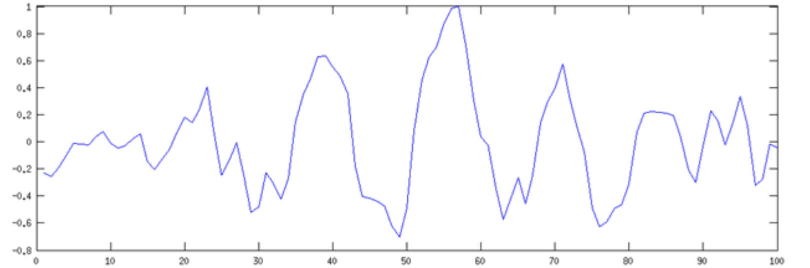
- Rovnice
- Obrázek
- Algoritmus
- Kus kódu

Můžeme **vypočítat**

Málo informace !

Náhodné

- Nevíme přesně
- Pokaždé jiné
- Především u „přírodních“ a „biologických“ signálů
- Můžeme **odhadovat parametry**

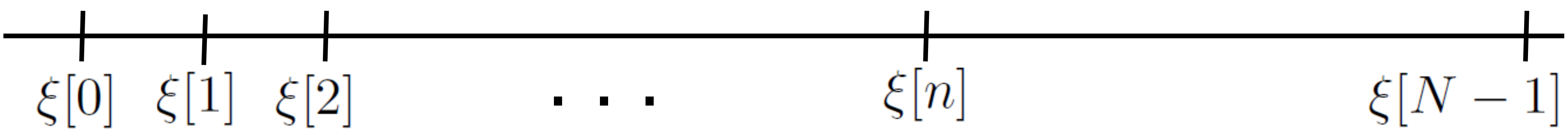


Příklady

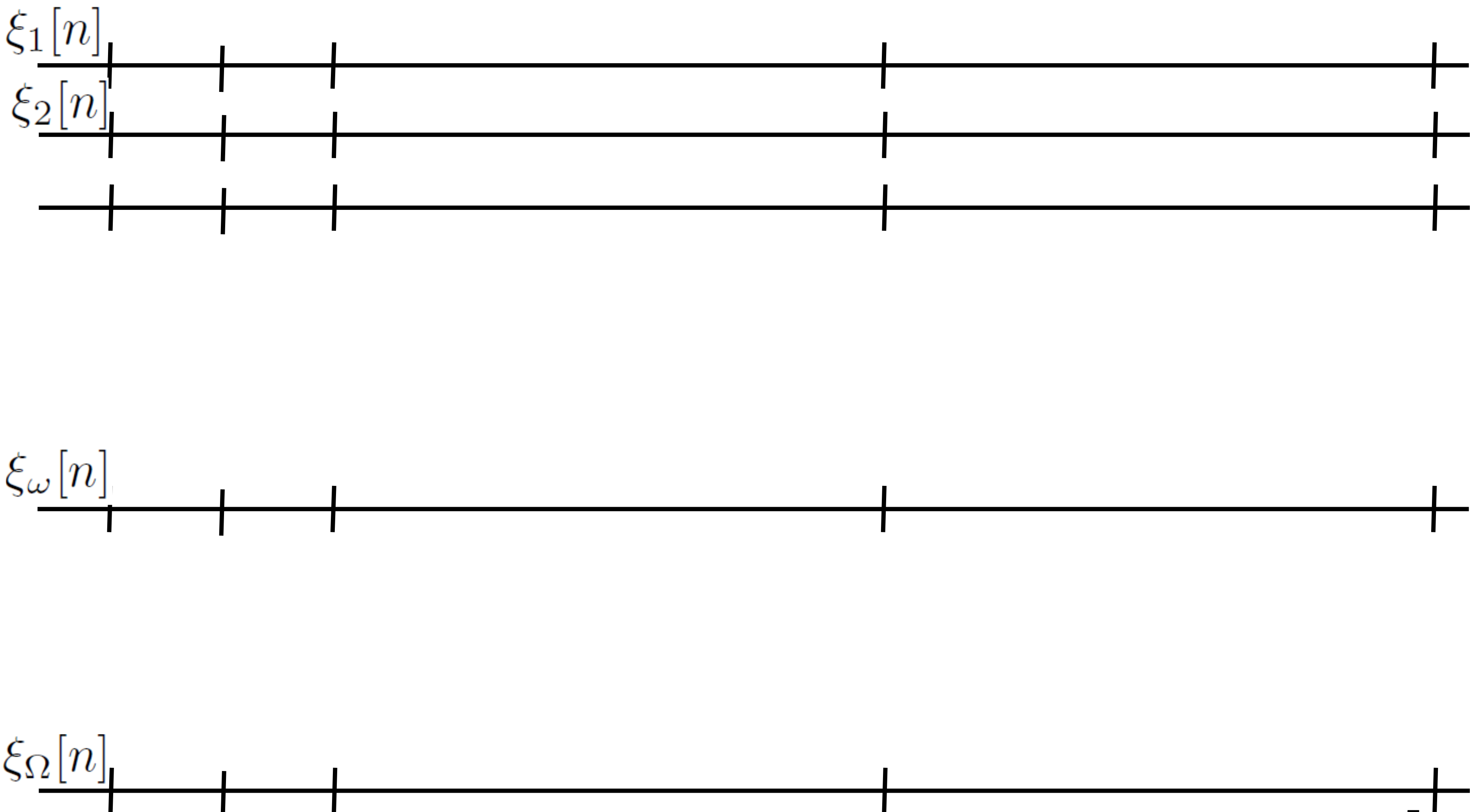
- Řeč
- Hudba
- Video
- Kursy měn
- Technické signály (diagnostika)
- Měření (jakýchkoliv veličin)
- Prostě skoro vše …

Matematicky

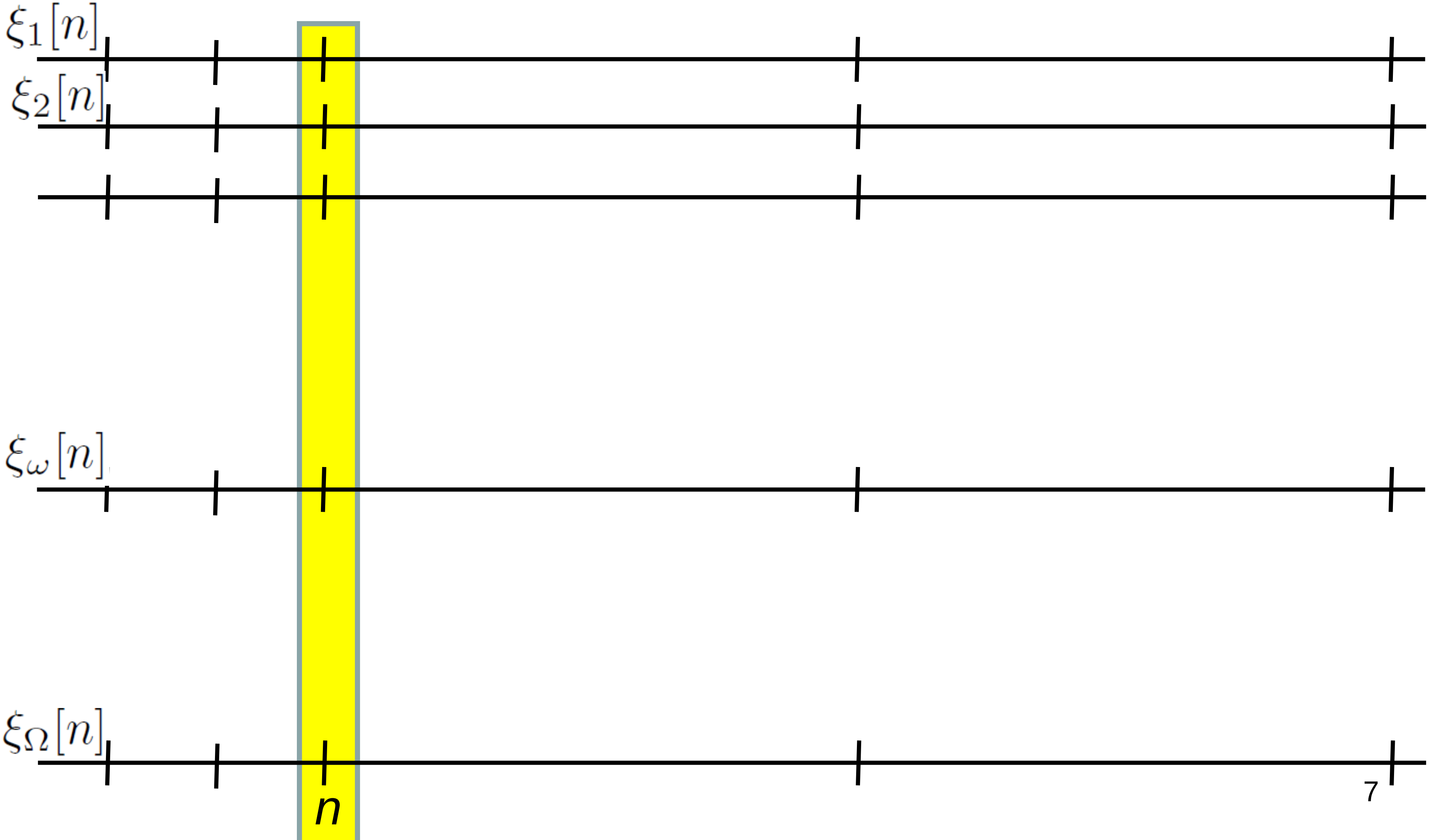
- Pouze pro diskrétní čas (vzorky)
- Systém náhodných veličin definovaných pro každé *n*
- Prozatím se na ně budeme dívat nezávisle.



Množina realisací



Souborové odhady



- Fixovat *n* a vybrat všechny hodnoty
- Odhadovat – odhad bude platný jen pro toto *n*

Podle oboru hodnot

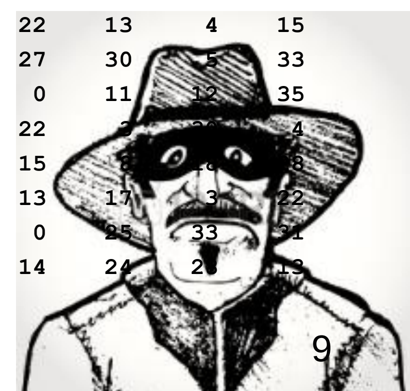
- Diskrétní obor hodnot $\xi[n] \in [h_1, h_2, \ldots, h_H]$
  - Házení mincí
  - Kostka
  - Ruleta
  - Bity z přenosového kanálu
- Reálný obor hodnot $\xi[n] \in \mathcal{R}$
  - Síla větru
  - Audio
  - Kurs CZK/EUR
  - atd

Diskrétní data

- 50 let hraní rulety – $\Omega = 50x365$ realizací
- Za den $N=1000$ her

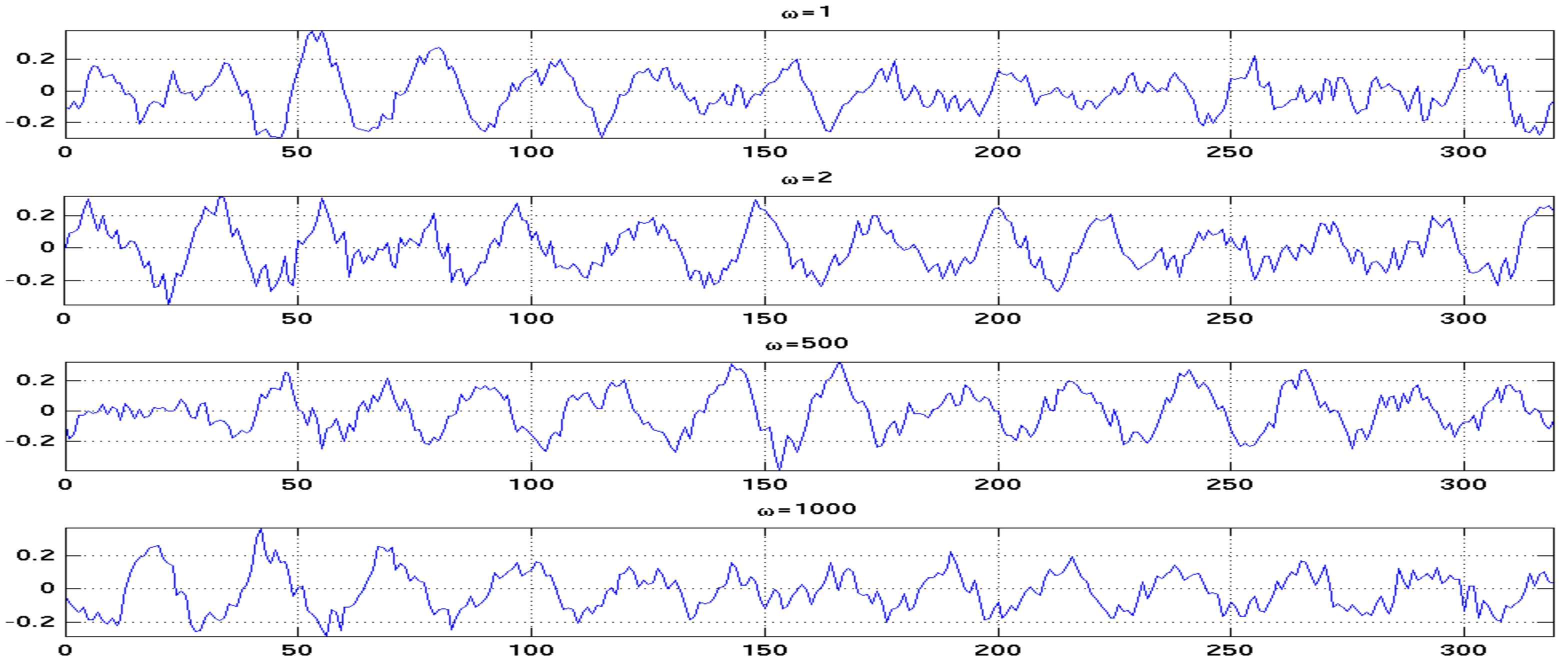
$$\xi[n] \in [h_1, h_2, \ldots h_H] = [0, 1, 2, \ldots, 36]$$

30	34	10	14	29	35	6	35	33	30	35	30	9	11	11	13	17	22	33	21
33	23	35	0	15	15	17	8	12	23	24	24	26	12	16	21	9	7	14	18
4	4	13	28	15	9	19	29	25	35	22	36	12	34	4	17	31	7	35	15
33	34	6	3	8	29	5	2	10	26	12	32	28	31	36	26	36	5	34	35
23	17	21	28	16	28	1	2	9	36	7	3	3	36	34	28	18	33	14	3
3	34	18	29	12	26	9	23	3	12	9	15	17	0	34	1	6	35	28	24
10	36	9	17	25	30	16	9	2	10	10	9	11	17	10	25	23	23	24	25
20	10	34	12	5	8	20	10	26	9	23	2	7	4	1	30	22	13	4	15
35	19	17	27	14	2	9	4	8	24	16	14	13	13	32	21	27	30	5	33
35	0	33	4	0	33	20	10	1	9	12	0	34	32	1	18	0	11	12	35
5	5	4	13	27	4	3	33	29	13	20	15	19	6	29	12	22	3	20	4
35	13	11	30	16	28	0	1	1	4	22	27	21	17	11	28	15	8	18	28
35	28	15	35	15	35	4	5	17	36	17	30	1	32	27	26	13	17	3	22
17	11	14	15	12	33	5	31	15	28	12	35	8	22	33	3	0	25	33	31
29	20	35	19	14	26	1	31	23	14	1	2	33	17	2	0	14	24	28	13



Spojitá data

- Ω = *1068* realizací tečení vody kohoutkem
- Každá realizace má 20ms, F_s=16kHz, takže N=320.



Popis náhodného signálu funkcemi

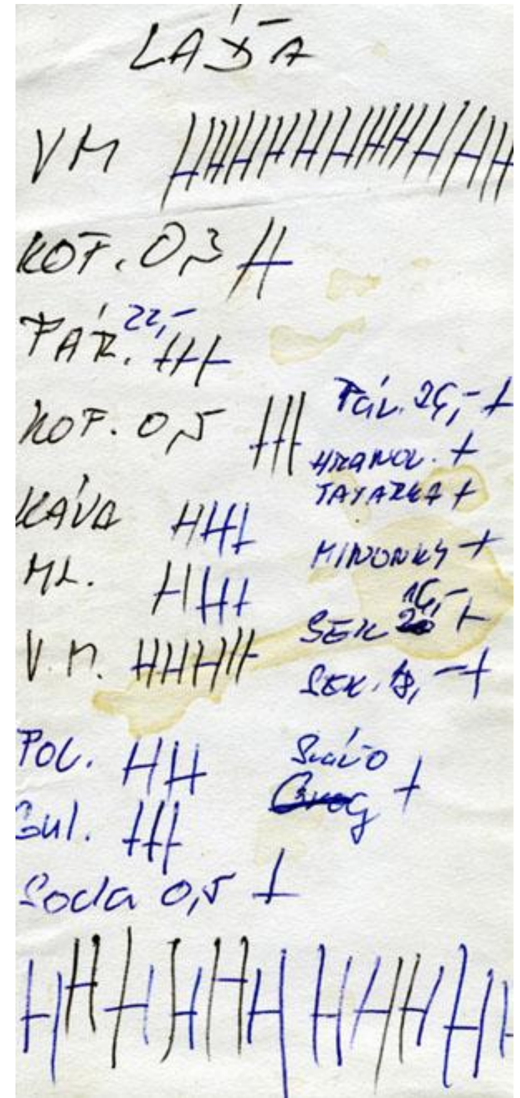
- Distribuční funkce – CPDF (cummulative probability distribution function)

$$F(x,n) = \mathcal{P}\{\xi[n] < x\}$$

- *x* není nic náhodného, je to hodnota, pro kterou distribuční funkci zkoumáme, měříme. Např. „jaké procento populace je menší než 165 cm ?“ *x=165*

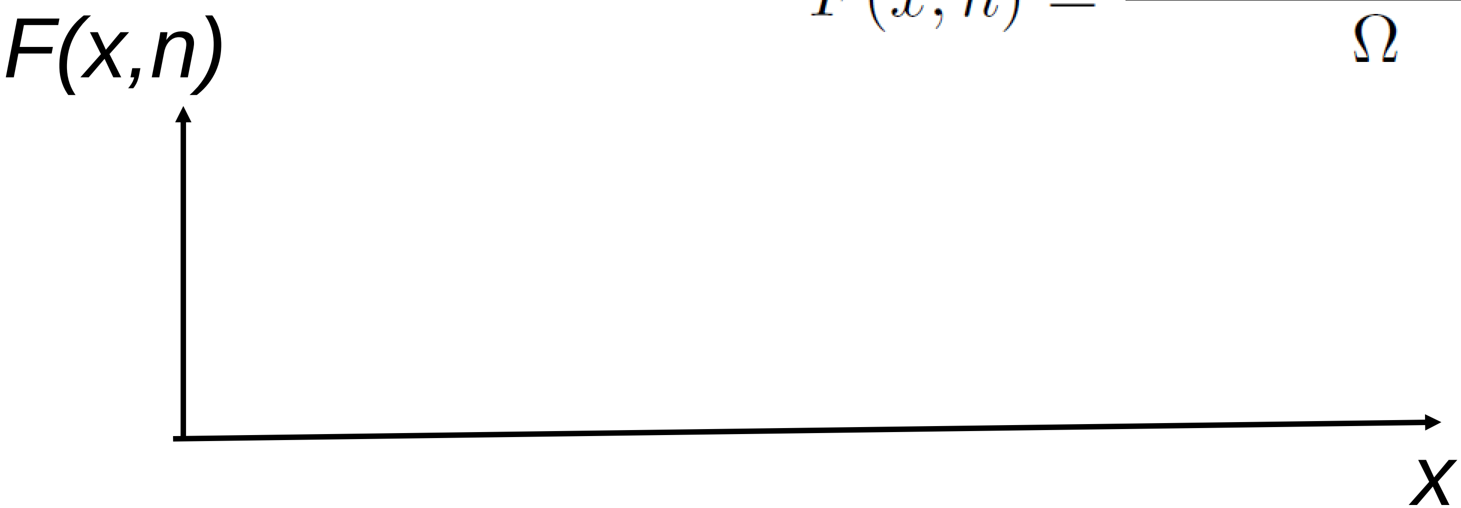
Odhad pravděpodobností čehokoliv

$$\text{probability} = \frac{\text{count}}{\text{total}}$$



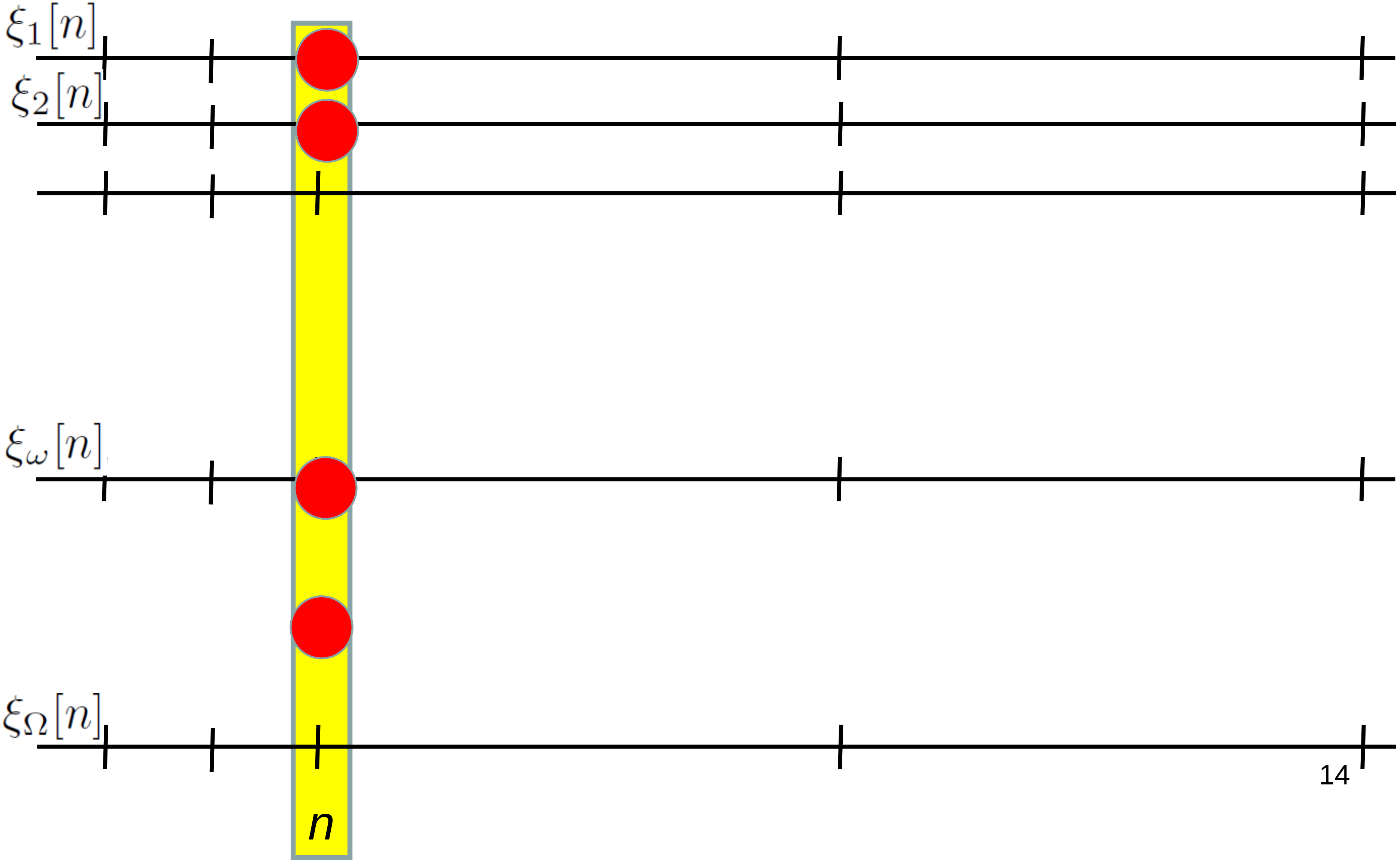
Odhad distribuční funkce z dat

$$\hat{F}(x, n) = \frac{\mathrm{count}(\xi_\omega[n] < x)}{\Omega}$$



Jaké dílky na ose *x* ?

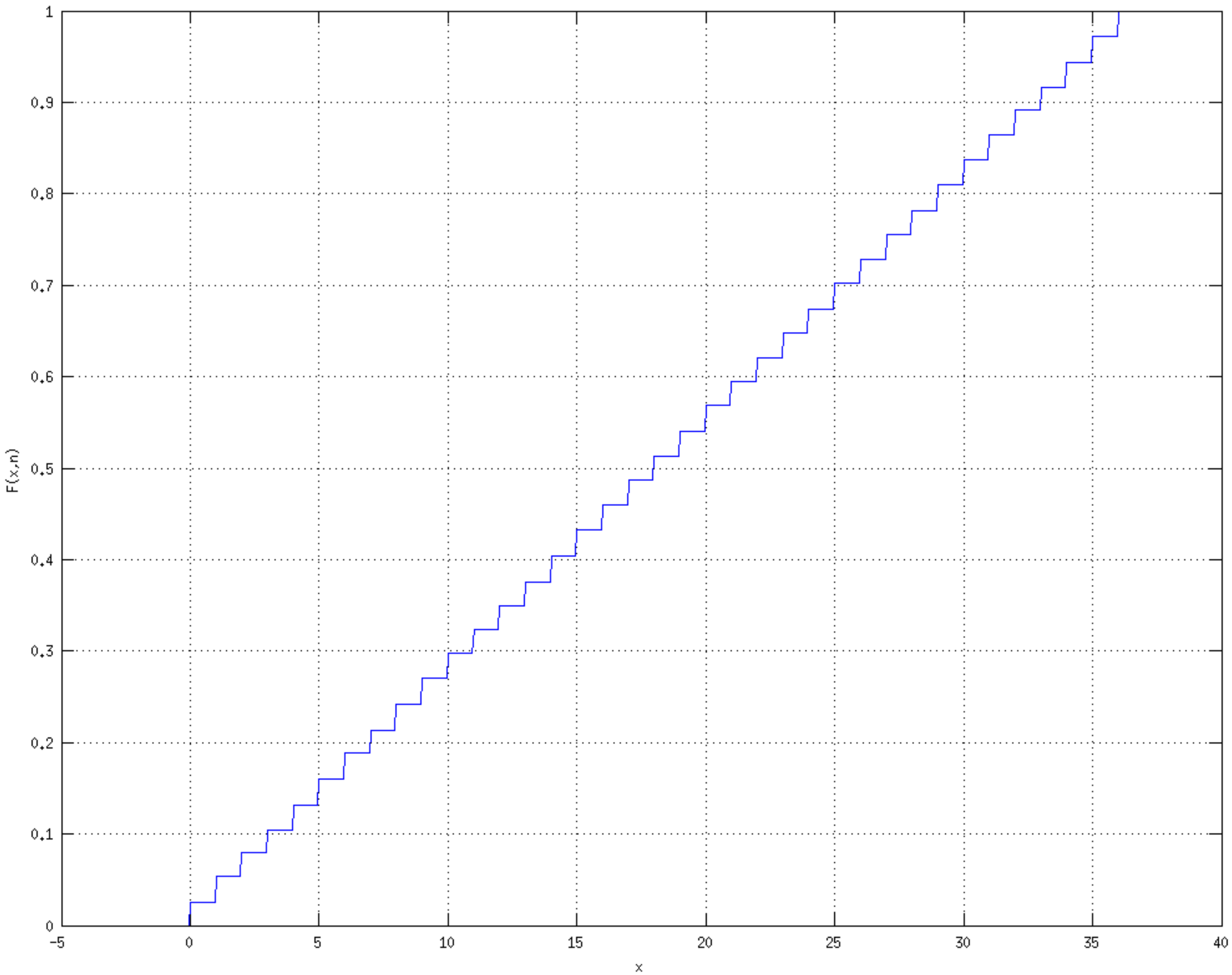
- Dostatečně jemné
- Ale nemá cenu, pokud bude odhad pořád stejný…



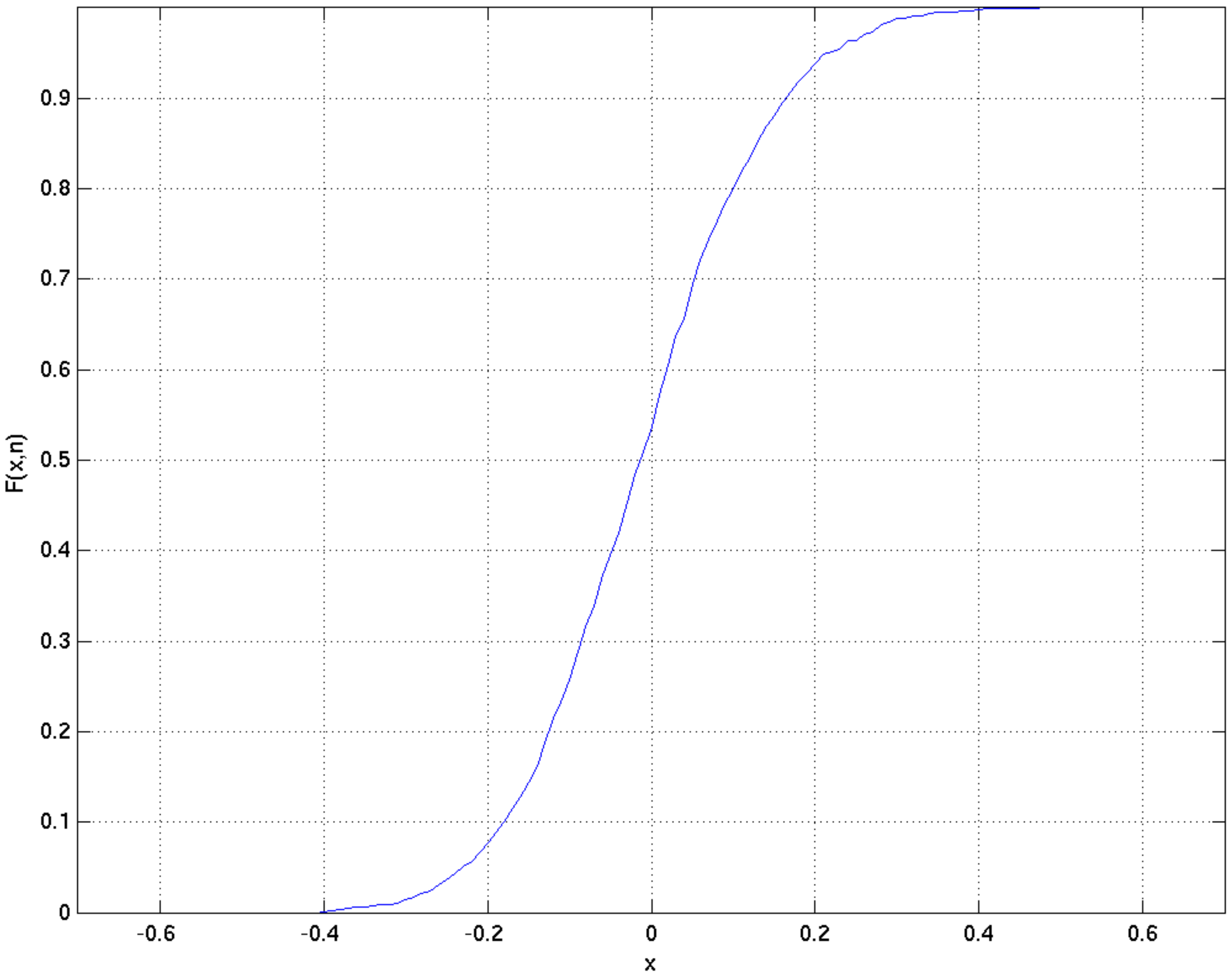
Kolikrát byla hodnota menší než x=165 ?

P = 4 / 10, F(x,n) = 0.4

Odhad ruleta



Odhad voda



Pravděpodobnosti hodnot

- Pro diskrétní obor hodnot OK $\mathcal{P}(X_i, n)$
- Celková masa pravděpodobností je 1

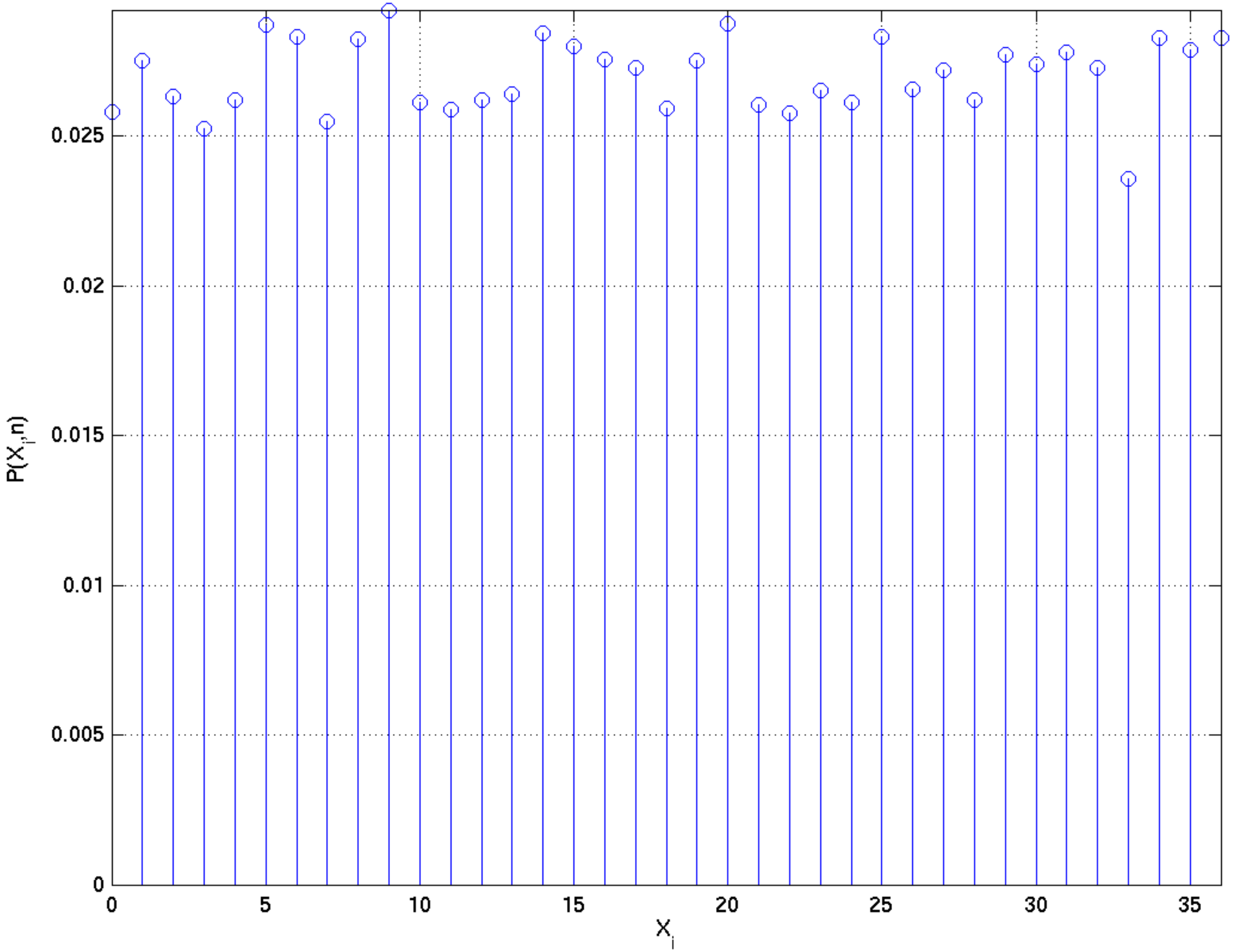
$$\sum_{\forall i} \mathcal{P}(X_i, n) = 1$$

- Odhad opět pomocí countů

$$\mathcal{P}(\hat{X}_i, n) = \frac{\mathrm{count}(X_i, n)}{\mathrm{total}[n]}$$

0 1 2 36

Výsledek pro ruletu



$$\sum_{\forall i} \mathcal{P}(X_i, n) = 1$$

Spojitý obor hodnot

$$\mathcal{P}(x, n) = ???$$

- Nemá význam nebo nula …

=> Potřebujeme **hustotu pravděpodobnosti**!

Příklady z reálného světa …

Kolik km auto ujelo v čase *t* ???

Jaká je hmotnost kvasu tady,
v souřadnicích *x*,*y*,*z* ???

Rychlost

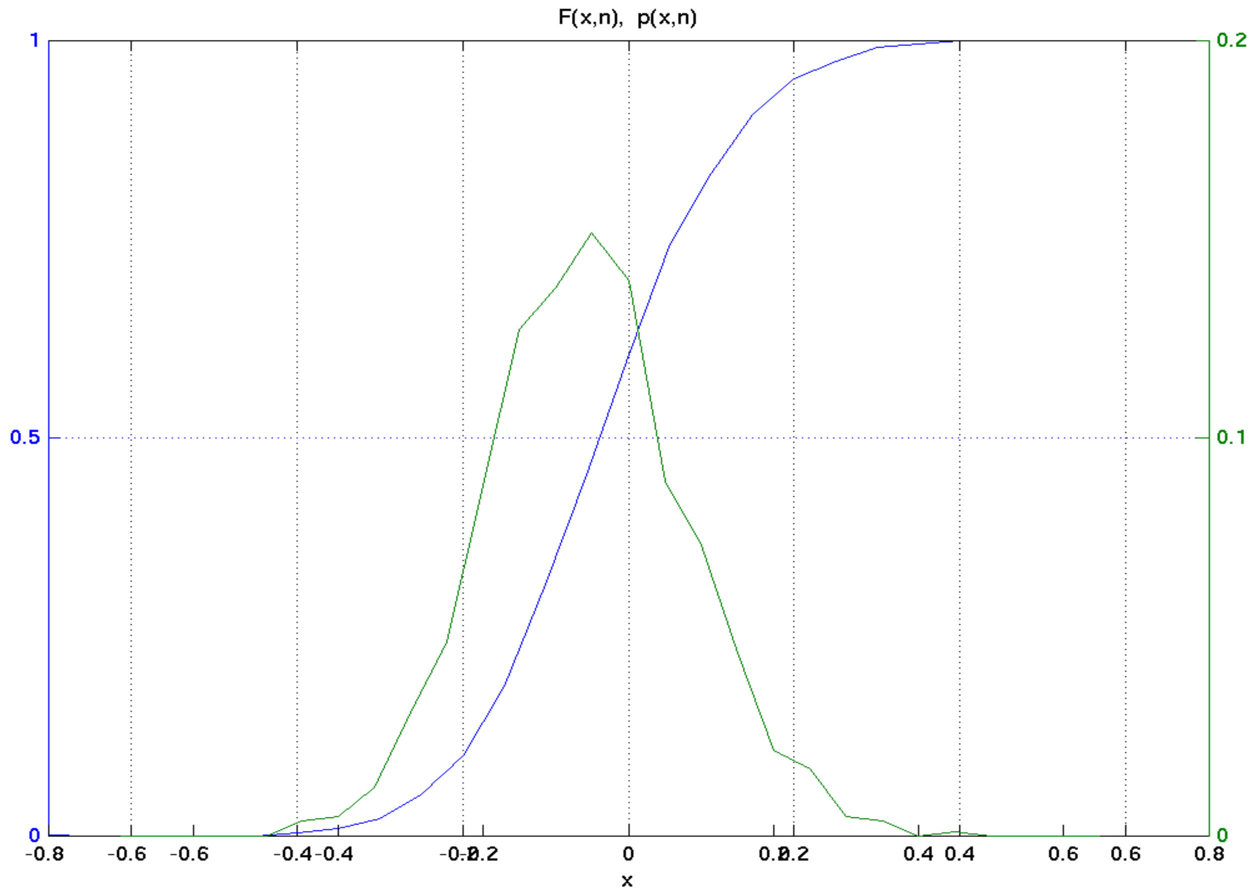
$$v(t) = \frac{dl(t)}{dt} = \frac{l(t_2) - l(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Hustota

$$\rho(x, y, z) = \frac{dm}{dV} = \frac{m(x_1 \ldots x_2, y_1 \ldots y_2, z_1 \ldots z_2)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1)} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x,n) = \frac{dF(x,n)}{dx}$$



Probability distribution function - PDF

Nedá se odhadnout jednodušeji?

$$v(t) = \frac{dl(t)}{dt} = \frac{l(t_2) - l(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

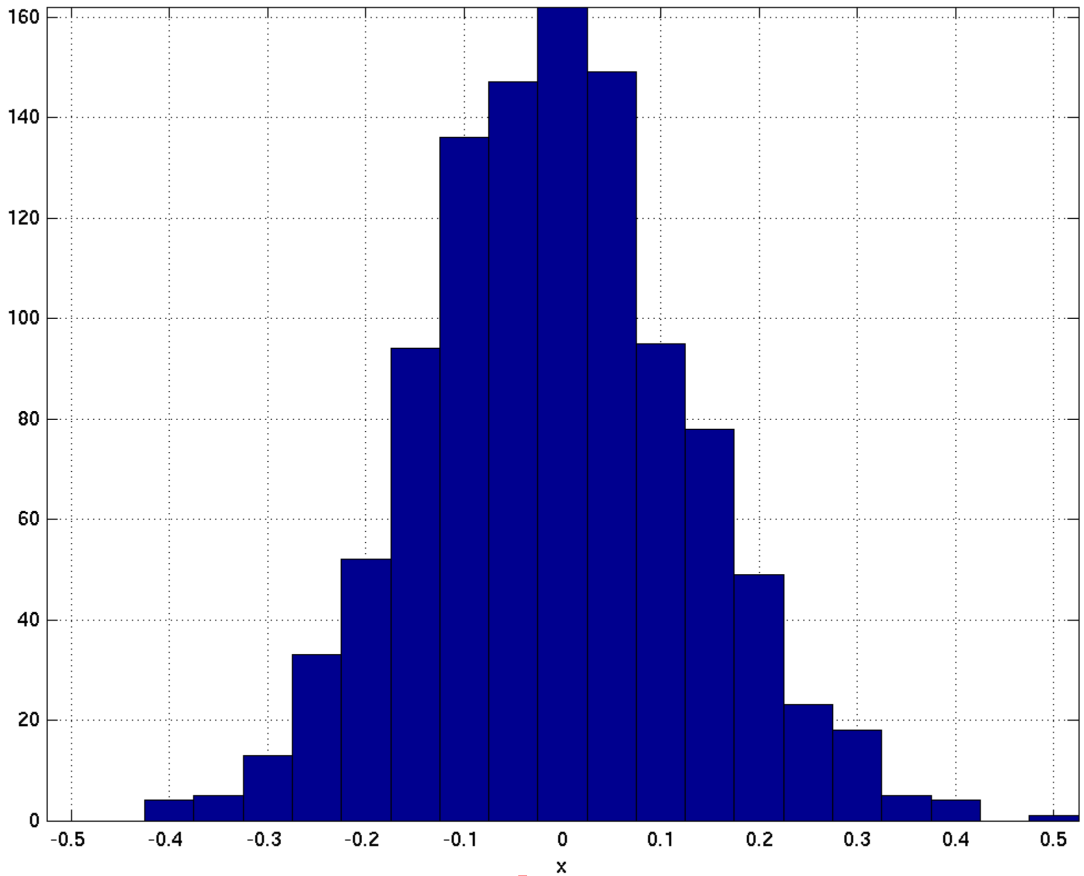
$$\rho(x,y,z) = \frac{dm}{dV} = \frac{m(x_1 \ldots x_2, y_1 \ldots y_2, z_1 \ldots z_2)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1)} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

$$p(x,n) = \frac{\text{probability}}{\text{normalization}}$$

Pravděpodobnosti **hodnot** jsou nesmysl, ale můžeme použít pravděpodobnosti **intervalů – chlívků!**

Histogram

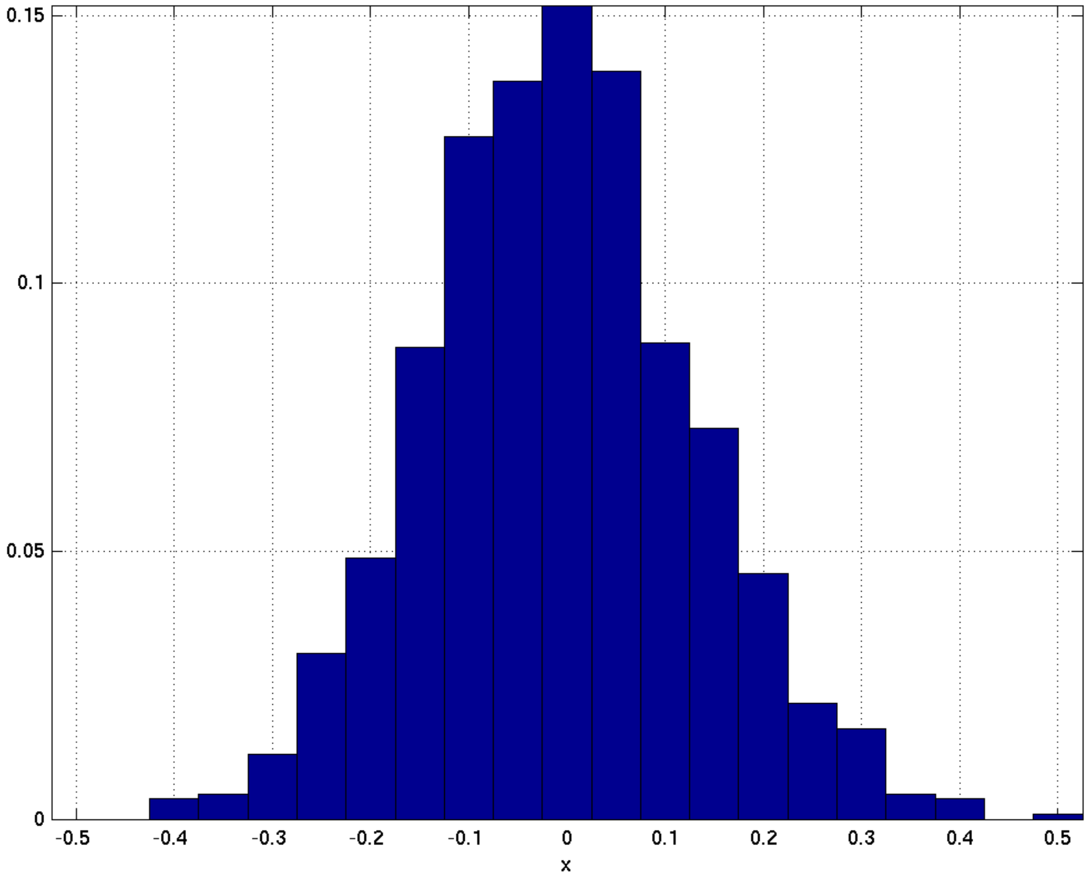
$$\mathrm{histogram}(x \in interval, n) = \mathrm{count}(x \in interval, n)$$



Chlívky !

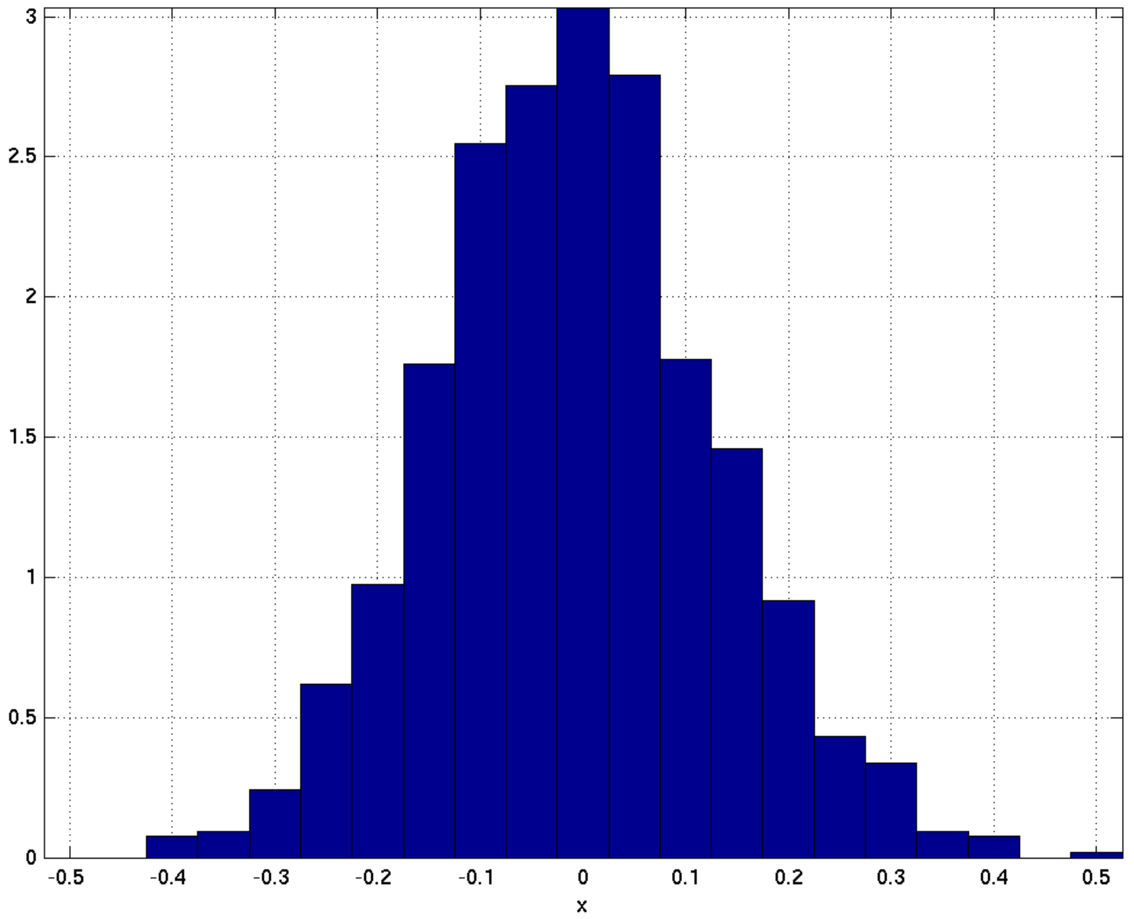
Pravděpodobnost

$$\mathcal{P}(x \in interval, n) = \frac{\mathrm{count}(x \in interval, n)}{\Omega}$$



Hustota pravděpodobnosti

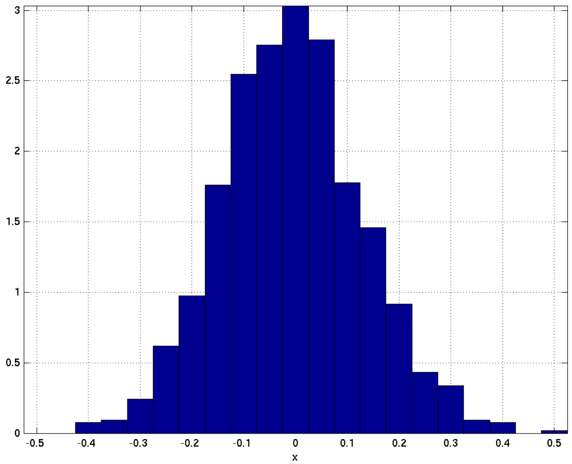
$$p(x \in interval, n) = \frac{\mathrm{count}(x \in interval, n)}{\Omega |interval|}$$



Jak je to s celkem ?

$$\int_t v(t) = ??$$

$$\iiint_V \rho(x,y,z) = ??$$



$$\int_{x=-\infty}^{+\infty} p(x,n) = 1$$

Kontrola opět pomocí chlívků…

Sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti

- Jsou nějaké vztahy mezi vzorky v různých časech ?
- Jsou nezávislé nebo je mezi nimi souvislost ?

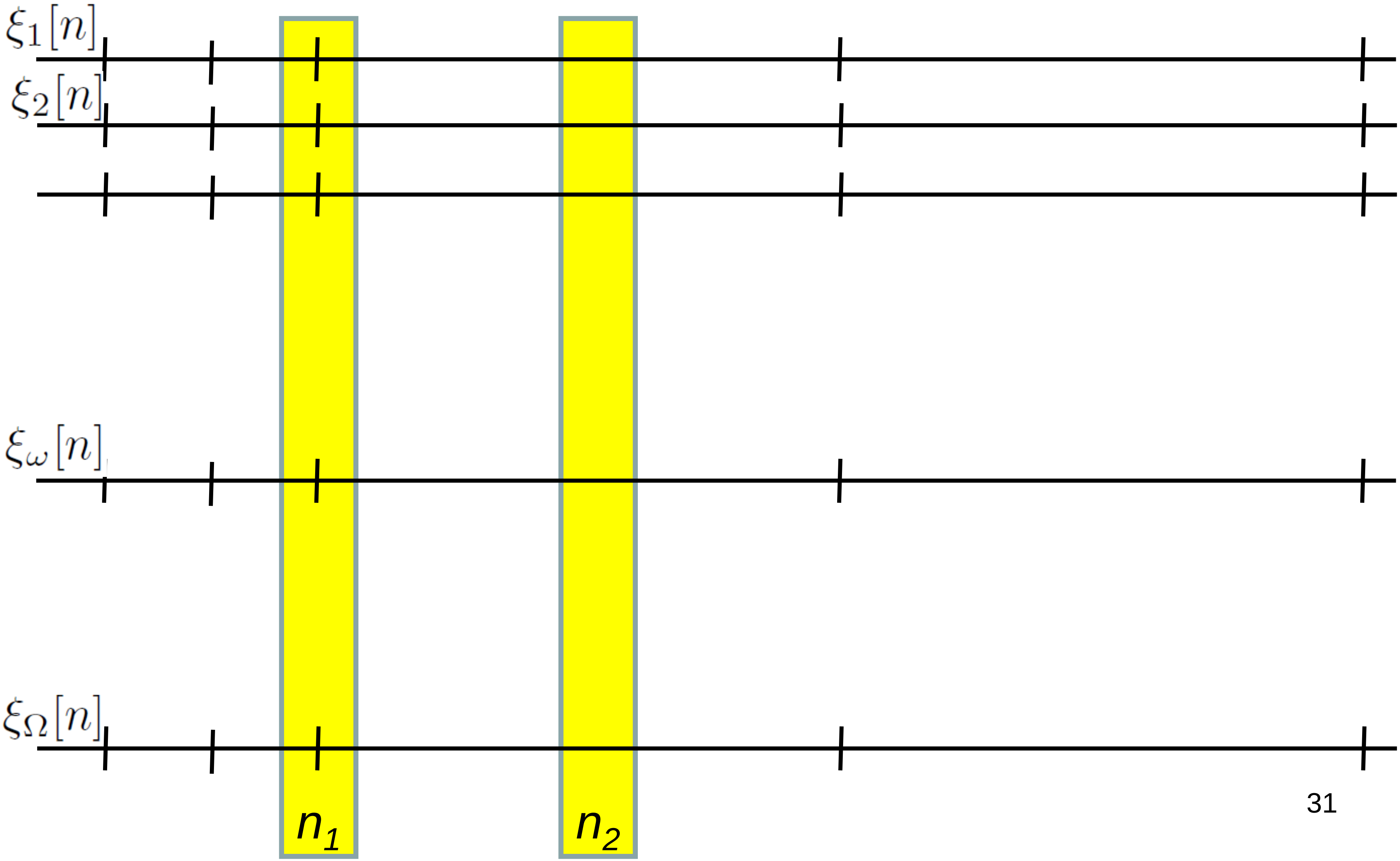
$$\mathcal{P}(X_i, X_j, n_1, n_2)$$

$$p(x_i, x_j, n_1, n_2)$$

K čemu to bude dobré ?

- Hledání závislostí
- Spektrální analýza

Dva různé časy …



Odhad – opět otázky, tentokrát se spojkou „a“

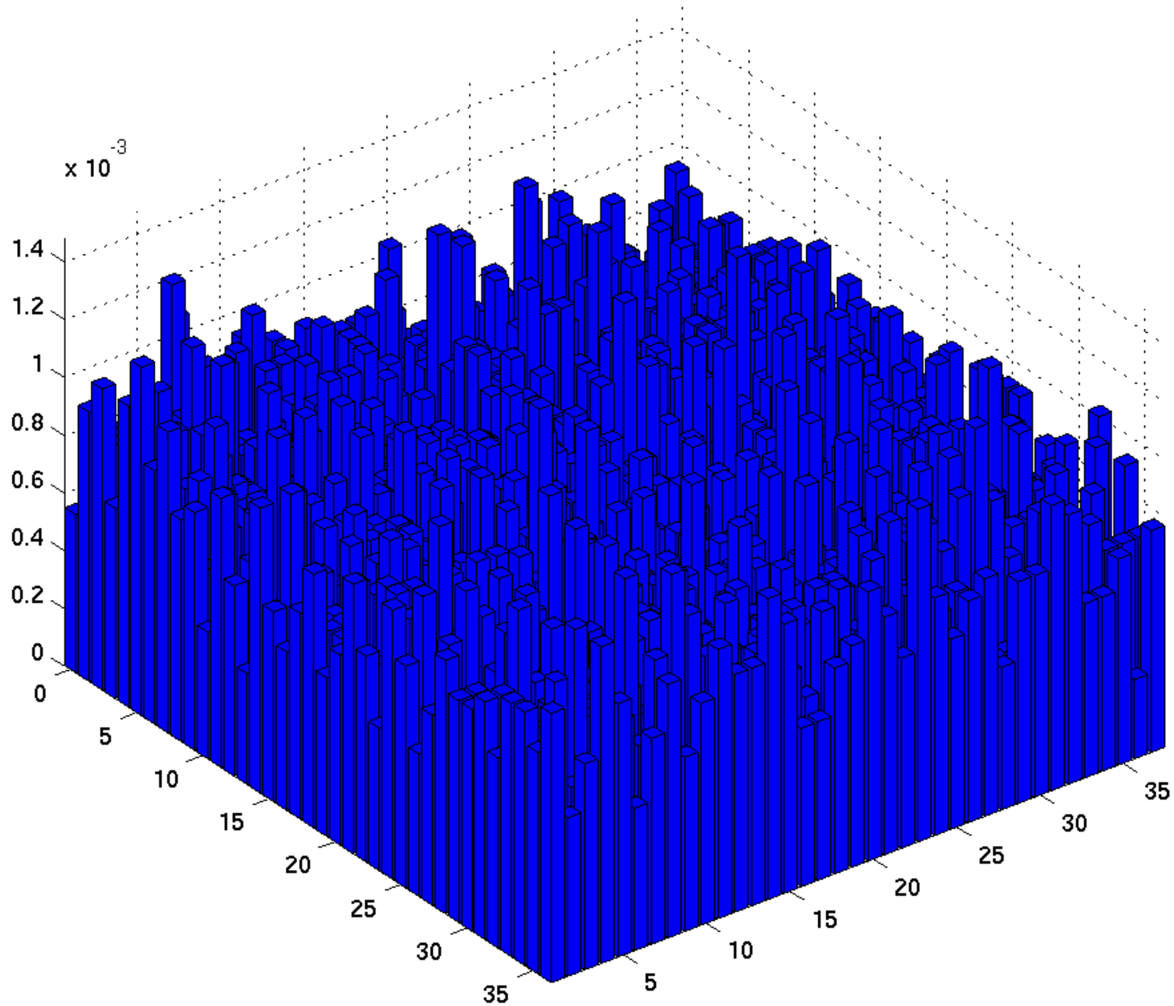
Něco v čase n_1

a

něco v čase n_2

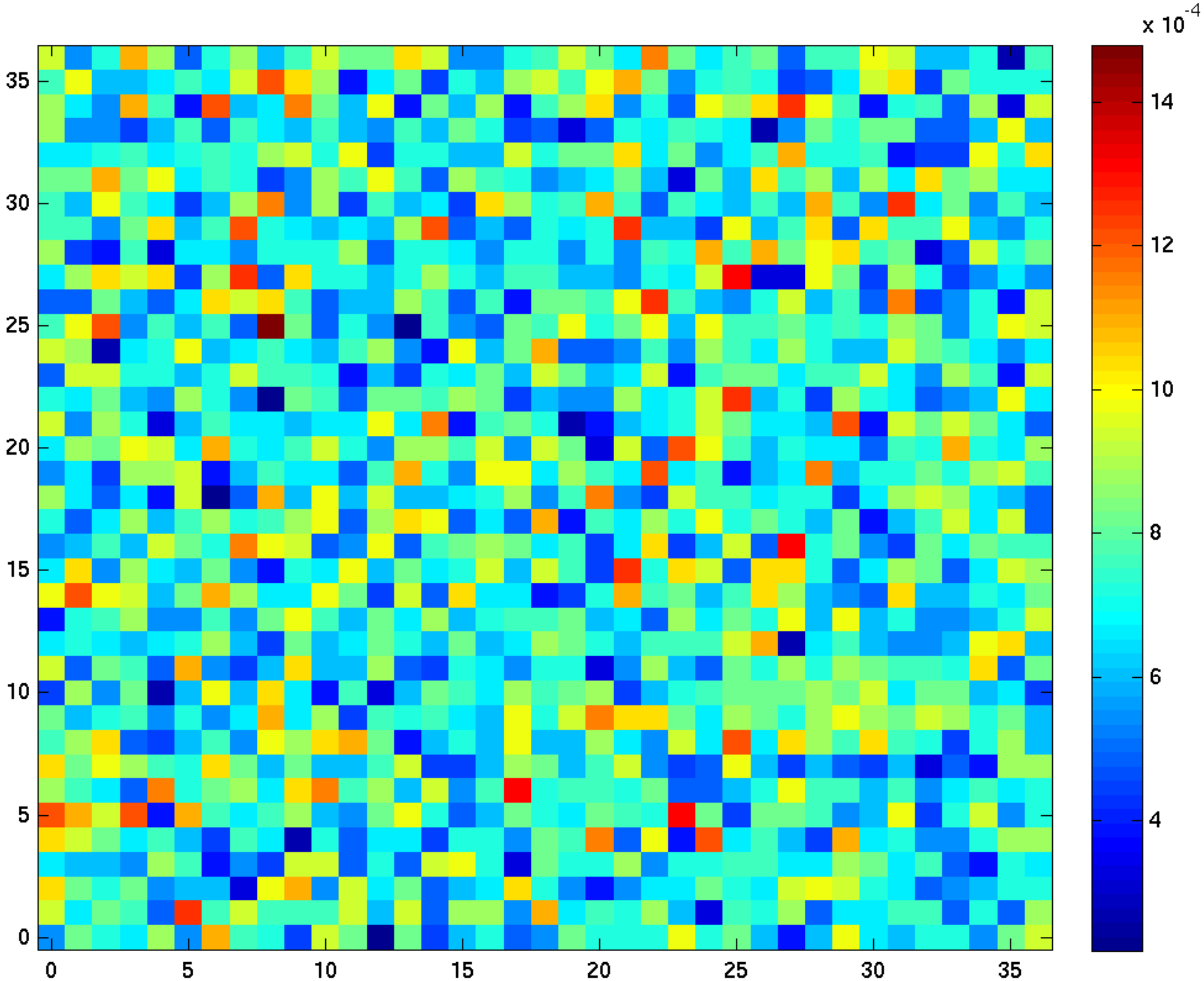
$$\text{joint probability} = \frac{\text{count that something happened } \textbf{simultaneously} \text{ in } n_1 \ \textbf{AND} \ n_2}{\text{total}}$$

Sdružené counts: n_1=10, n_2=11



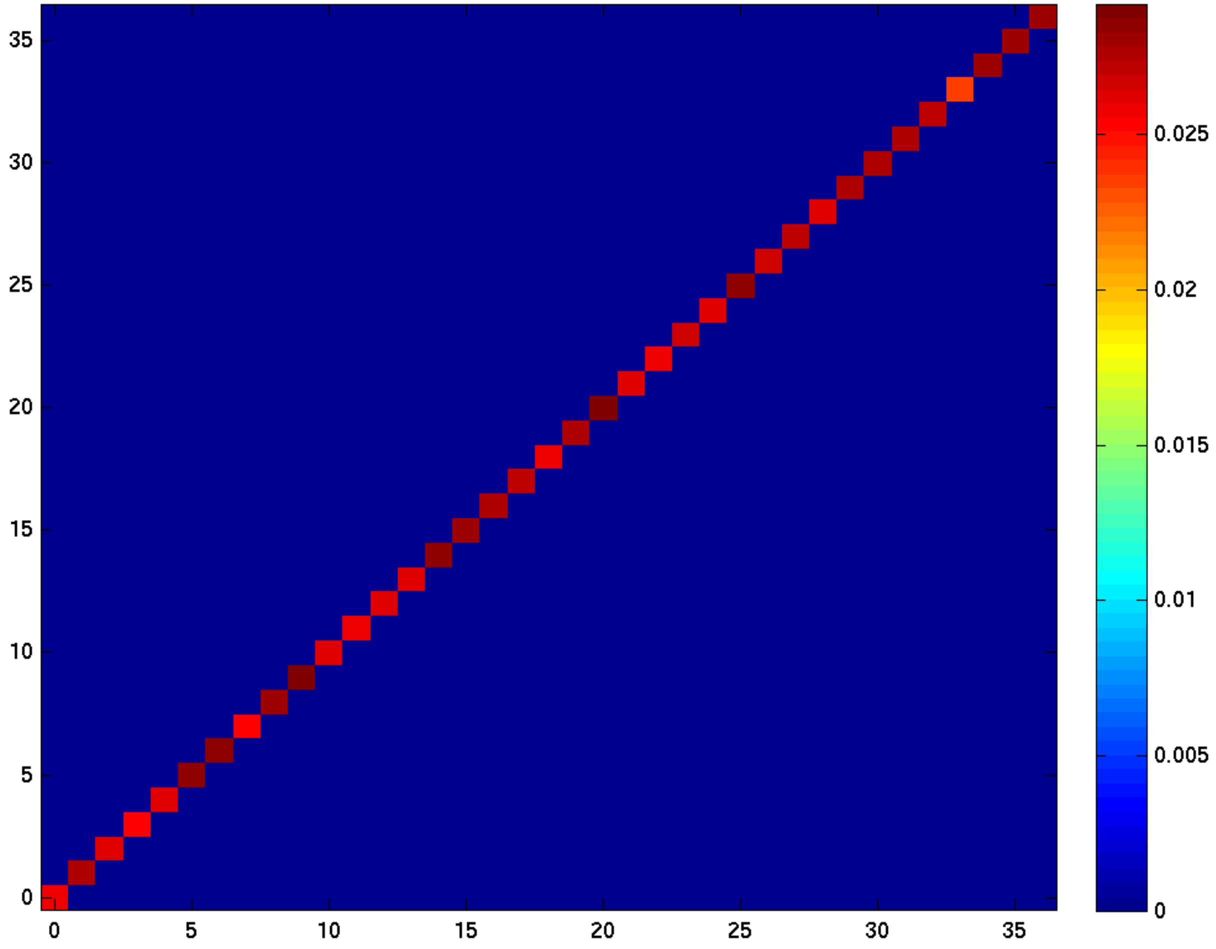
Sdružené pravděpodobnosti: n_1=10, n_2=11

$$\hat{\mathcal{P}}(X_i, X_j, n_1, n_2) = \frac{\mathrm{count}(\xi[n_1] = X_i \;\; \mathbf{AND} \;\; \xi[n_2] = X_2)}{\Omega}$$



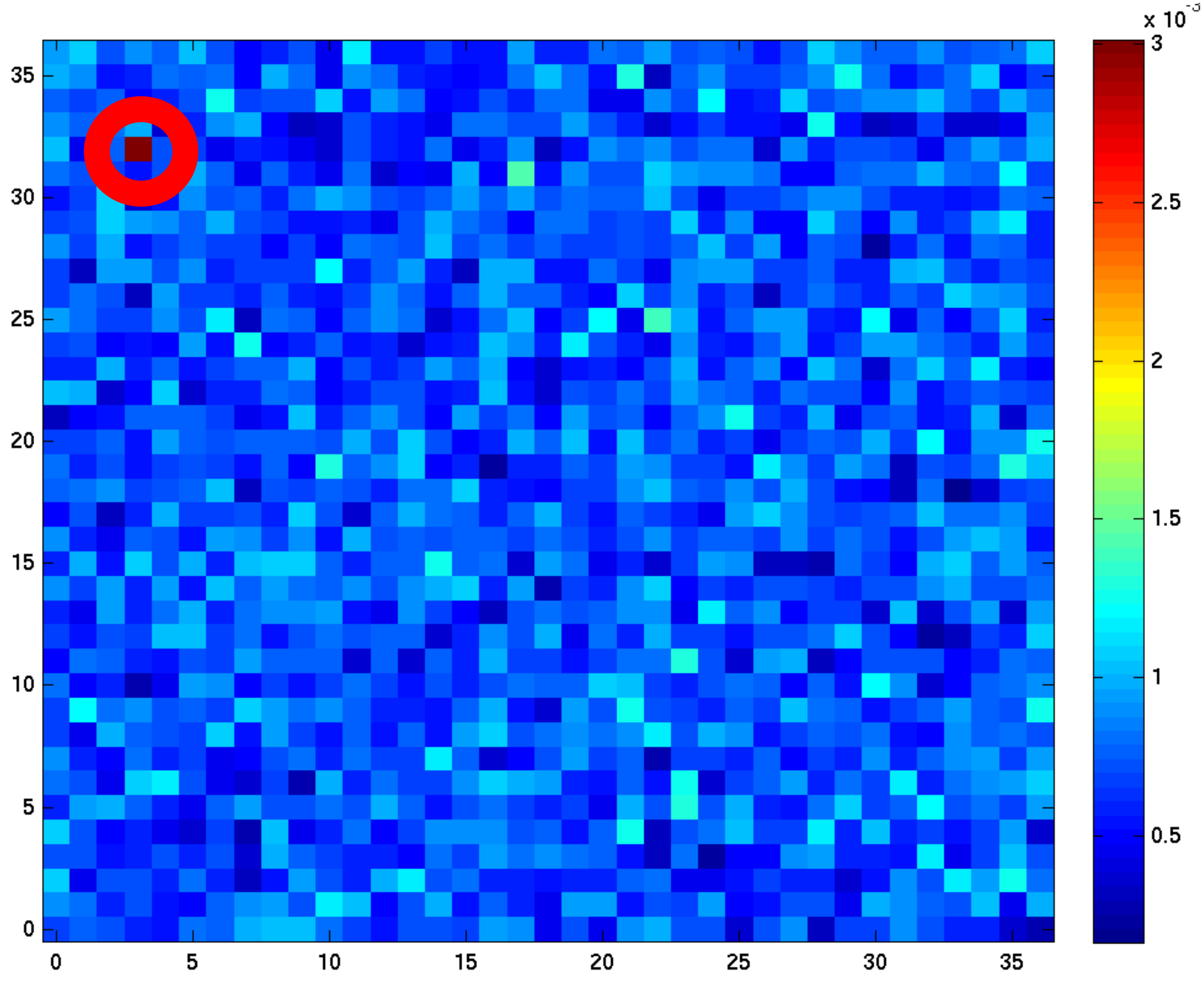
Sdružené pravděpodobnosti: n_1=10, n_2=10

$$\hat{\mathcal{P}}(X_i, X_j, n_1, n_2) = \frac{\mathrm{count}(\xi[n_1] = X_i \ \ \textbf{AND} \ \ \xi[n_2] = X_2)}{\Omega}$$



Sdružené pravděpodobnosti: n_1=10, n_2=13

$$\hat{\mathcal{P}}(X_i, X_j, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(\xi[n_1] = X_i \;\; \textbf{AND} \;\; \xi[n_2] = X_2)}{\Omega}$$



Spojitý obor hodnot

- Pravděpodobnosti přímo nepůjdou …

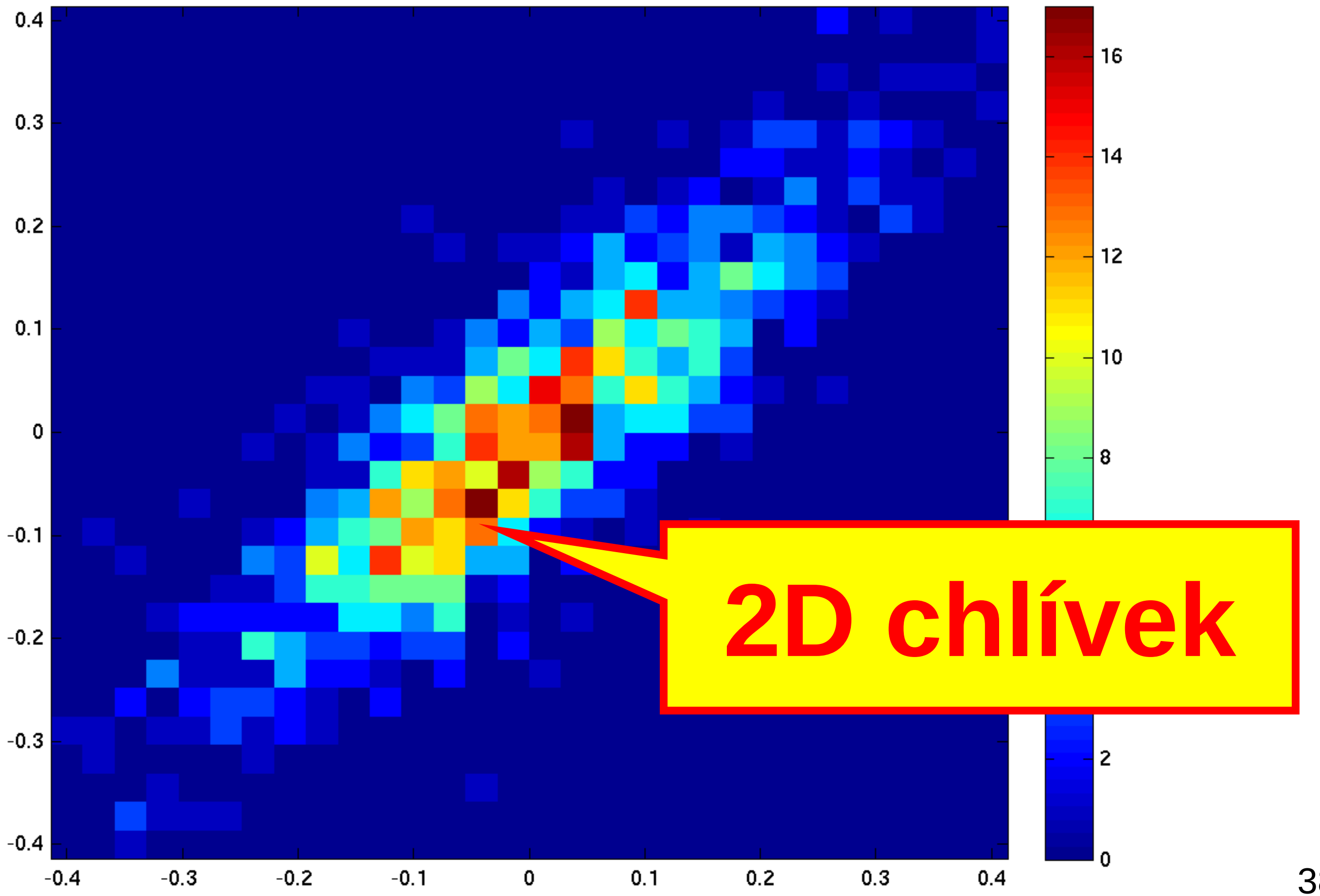
Histogram

=> pravděpodobnosti 2D chlívků

=> hustota pravděpodobnosti v chlívcích

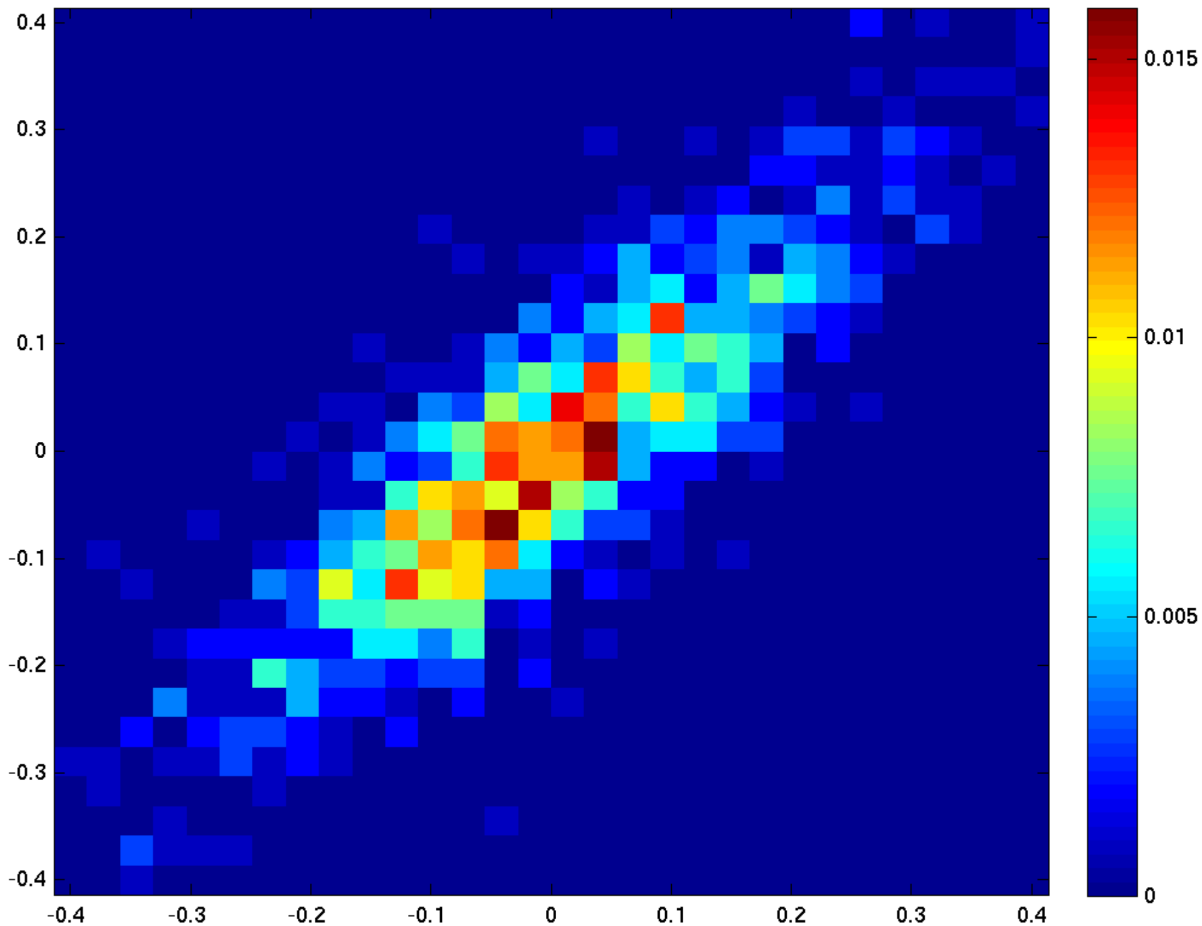
Sdružený histogram – counts, n_1=10, n_2=11

$$\text{histogram}(x_1 \in \mathit{interval}_1, x_2 \in \mathit{interval}_2, n_1, n_2) = \text{count}(x_1 \in \mathit{interval}_1, n_1 \ \ \textbf{AND} \ \ x_2 \in \mathit{interval}_2, n_2)$$



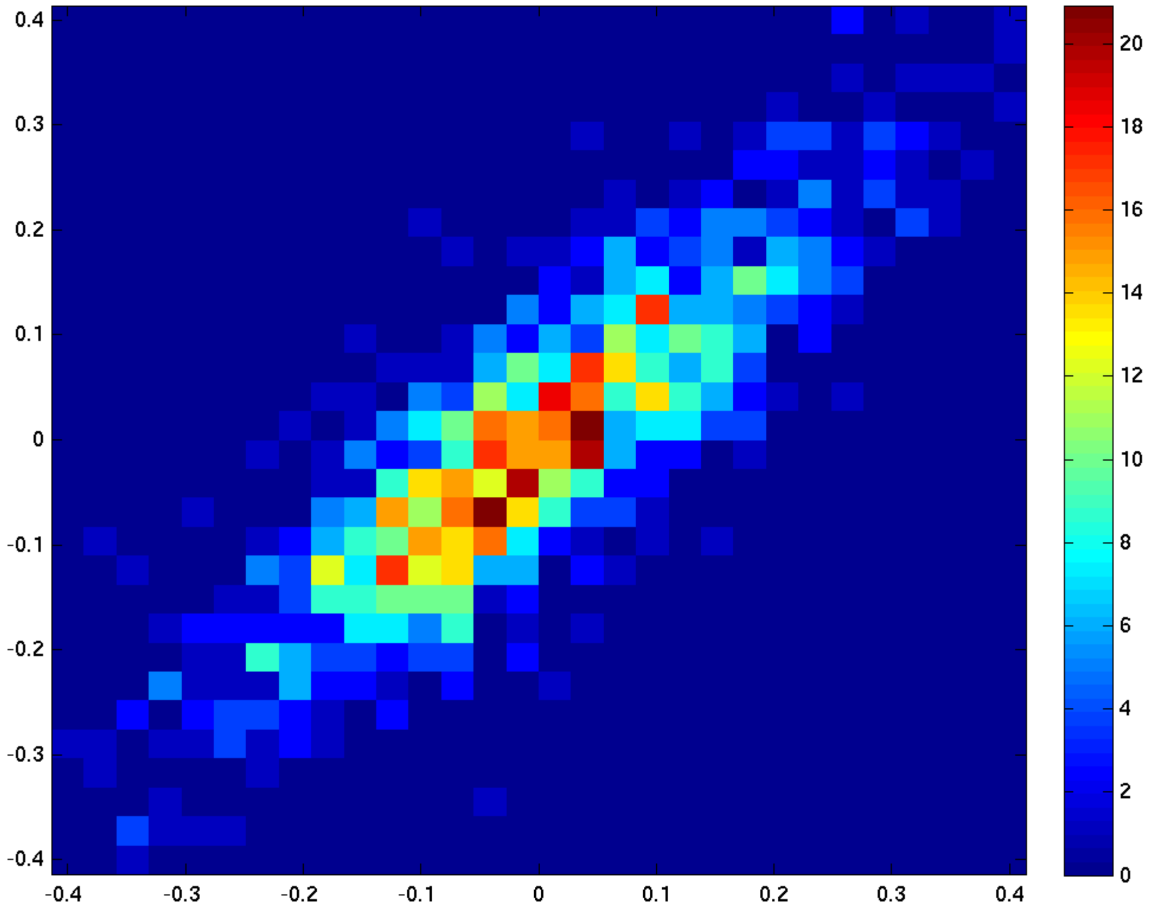
Sdružené pravděpodobnosti chlívků, n_1=10, n_2=11

$$\mathcal{P}(x_1 \in interval_1, x_2 \in interval_2, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(x_1 \in interval_1, n_1 \quad \textbf{AND} \quad x_2 \in interval_2, n_2)}{\Omega}$$



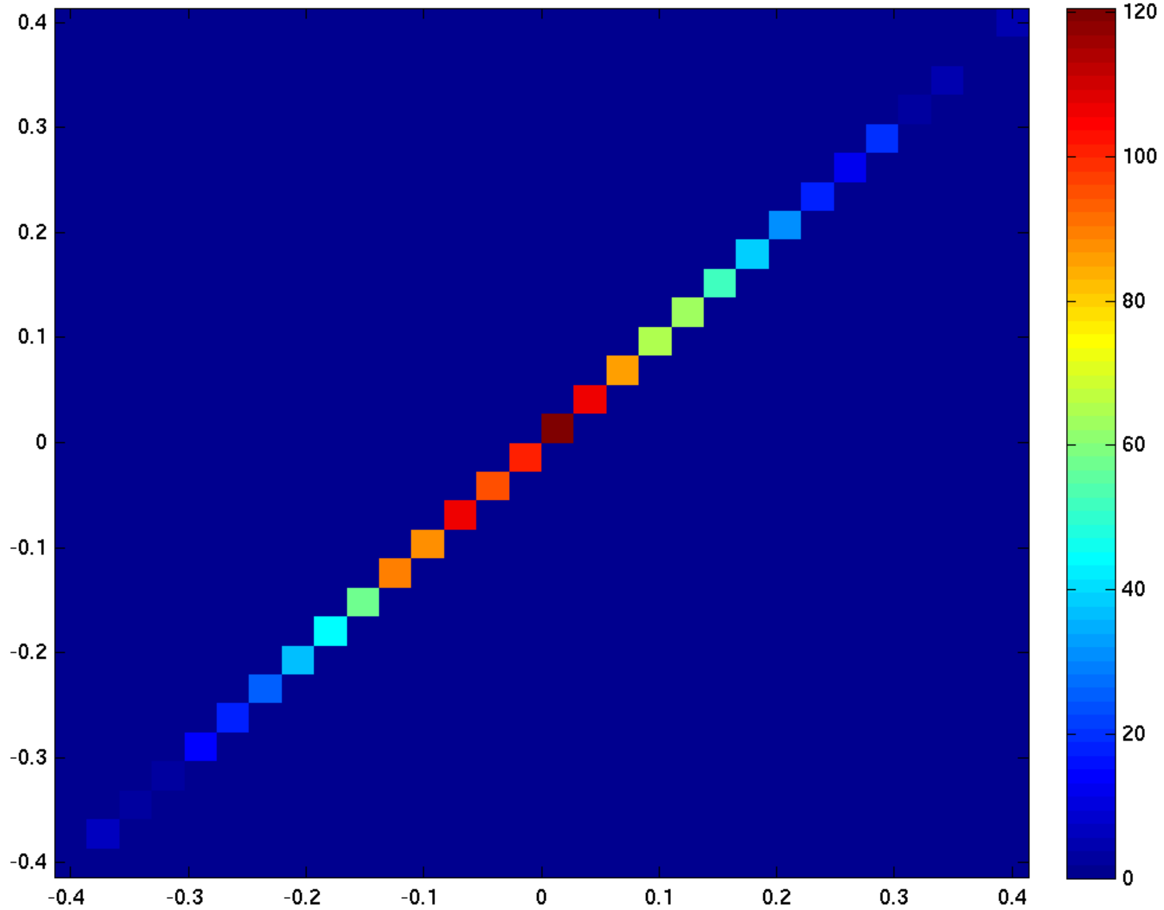
Sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti, n_1=10, n_2=11

$$p(x_1 \in interval_1, x_2 \in interval_2, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(x_1 \in interval_1, n_1 \;\; \textbf{AND} \;\; x_2 \in interval_2, n_2)}{\Omega |interval_1||interval_2|}$$



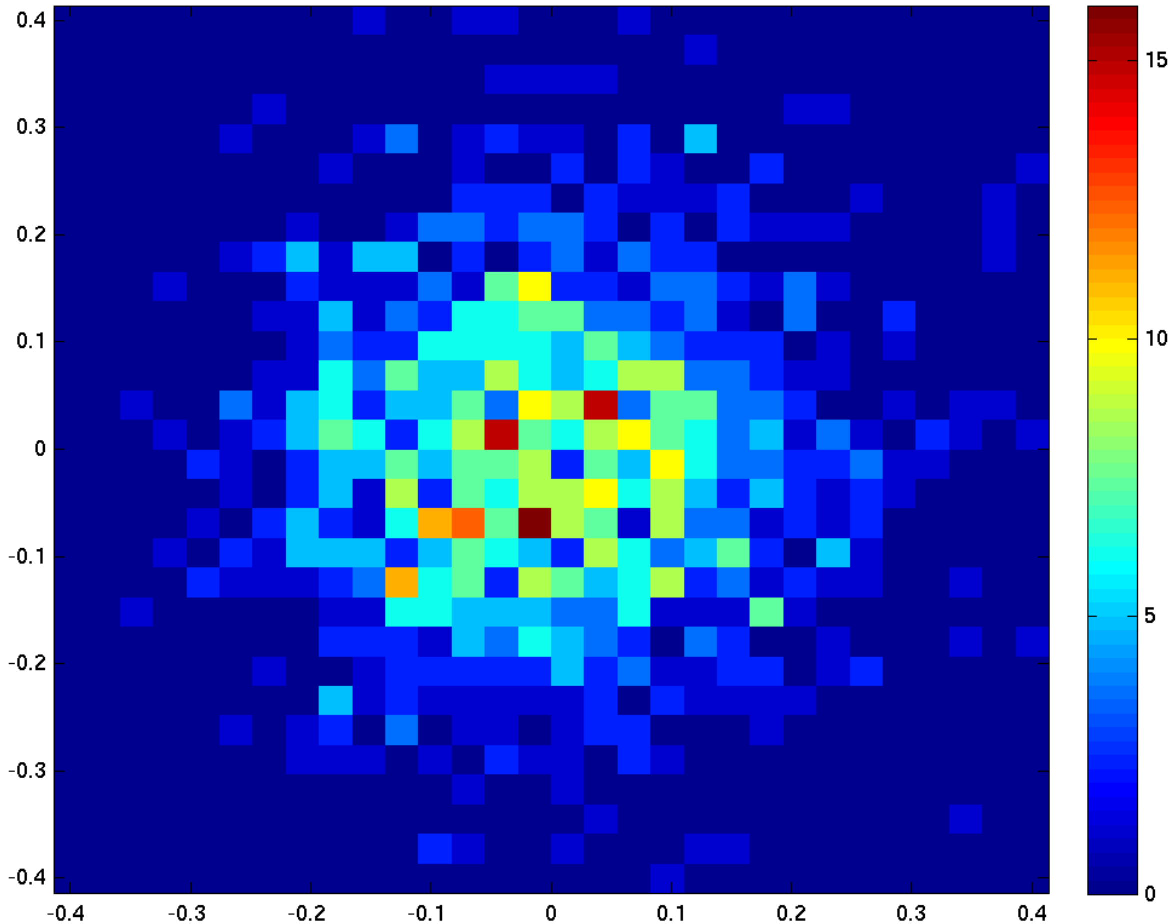
Sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti, n_1=10, n_2=10

$$p(x_1 \in interval_1, x_2 \in interval_2, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(x_1 \in interval_1, n_1 \;\; \mathbf{AND} \;\; x_2 \in interval_2, n_2)}{\Omega|interval_1||interval_2|}$$



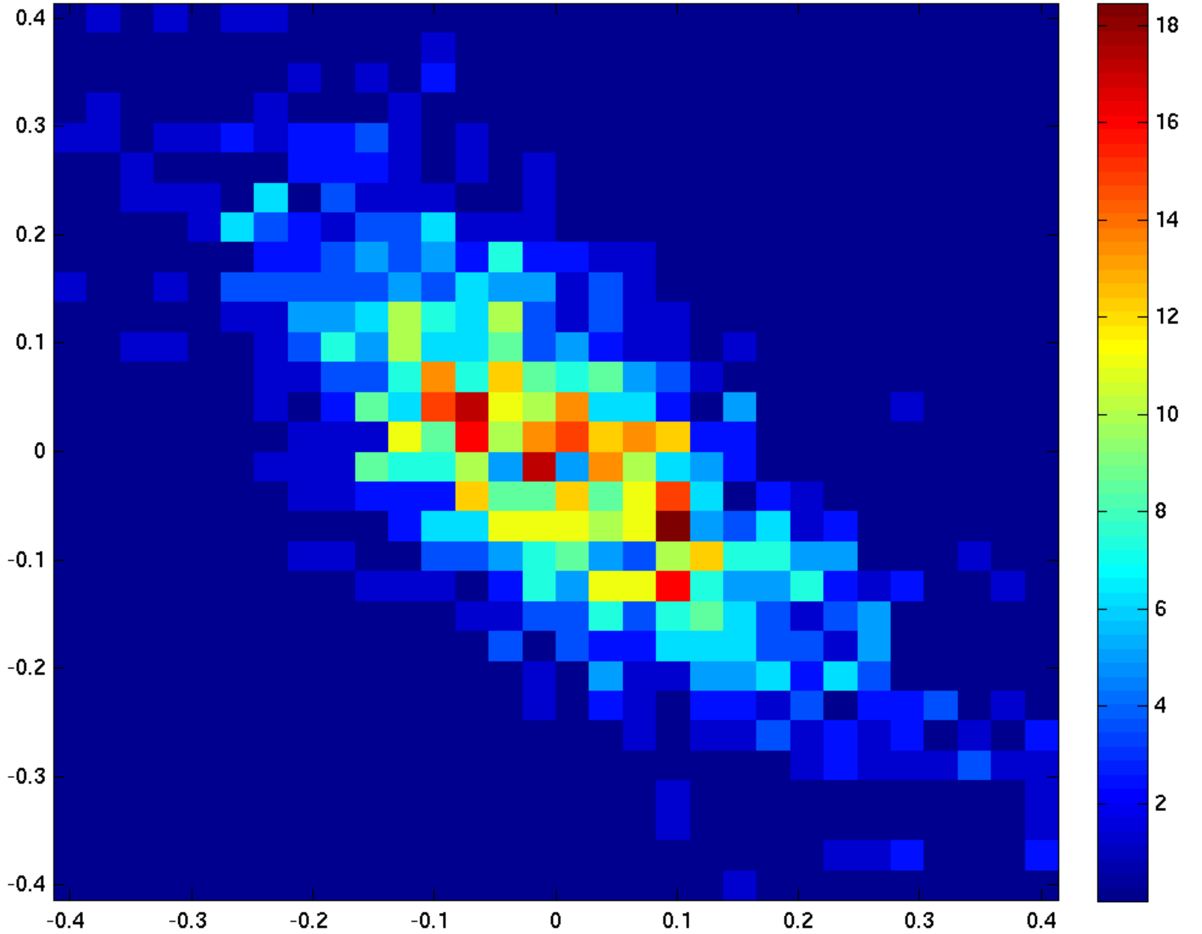
Sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti, n_1=10, n_2=16

$$p(x_1 \in interval_1, x_2 \in interval_2, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(x_1 \in interval_1, n_1 \;\; \textbf{AND} \;\; x_2 \in interval_2, n_2)}{\Omega |interval_1||interval_2|}$$



Sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti, n_1=10, n_2=23

$$p(x_1 \in interval_1, x_2 \in interval_2, n_1, n_2) = \frac{\text{count}(x_1 \in interval_1, n_1 \quad \textbf{AND} \quad x_2 \in interval_2, n_2)}{\Omega |interval_1||interval_2|}$$



Momenty

- Jednočíselné hodnoty charakterizující náhodný signál.
- Pořád ještě v určitém čase *n*
- Očekávání (expectation) něčeho

Očekávání = suma$_{\text{přes všechny možné hodnoty } x}$
pravděpodobnost (x)
krát to, co očekáváme

Někdy suma, někdy integrál …

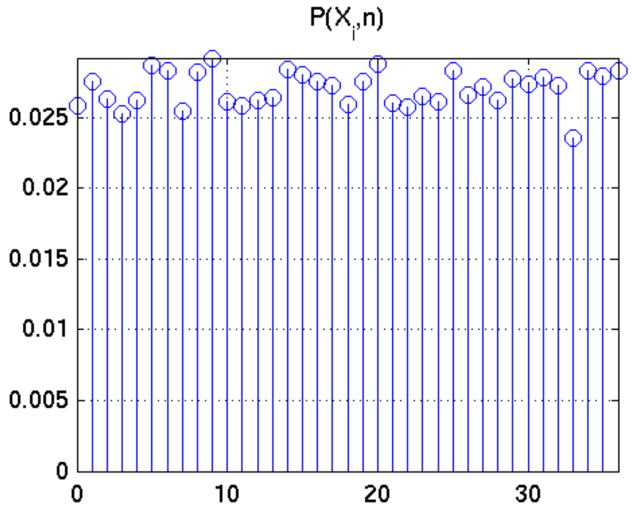
Střední hodnota

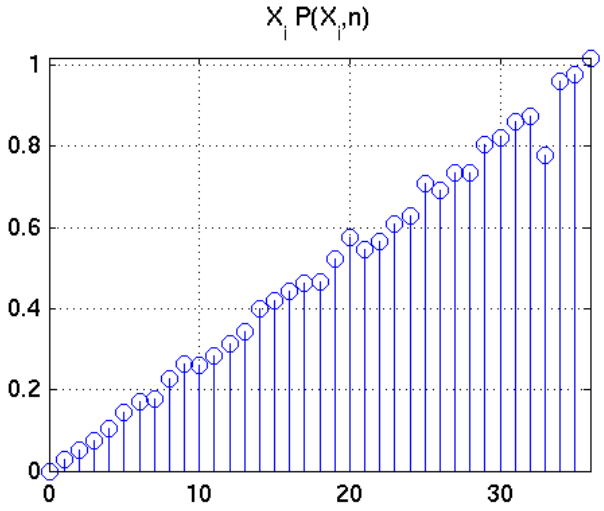
- Očekávání hodnoty

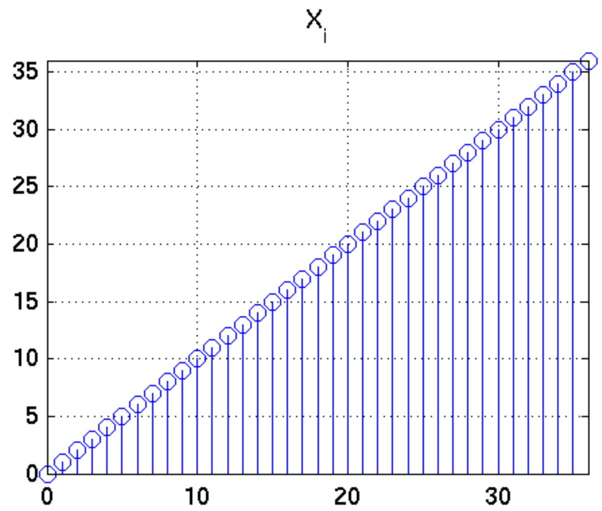
$$a[n] = E\{\xi[n]\}$$

Střední hodnota – diskrétní obor hodnot

$$a[n] = \sum_{\forall X_i} \mathcal{P}(X_i, n) X_i$$



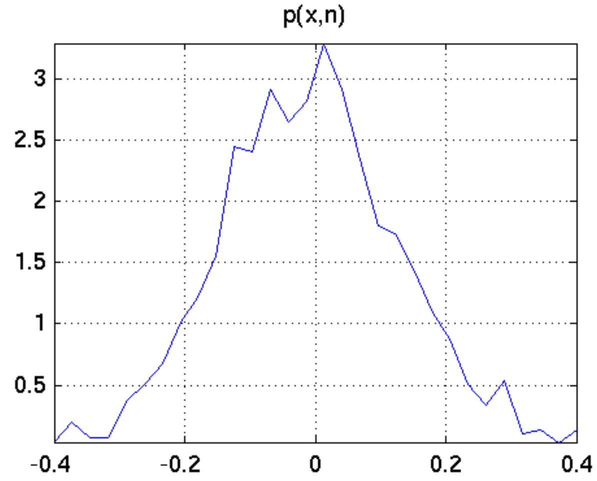


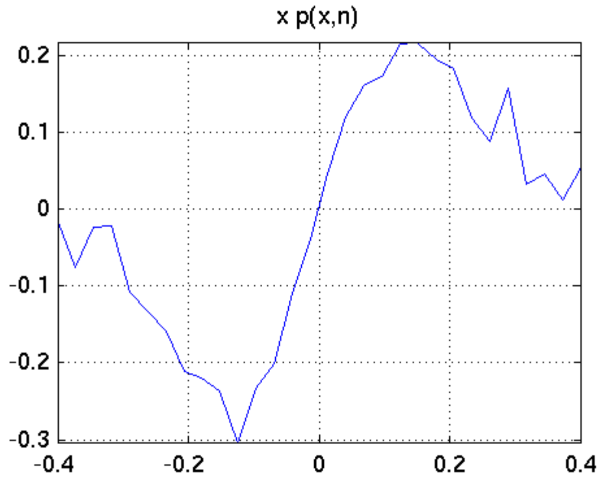


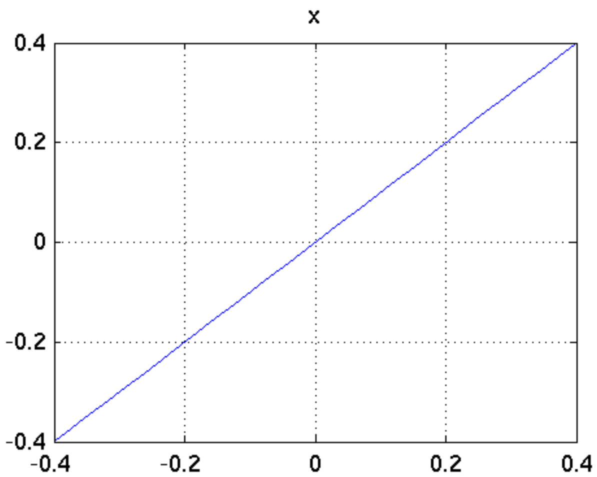
a[10] = 18.0422

Střední hodnota – spojitý obor hodnot

$$a[n] = \int_x p(x,n)x\,dx$$







a[10] = -0.0073

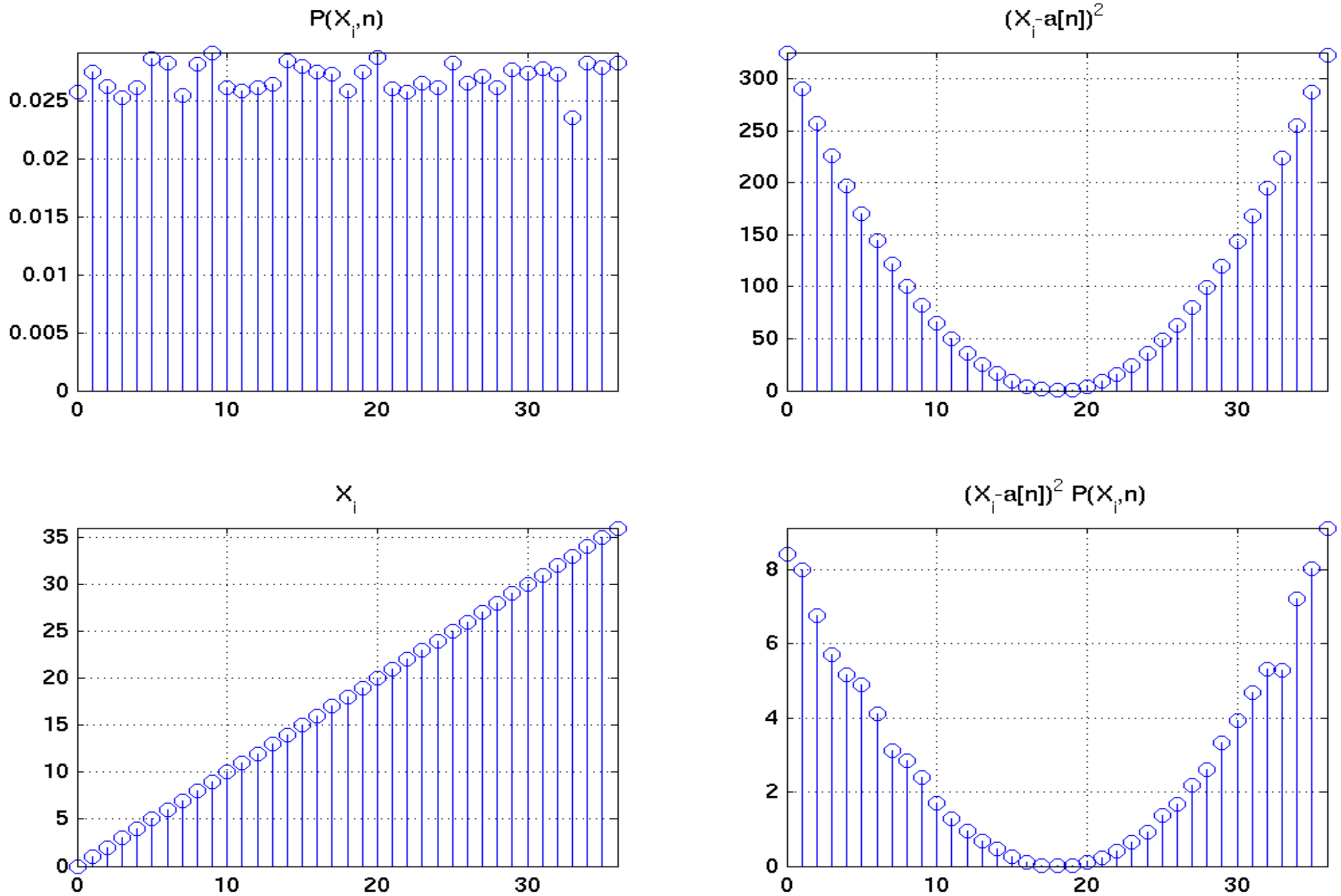
Rozptyl (variance)

- Očekávání ustředněné hodnoty na druhou
- Energie,výkon …

$$D[n] = E\{(\xi[n] - a[n])^2\}$$

Rozptyl – diskrétní obor hodnot

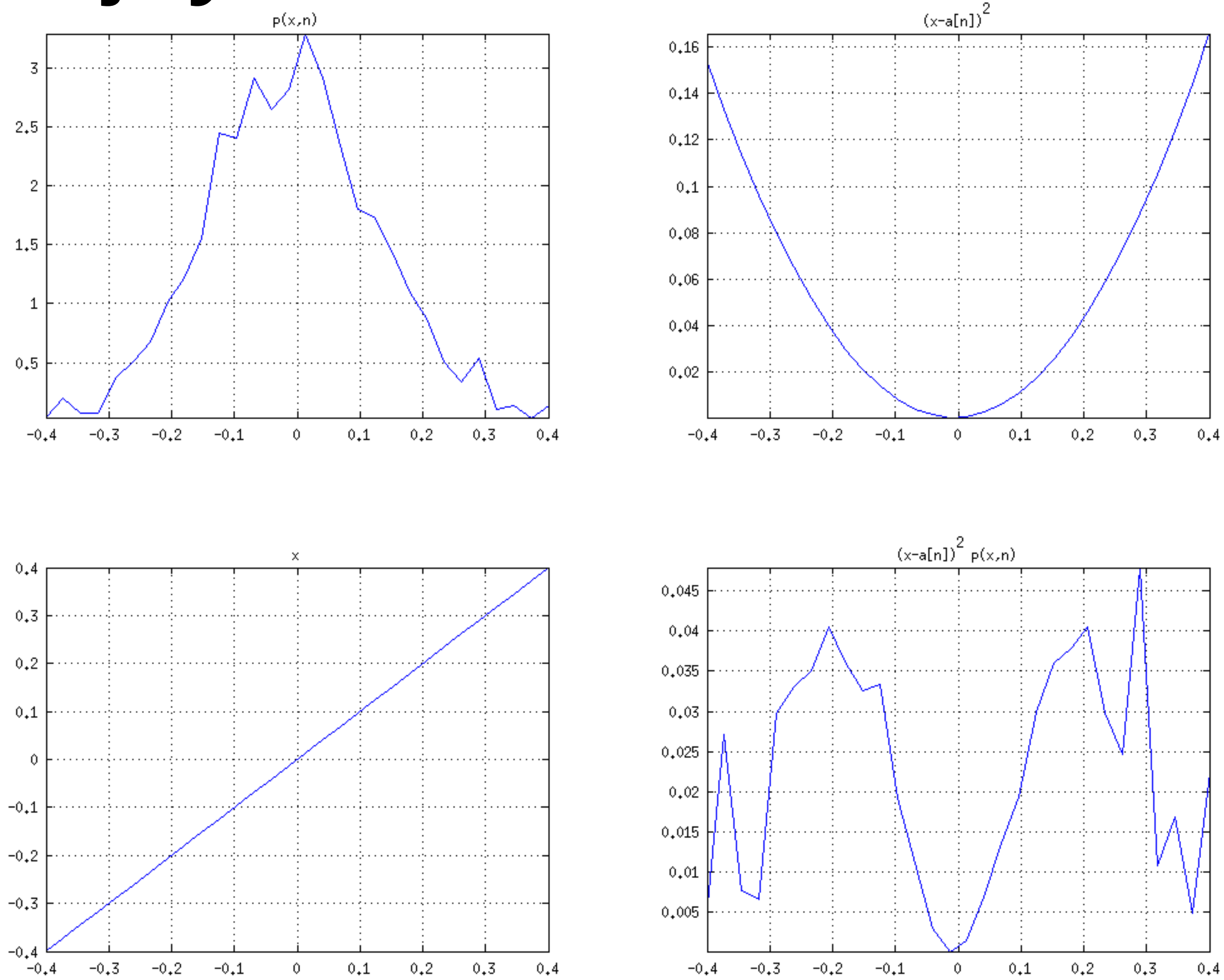
$$D[n] = \sum_{\forall X_i} \mathcal{P}(X_i, n)(X_i - a[n])^2$$



D[10] = 113.8563

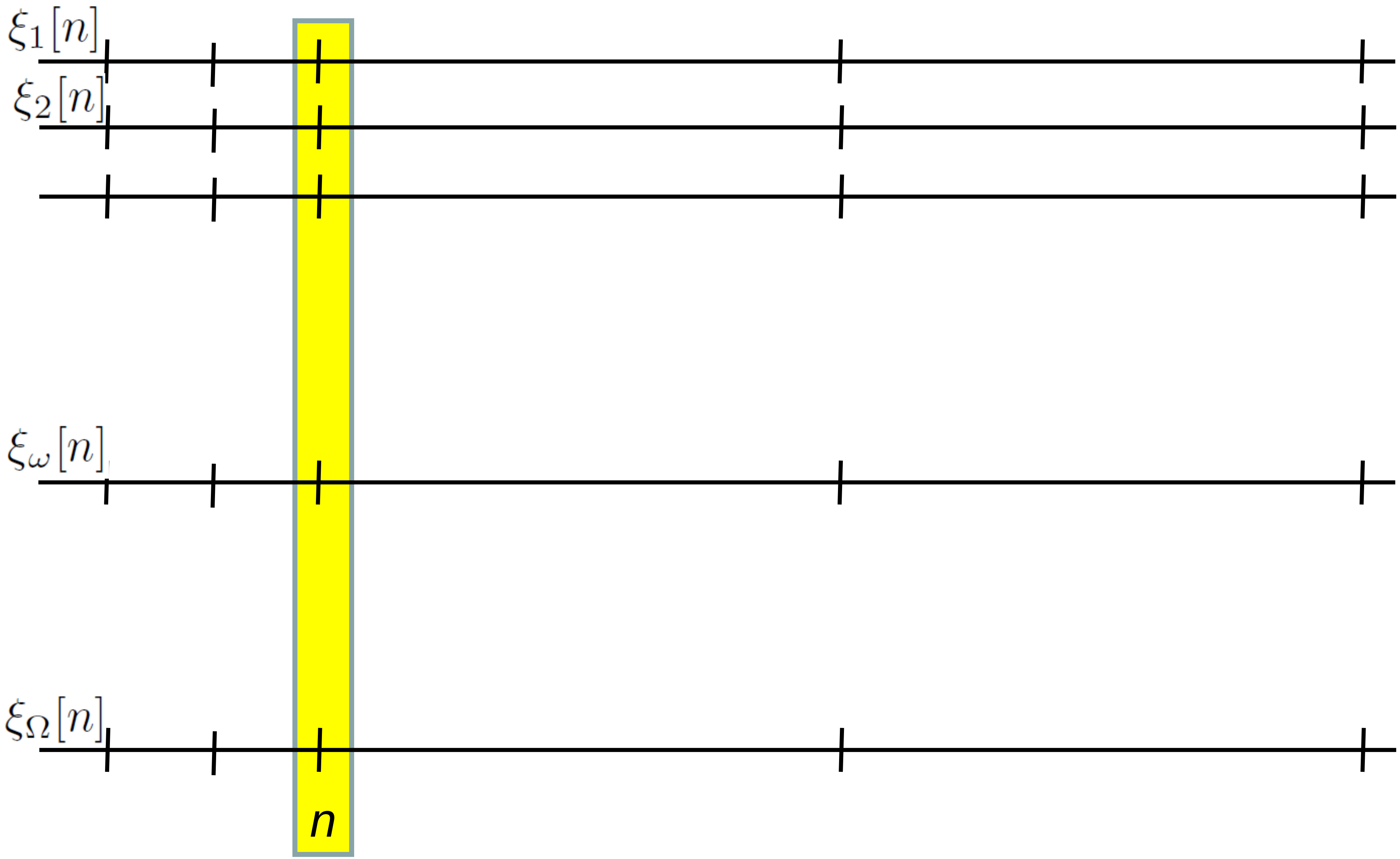
Rozptyl – spojitý obor hodnot

$$D[n] = \int_x p(x,n)(x-a[n])^2 dx$$



D[10] =0.0183

Souborové odhady



Toto znáte již ze ZŠ …

- Diskrétní obor hodnot (ruleta)
- $n_1 = 10$

$$\hat{a}[n] = \frac{1}{\Omega}\sum_{\omega=1}^{\Omega}\xi_\omega[n]$$

$\hat{a}[10] = 18.0422$

$$\hat{D}[n] = \frac{1}{\Omega}\sum_{\omega=1}^{\Omega}(\xi_\omega[n] - \hat{a}[n])^2$$

$\hat{D}[10] = 113.8563$

Toto znáte již ze ZŠ …

- Spojitý obor hodnot (voda)
- $n_1 = 10$

$$\hat{a}[n] = \frac{1}{\Omega}\sum_{\omega=1}^{\Omega}\xi_\omega[n]$$

$\hat{a}[10] = -0.0069$

$$\hat{D}[n] = \frac{1}{\Omega}\sum_{\omega=1}^{\Omega}(\xi_\omega[n] - \hat{a}[n])^2$$

$\hat{D}[10] = 0.0183$

… Rovnice jsou stejné ☺

Korelační koeficient

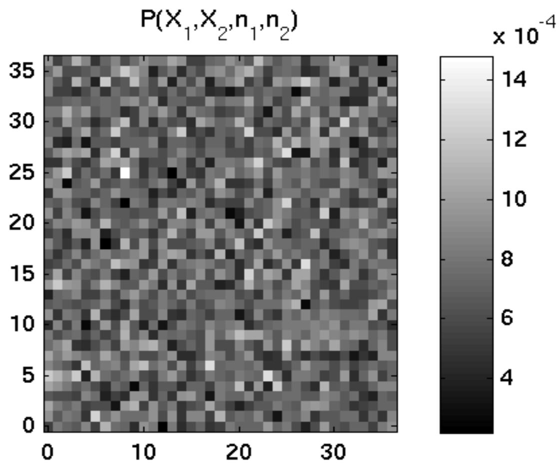
- Očekávání násobení dvou hodnot z dvou různých časů

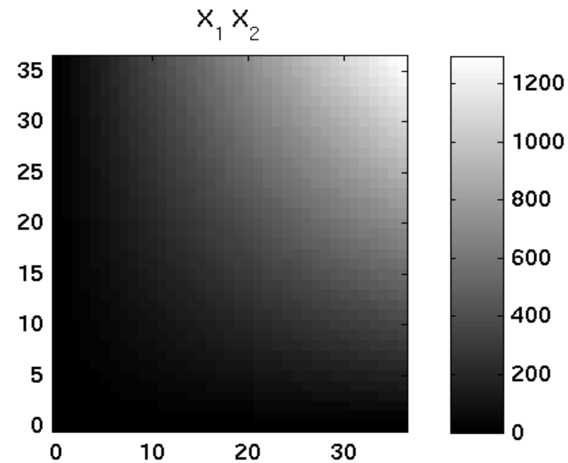
$$R[n_1, n_2] = E\{\xi[n_1]\xi[n_2]\}$$

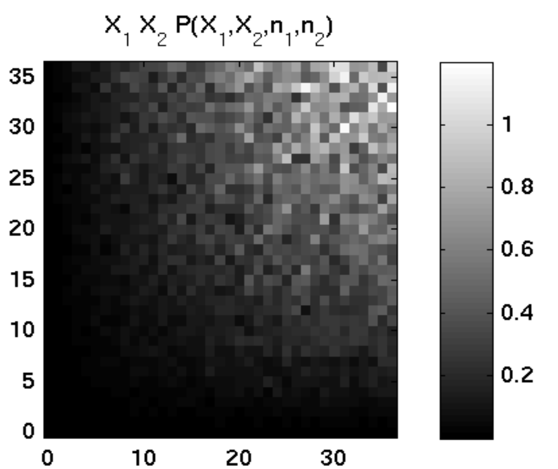
- Co znamená, když je $R[n_1, n_2]$
  - Velký ?
  - Malý nebo nula ?
  - Velký záporný ?

Diskrétní obor hodnot, n_1=*10*, n_1=*11*

$$R[n_1, n_2] = \sum_{\forall X_1} \sum_{\forall X_2} \mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2) X_1 X_2$$



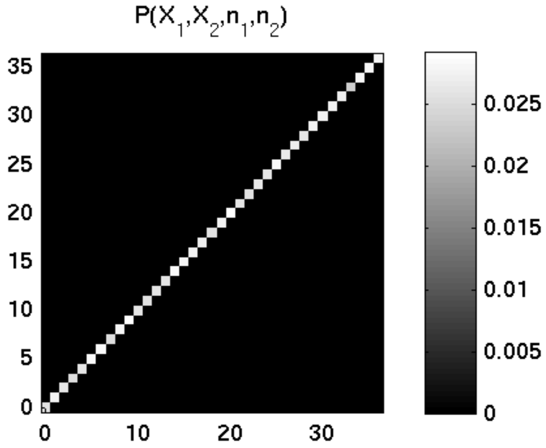


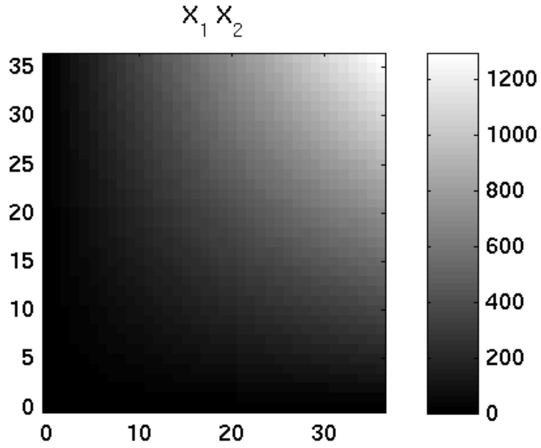


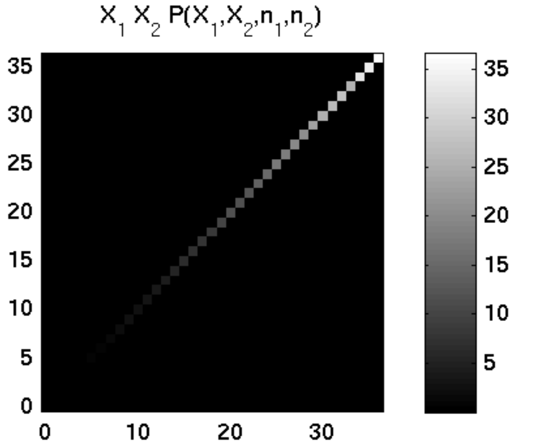
R[10,11] = 324.2020

Diskrétní obor hodnot, $n_1=10$, $n_2=10$

$$R[n_1, n_2] = \sum_{\forall X_1} \sum_{\forall X_2} \mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2) X_1 X_2$$



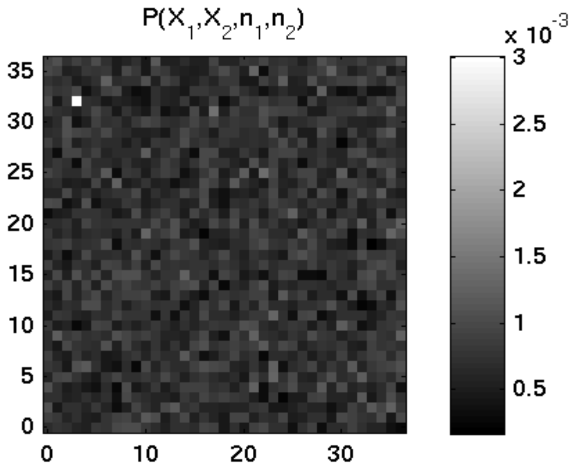


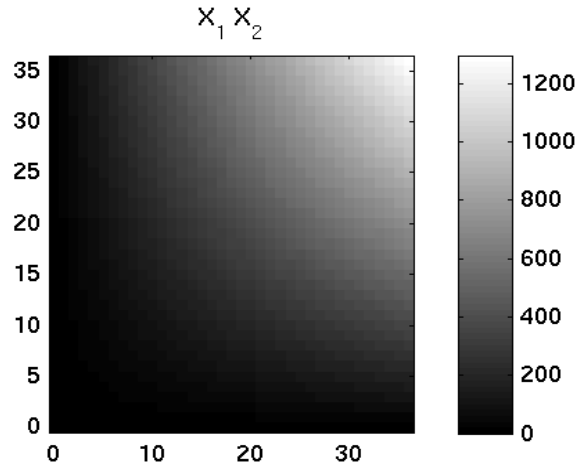


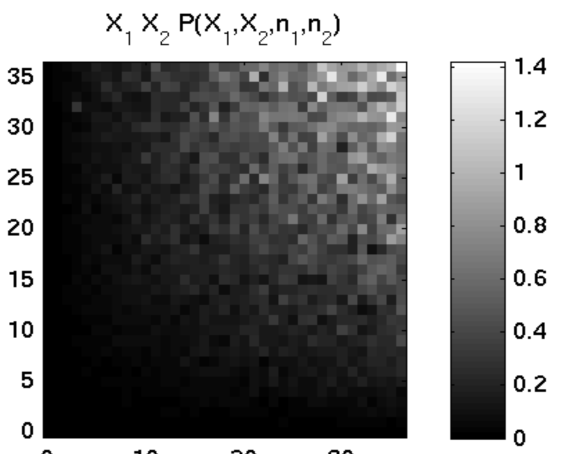
R[10,10] = 439.3770

Diskrétní obor hodnot, *n_1=10, n_2=13*

$$R[n_1, n_2] = \sum_{\forall X_1} \sum_{\forall X_2} \mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2) X_1 X_2$$



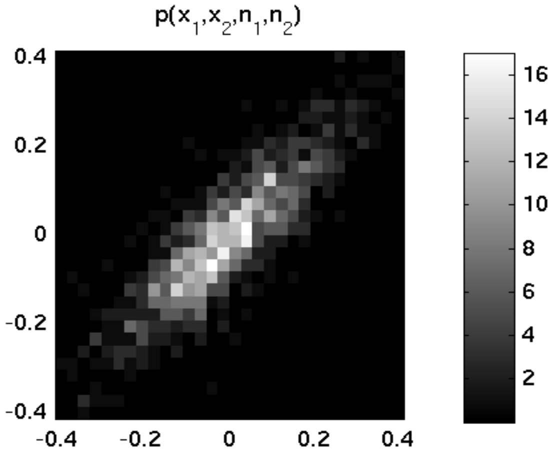


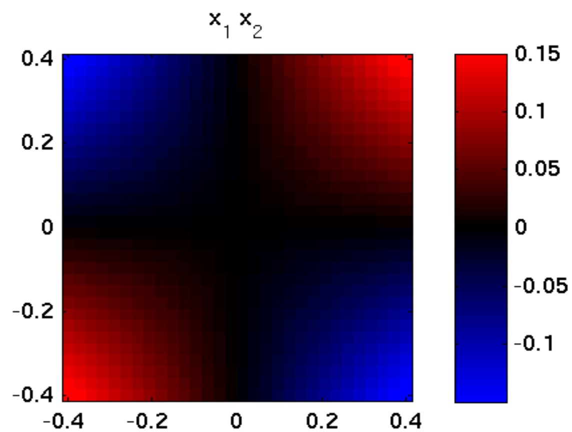


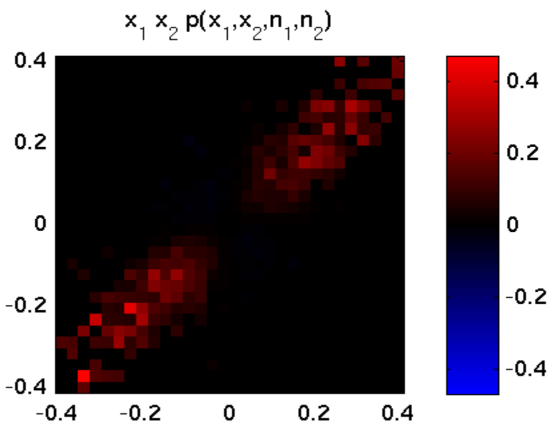
R[10,13] = 326.9284

Spojitý obor hodnot, n_1=10, n_2=11

$$R[n_1, n_2] = \int_{x_1} \int_{x_2} p(x_1, x_2, n_1, n_2) x_1 x_2 dx_1 dx_2$$



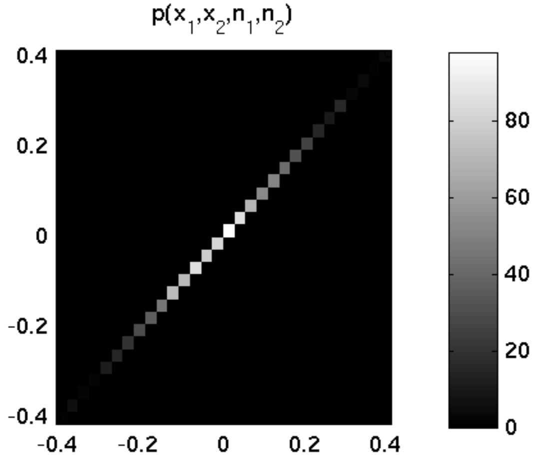


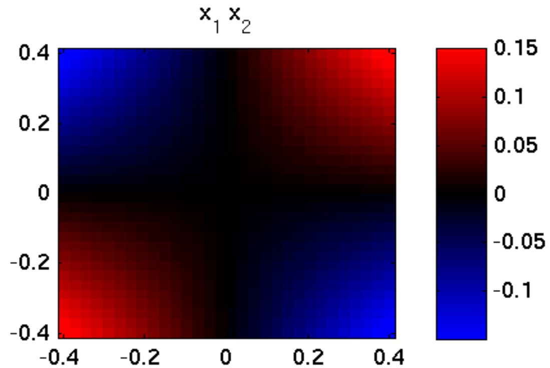


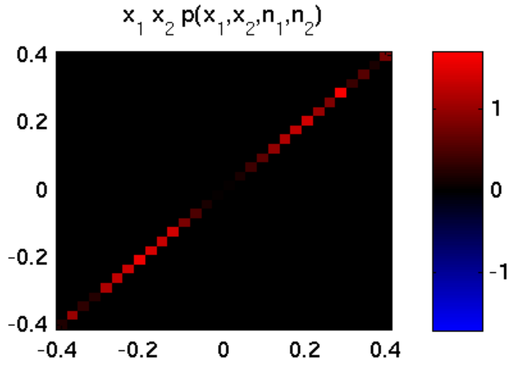
R[10,11] =0.0159

Spojitý obor hodnot, n_1=10, n_2=10

$$R[n_1, n_2] = \int_{x_1} \int_{x_2} p(x_1, x_2, n_1, n_2) x_1 x_2 dx_1 dx_2$$



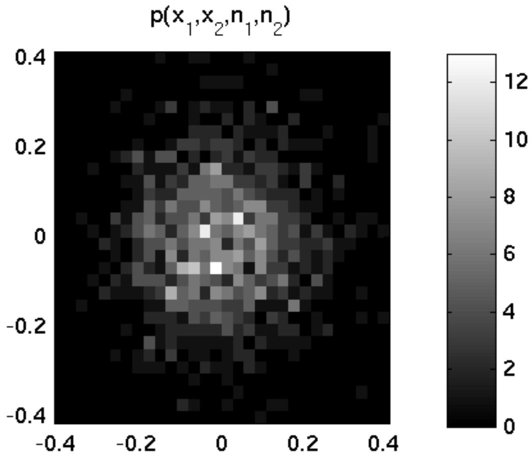


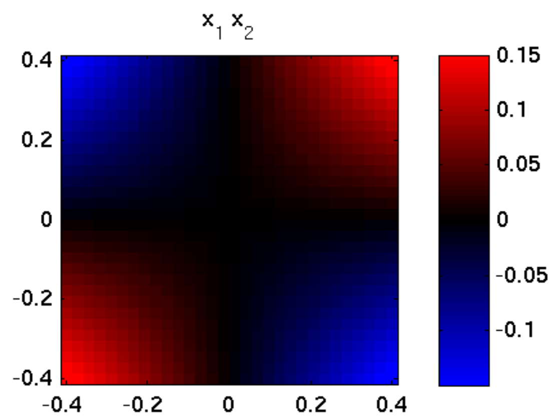


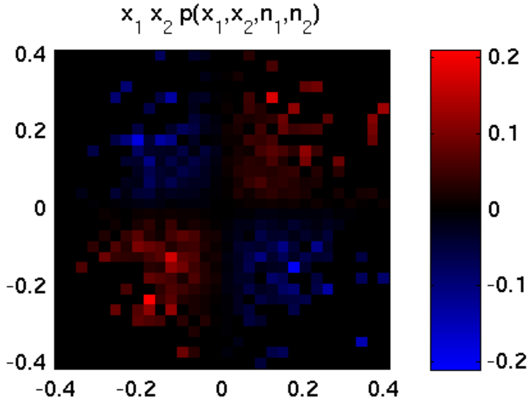
R[10,10] =0.0184

Spojitý obor hodnot, n_1=10, n_2=16

$$R[n_1, n_2] = \int_{x_1} \int_{x_2} p(x_1, x_2, n_1, n_2) x_1 x_2 dx_1 dx_2$$



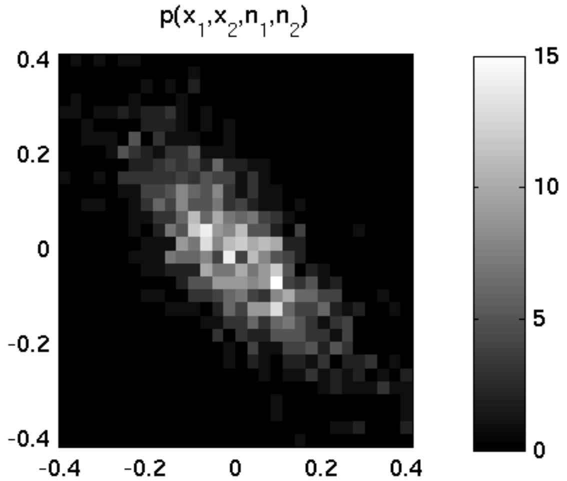


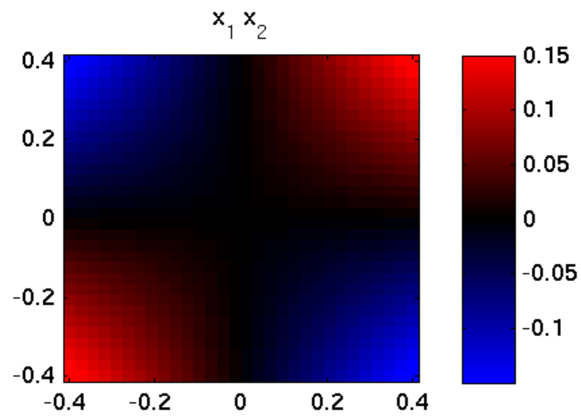


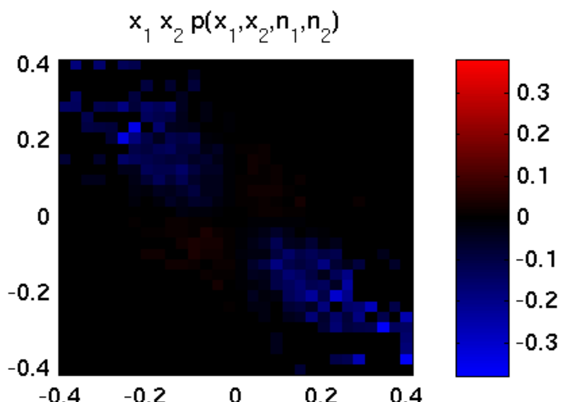
R[10,16] = 0.00038

Spojitý obor hodnot, $n_1=10$, $n_2=23$

$$R[n_1,n_2] = \int_{x_1}\int_{x_2} p(x_1,x_2,n_1,n_2)x_1x_2dx_1dx_2$$

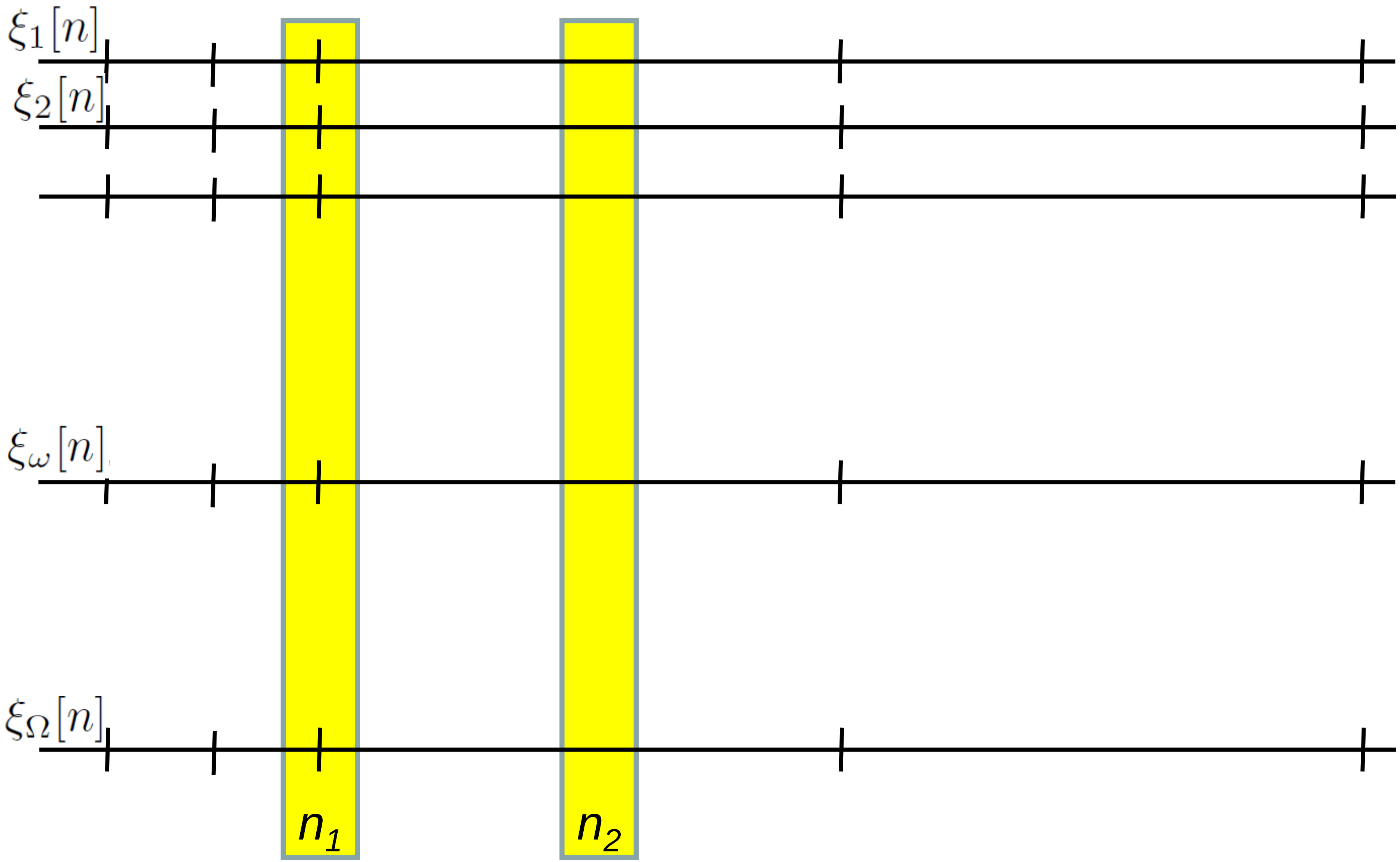






R[10,23] = -0.0139

Přímý souborový odhad



Diskrétní obor hodnot

$$\hat{R}[n_1, n_2] = \frac{1}{\Omega} \sum_{\omega=1}^{\Omega} \xi_\omega[n_1] \xi_\omega[n_2]$$

R[10,10] = 439.3770

R[10,11] = 324.2020

R[10,13] = 326.9284

Spojitý obor hodnot

$$\hat{R}[n_1, n_2] = \frac{1}{\Omega} \sum_{\omega=1}^{\Omega} \xi_\omega[n_1] \xi_\omega[n_2]$$

R[10,10] = 0.0183

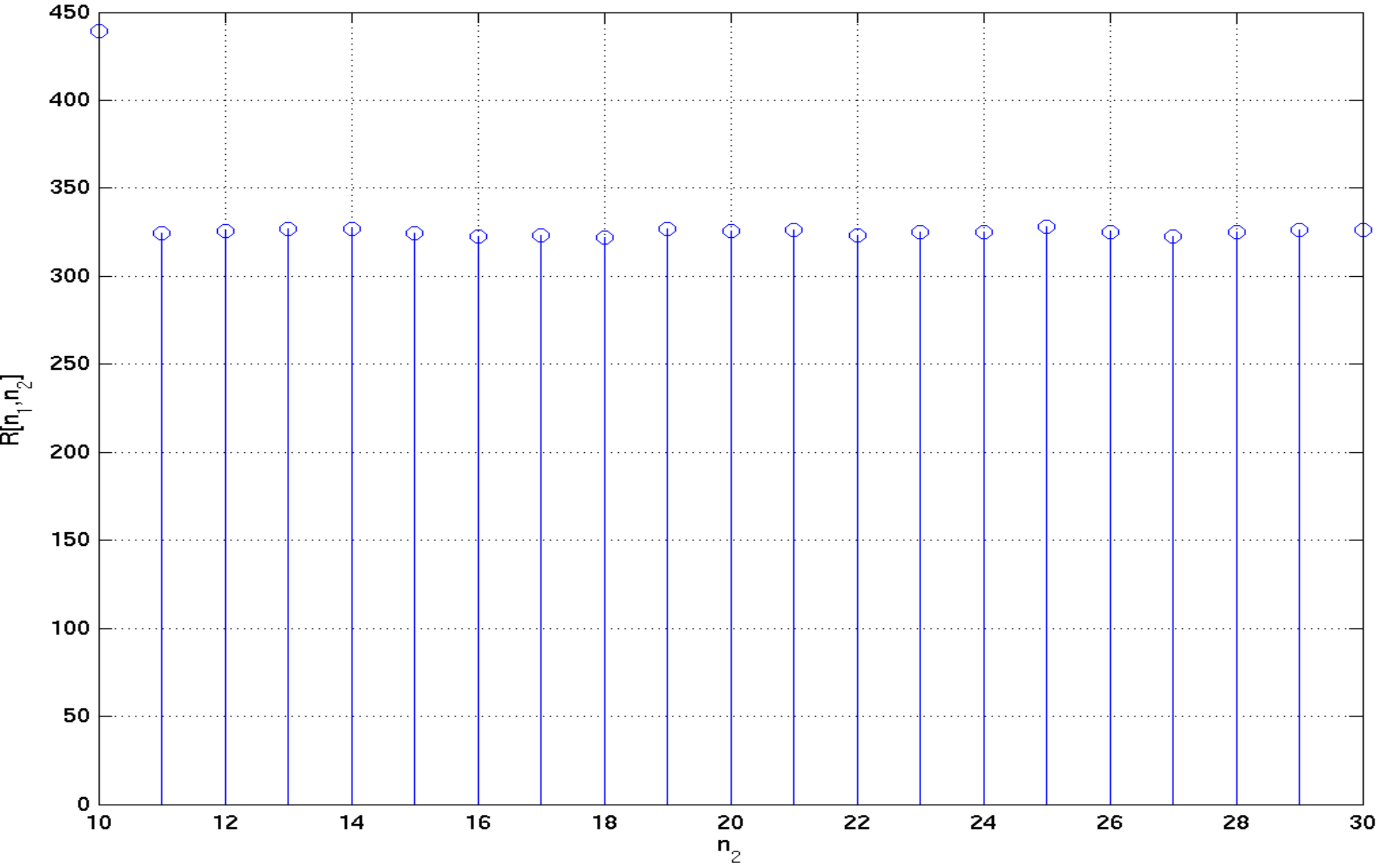
R[10,11] = 0.0160

R[10,16] = 3.8000e-04

R[10, 23] = -0.0140

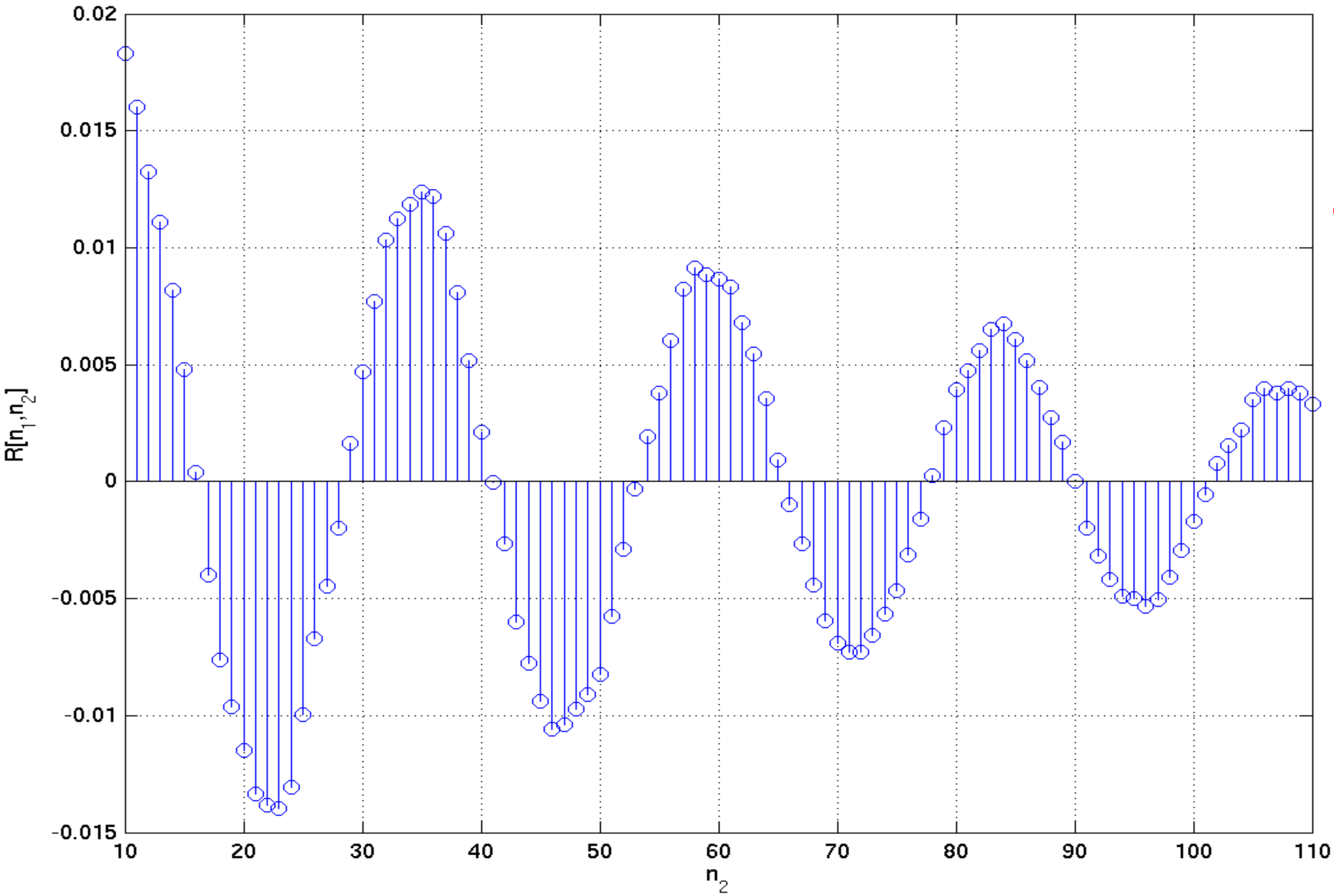
Stejné rovnice ☺

Sekvence korelačních koeficientů - ruleta



Užitečné ???

Sekvence korelačních koeficientů - voda



Zajímavé !!!

Stacionarita

- Chování stacionárního náhodného procesu se nemění v čase (nebo doufáme, že ne …)
- Veličiny a funkce nejsou závislé na čase *n*
- Korelační koeficienty nejsou závislé na n_1 a n_2, ale jen na jejich rozdílu k = n_2-n_1

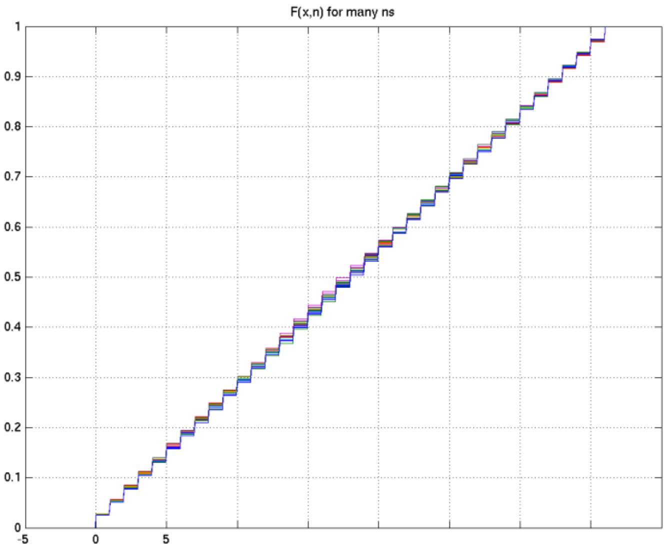
$$F(x,n) \to F(x) \quad p(x,n) \to p(x)$$

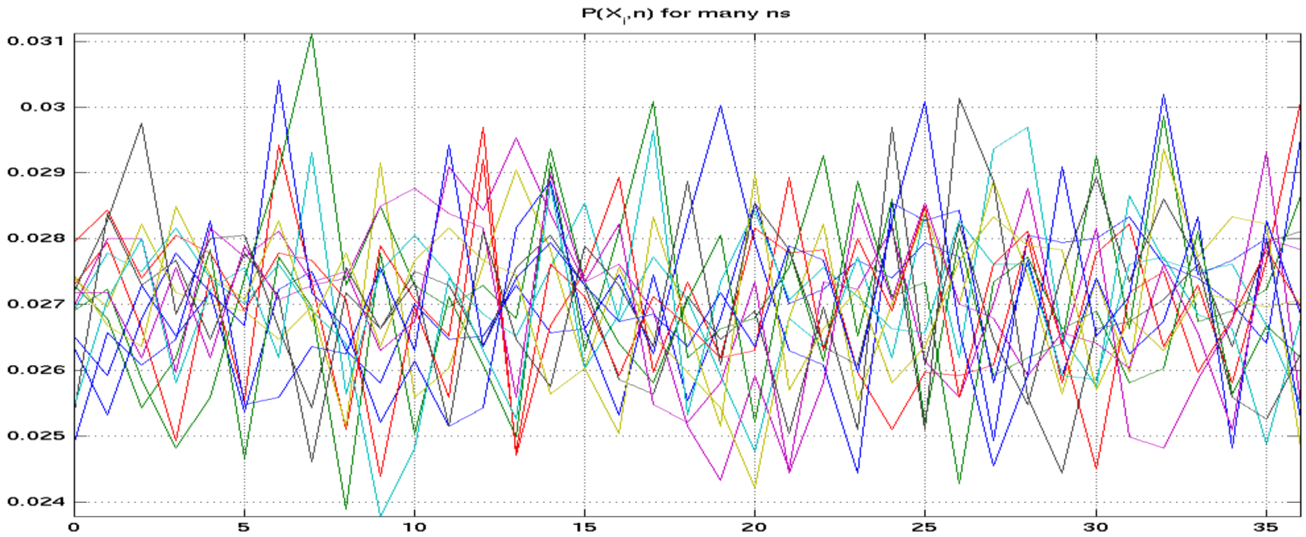
$$a[n] \to a \quad D[n] \to D \quad \sigma[n] \to \sigma$$

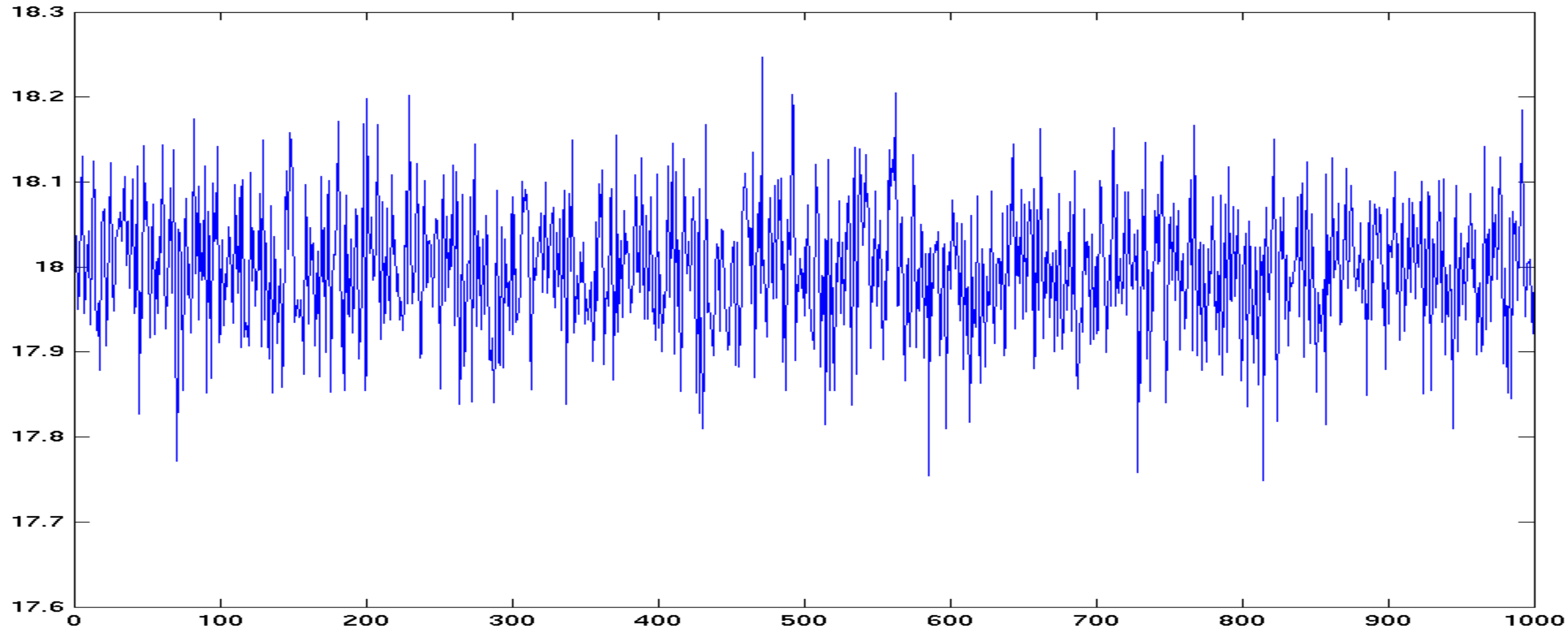
$$p(x_1,x_2,n_1,n_2) \to p(x_1,x_2,k)$$

$$R[n_1,n_2] \to R(k)$$

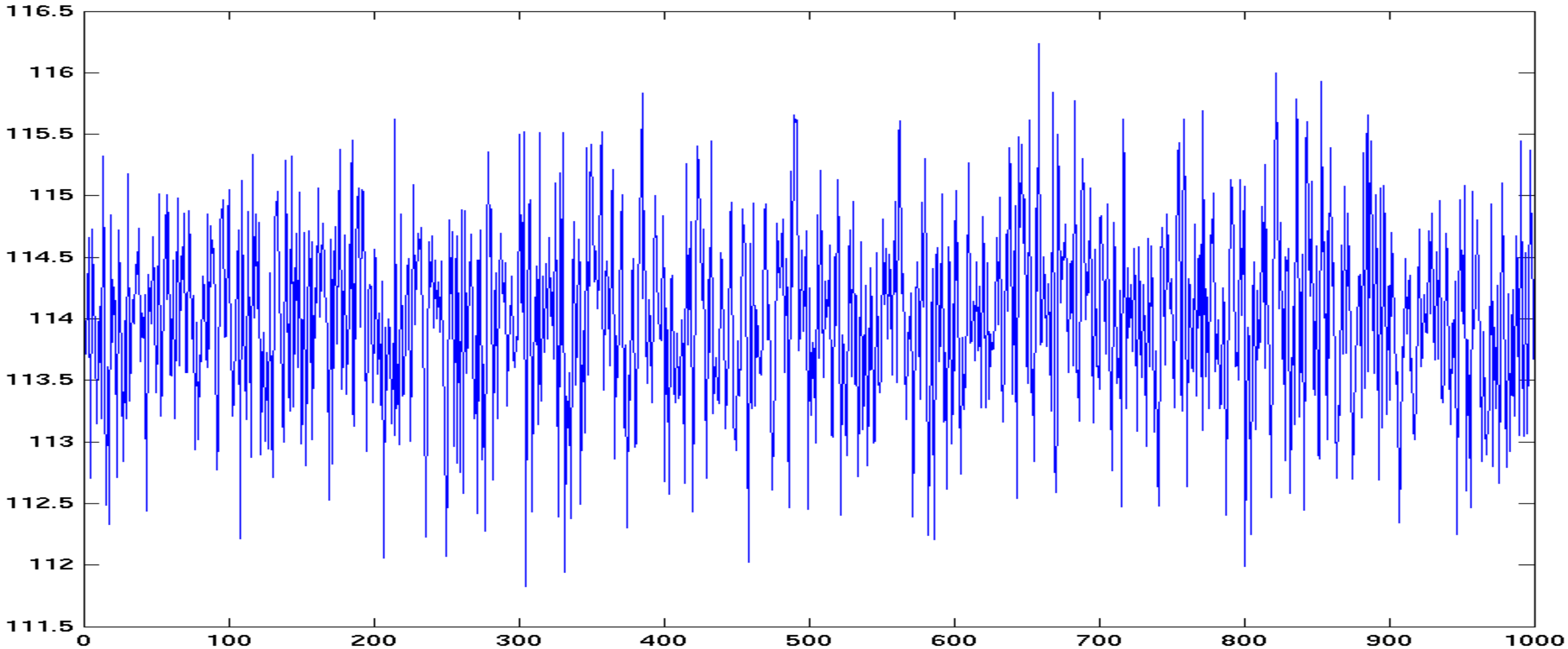
Je ruleta stacionární ?



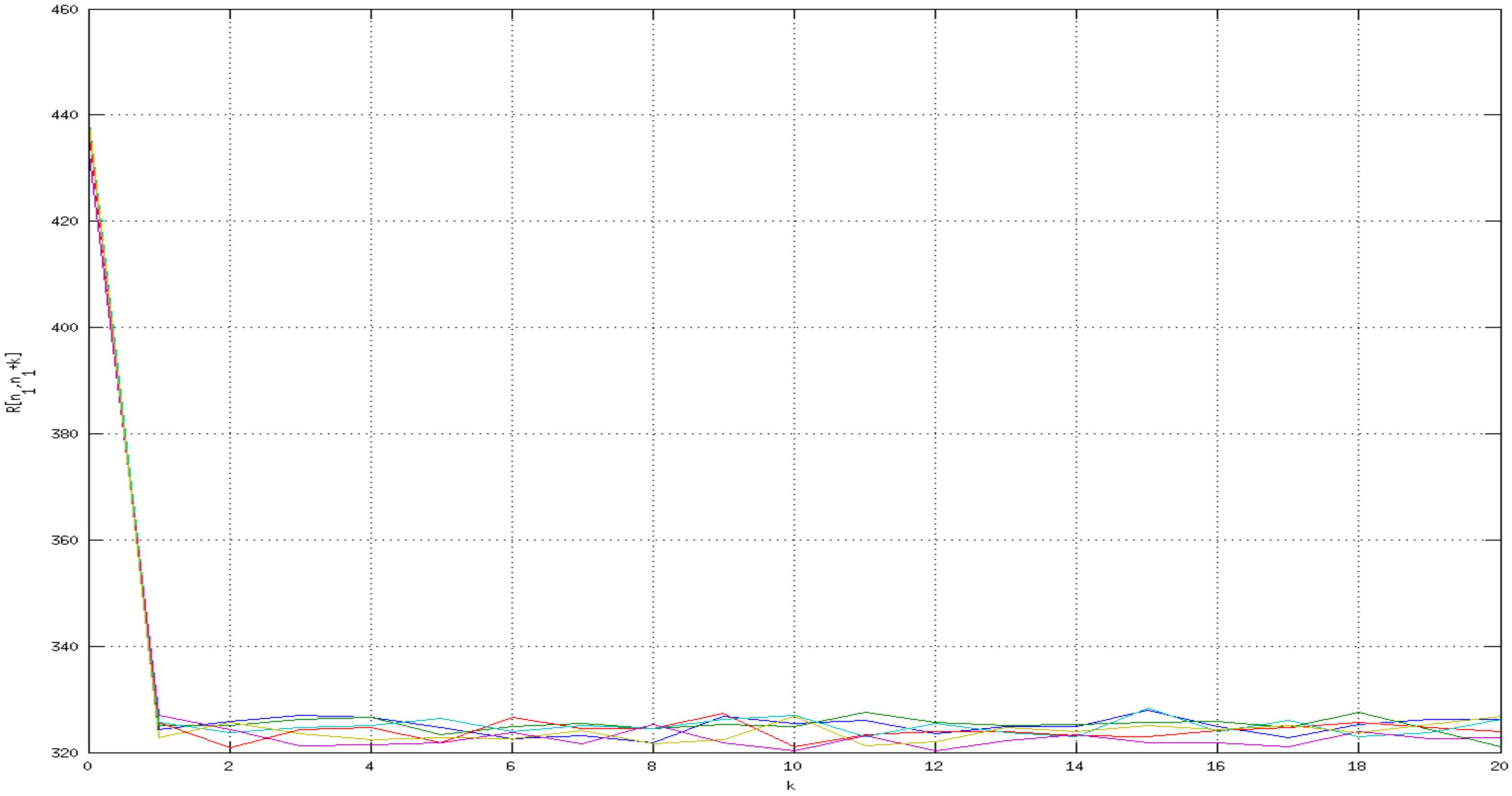




18.3
18.2
18.1
18
17.9
17.8
17.7
17.6
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

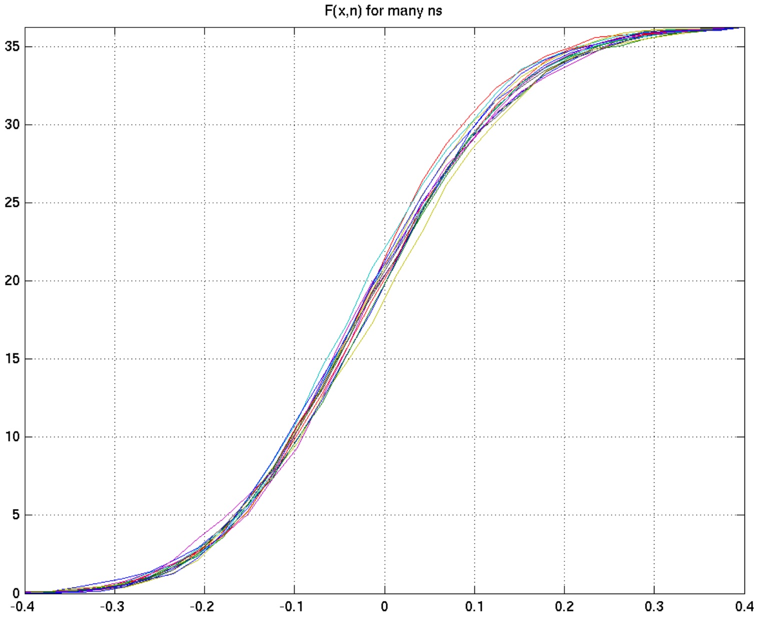


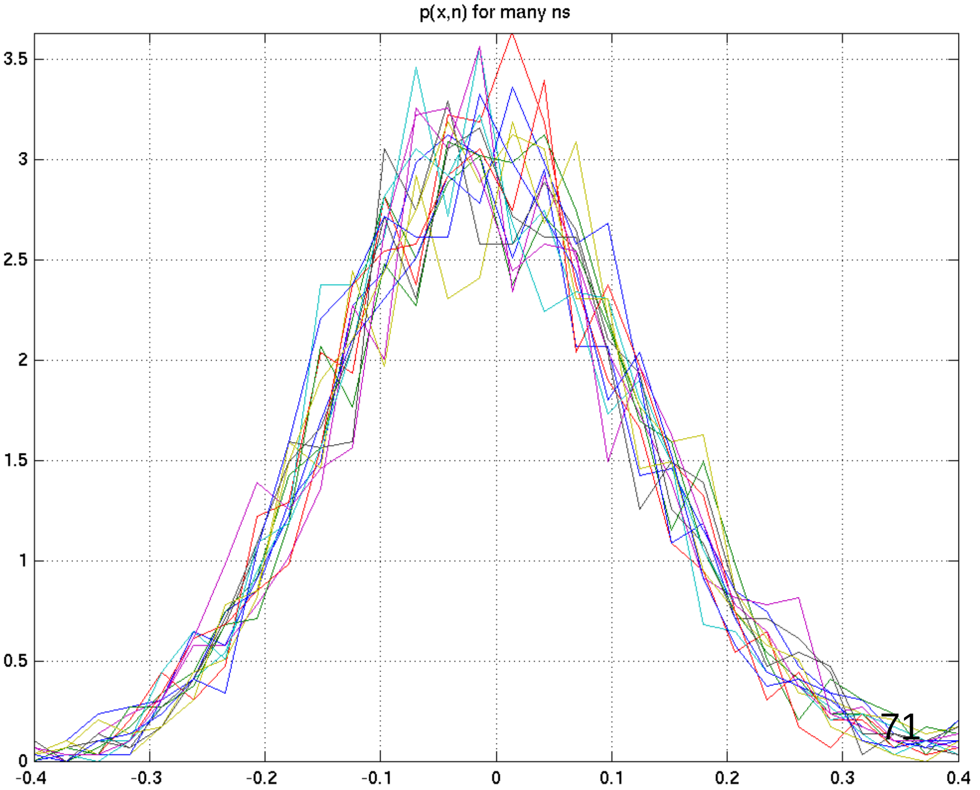
116.5
116
115.5
115
114.5
114
113.5
113
112.5
112
111.5
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

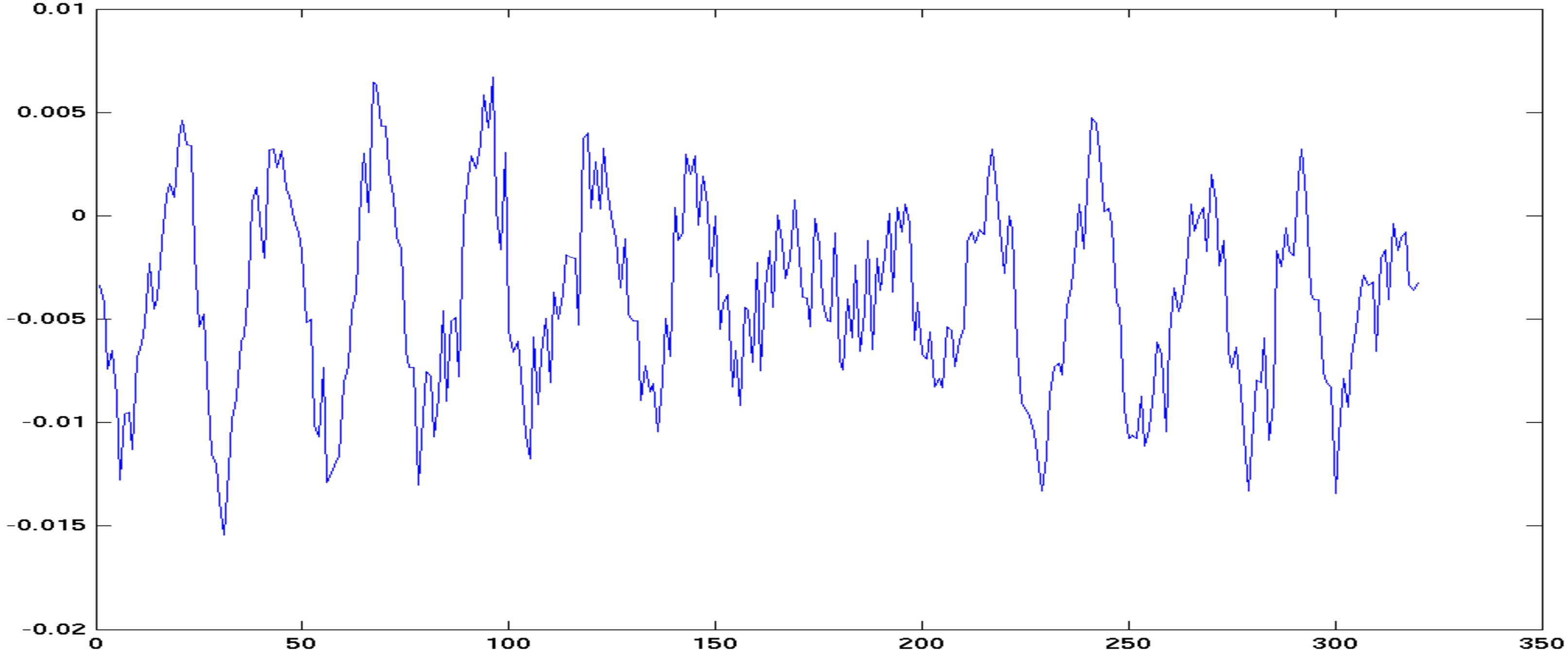


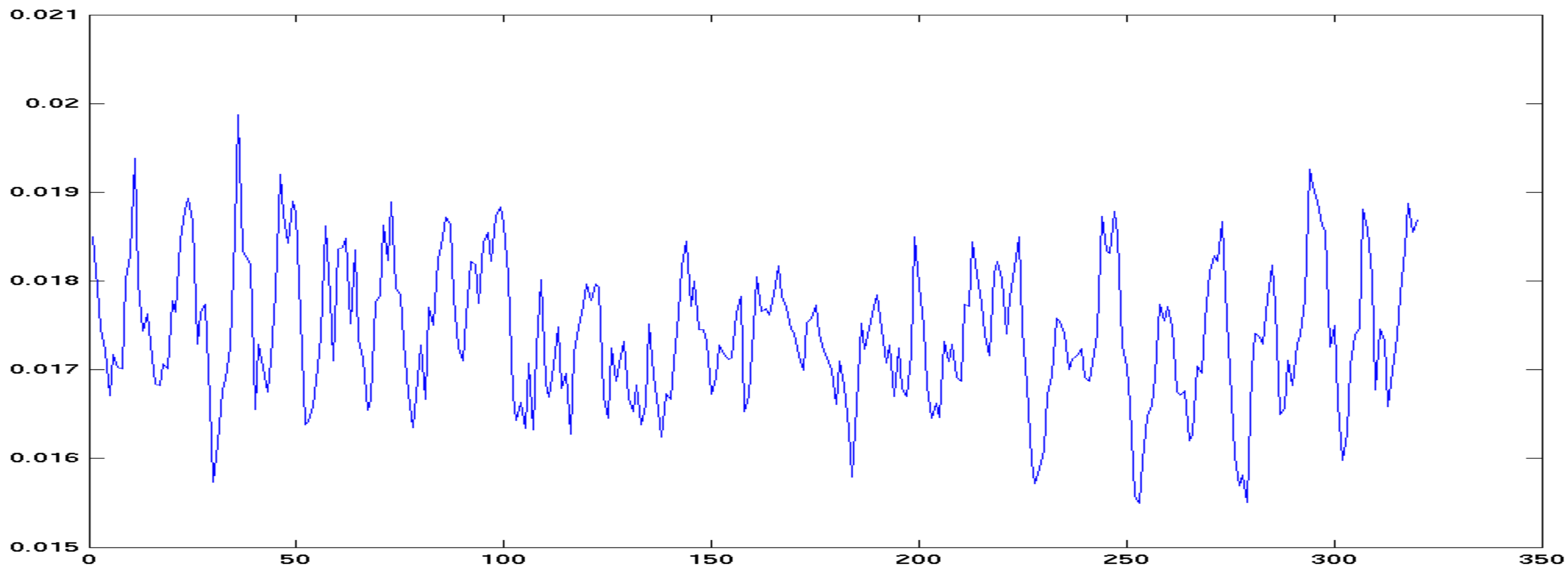
Stationary

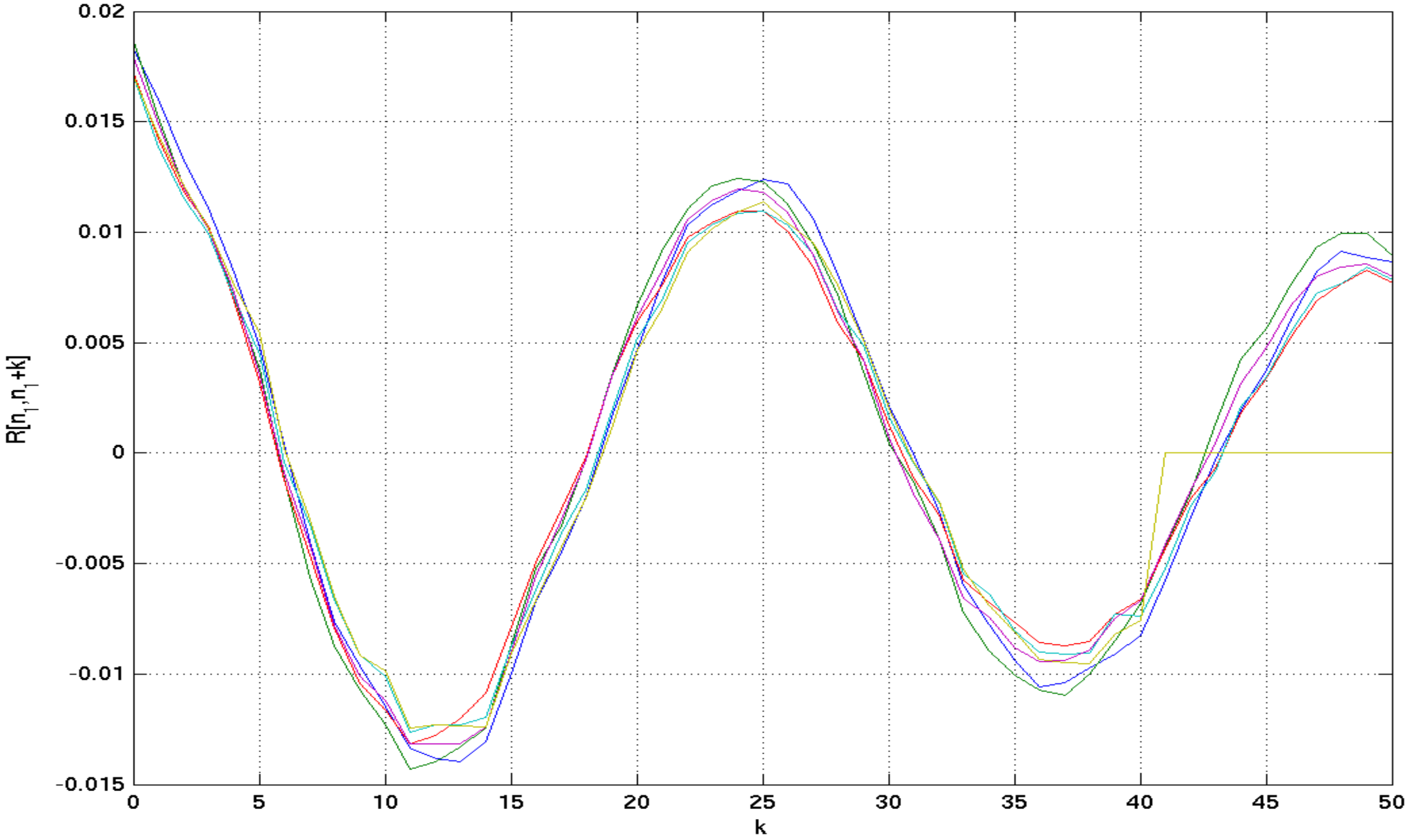
Je voda stacionární ?






0.01
0.005
0
-0.005
-0.01
-0.015
-0.02
0
50
100
150
200
250
300
350


0.021
0.02
0.019
0.018
0.017
0.016
0.015
0
50
100
150
200
250
300
350


0.02
0.015
0.01
0.005
0
-0.005
-0.01
-0.015
R[n1,n1+k]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
k

Stationary

Ergodicita

- Parametry se dají odhadnout z jediné realizace

… nebo alespoň doufáme

… většinou nám stejně nic jiného nezbývá.

$$\cancel{\xi_\omega[n]} \quad \Rightarrow \quad \xi[n]$$

Časové odhady

$$\hat{a} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \xi[n] \qquad \hat{D} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} [\xi[n] - \hat{a}]^2 \qquad \hat{\sigma} = \sqrt{\hat{D}}$$

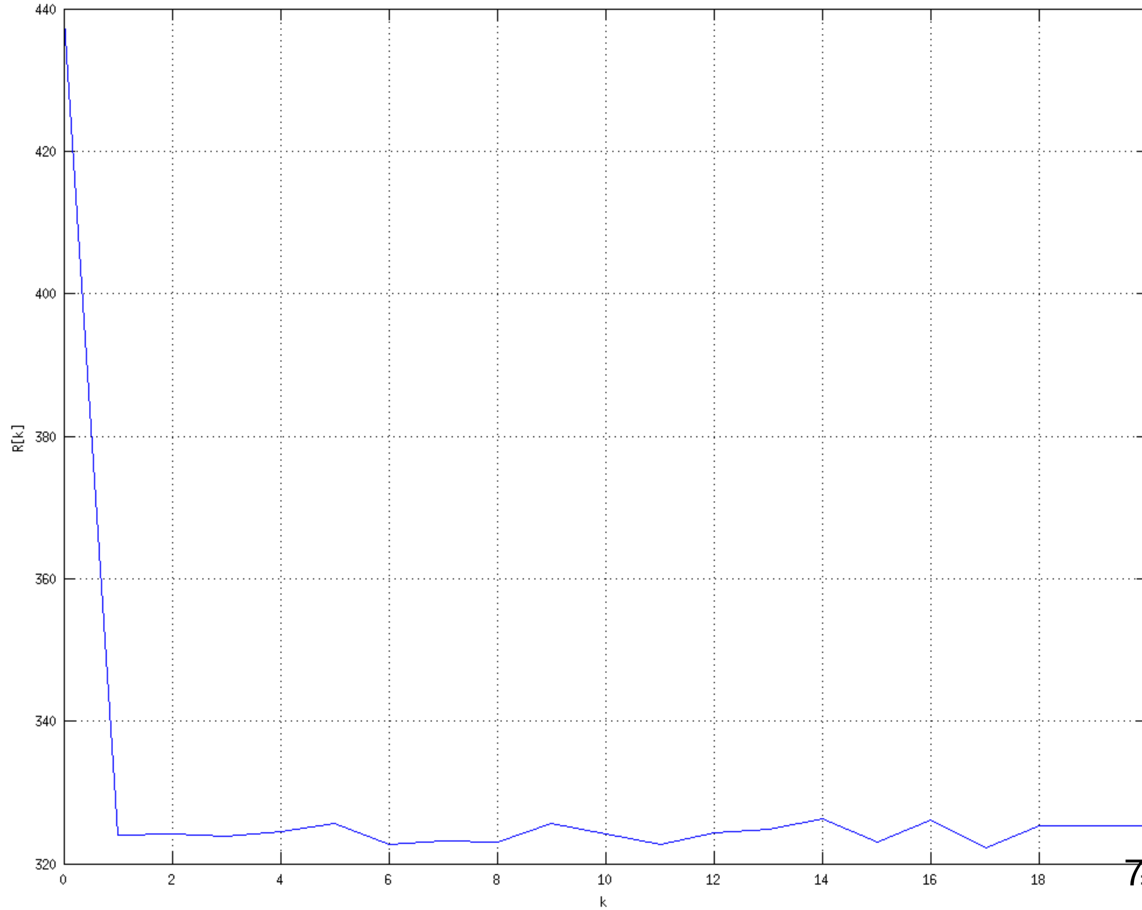
$$\hat{R}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \xi[n]\xi[n+k]$$

Ruleta

a = 18.0348

D = 114.4742

R[k]

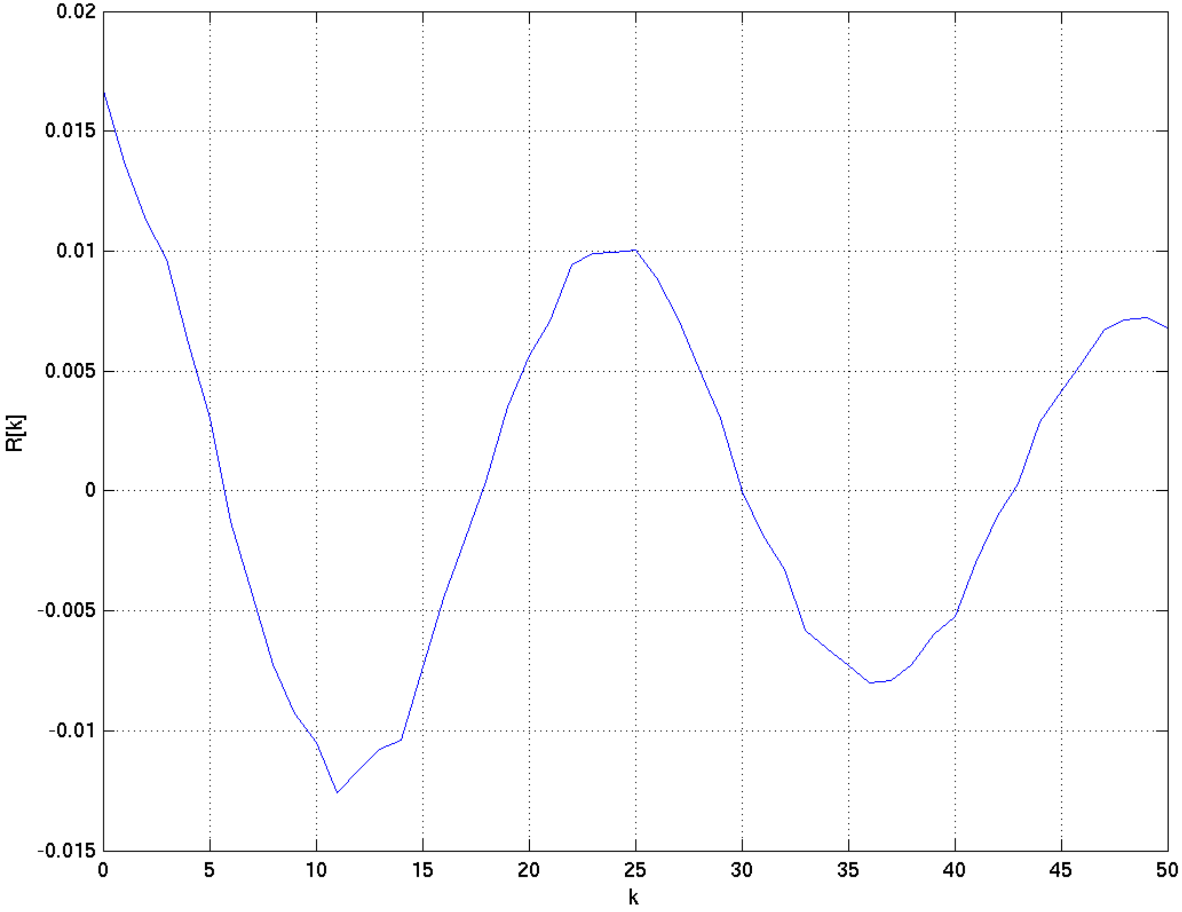


Voda

a = -0.0035

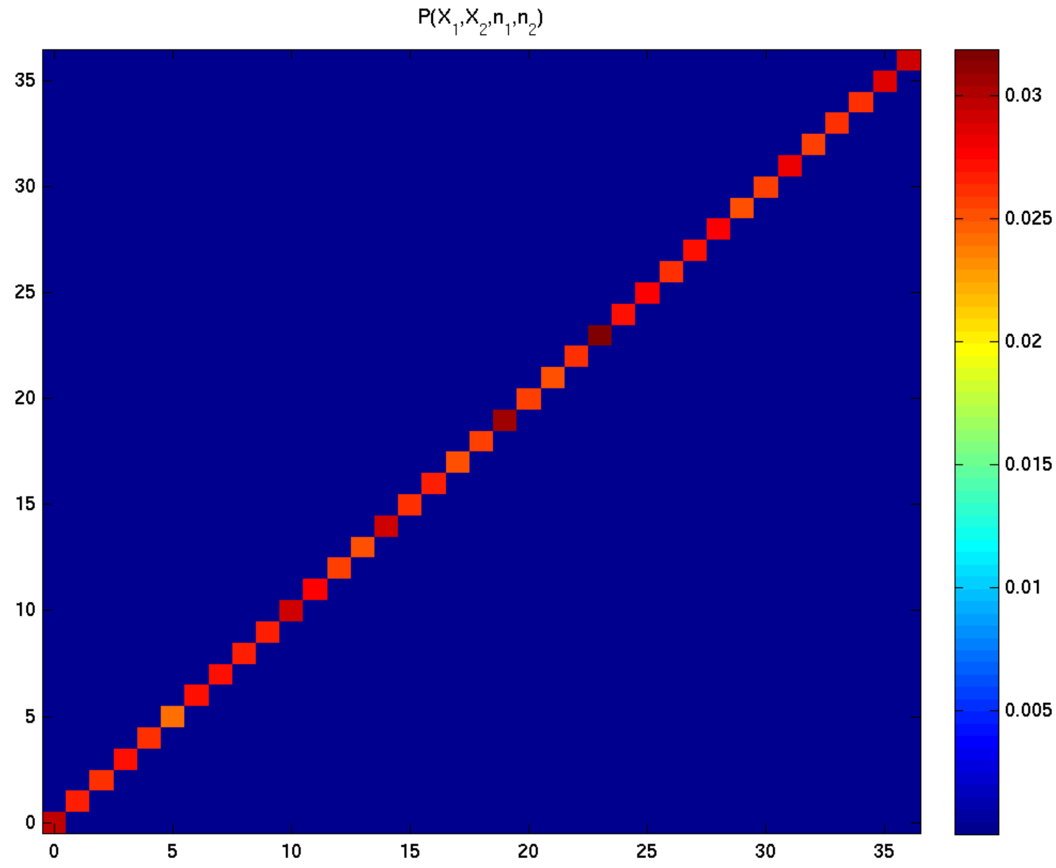
D = 0.0168

R[k]



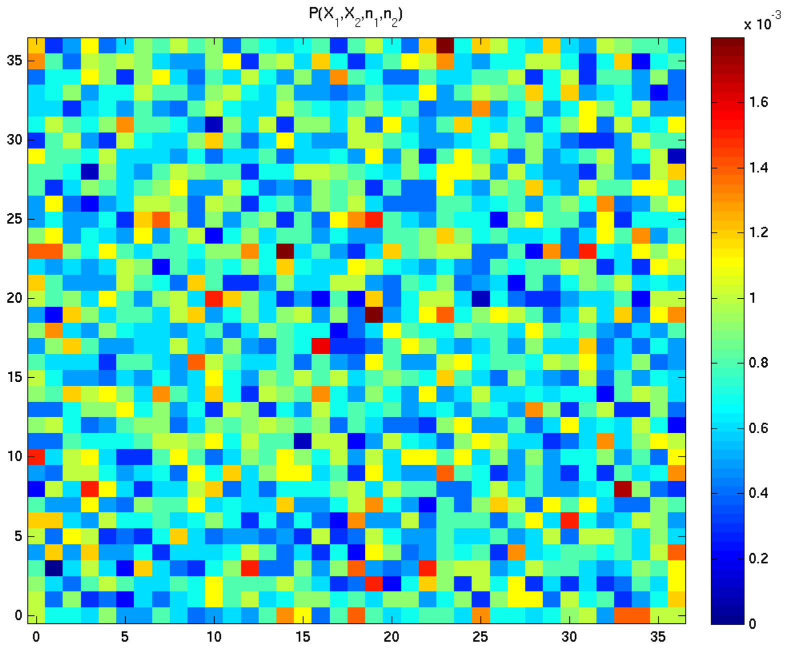
Časový odhad sdružených pravděpodobností ?

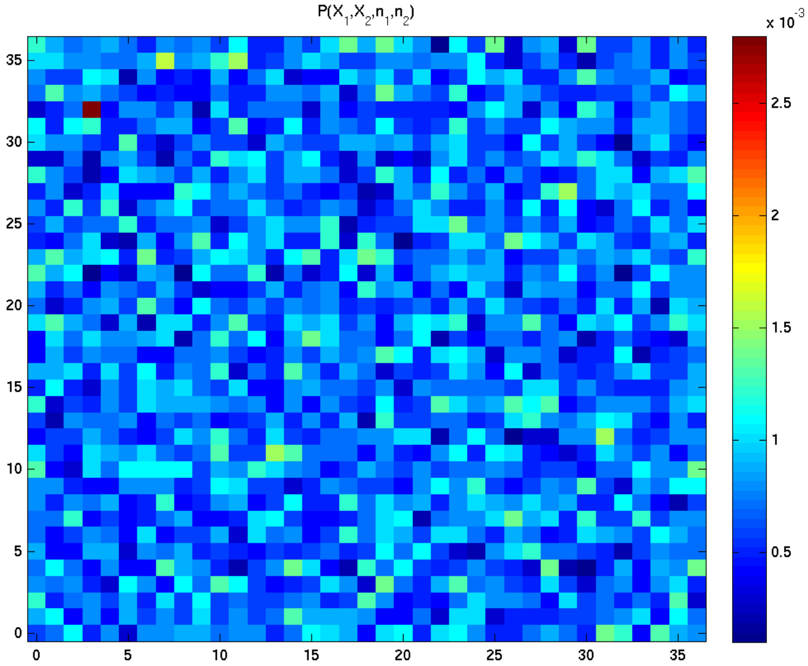
$$\hat{\mathcal{P}}(X_i, X_j, k) = \frac{\mathrm{count}(\xi[n] = X_1 \;\; \mathbf{AND} \;\; \xi[n+k] = X_2)}{N}$$



Ruleta,

k = 0





Ruleta,

k = 1

Ruleta,

k = 3

Spektrální analýza náhodných signálů

- Nevíme na jakých jsou frekvencích
  - Není žádná základní frekvence
  - Nejsou žádné harmonické
- Fáze nemají smysl
- Spektrum musí udávat jen hustotu výkonu signálu.

=> Spektrální hustota výkonu

(Power spectral density, PSD)

Výpočet PSD z korelačních koeficientů

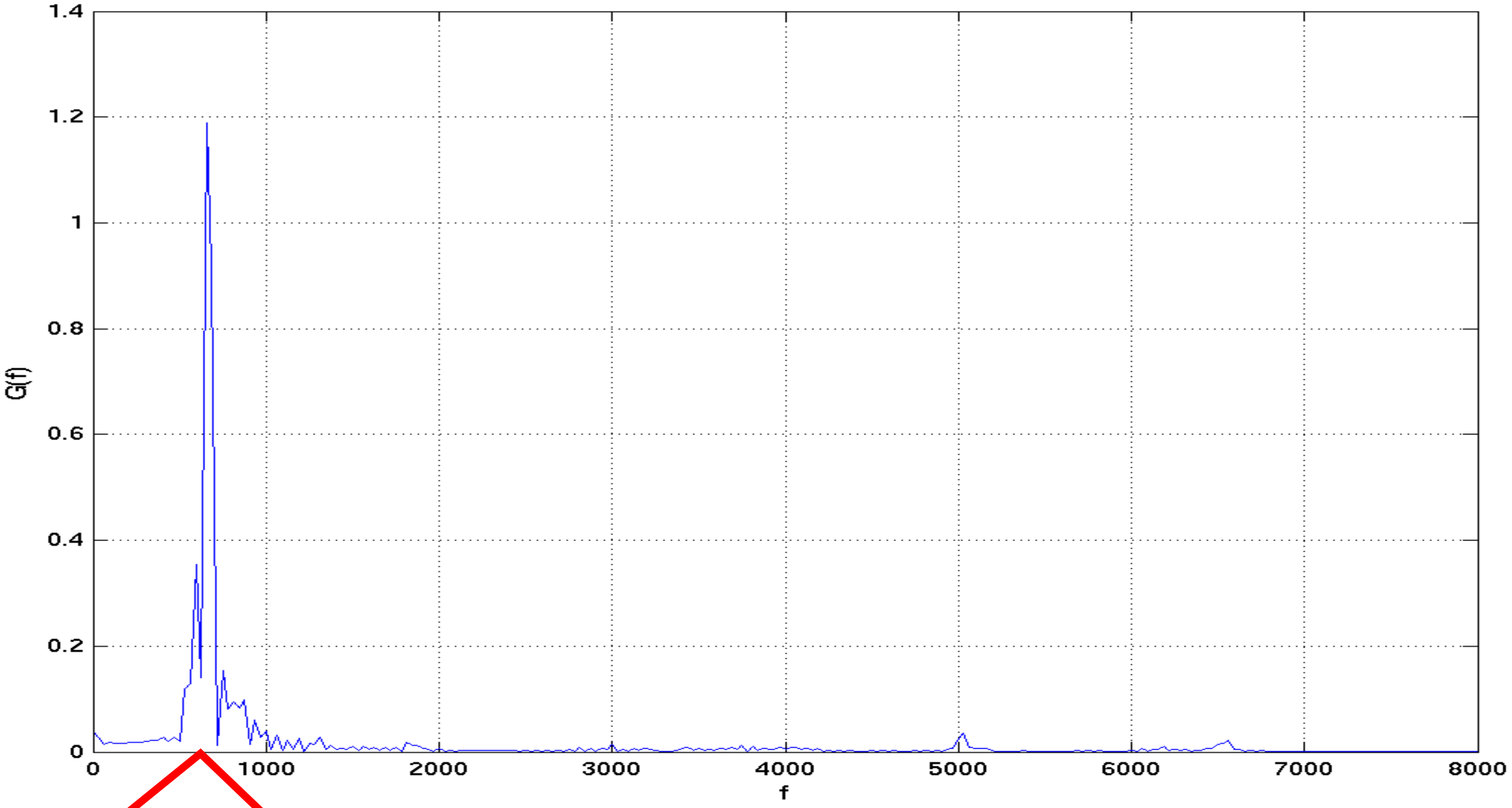
$$G\left(\frac{k}{N}\right) = DFT\{R[n]\}$$

Normovaná frekvence

$$G\left(\frac{kF_s}{N}\right) = DFT\{R[n]\}$$

Skutečná frekvence

PSD voda


1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
G(f)
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
f

???

Odhad PSD ze signálu

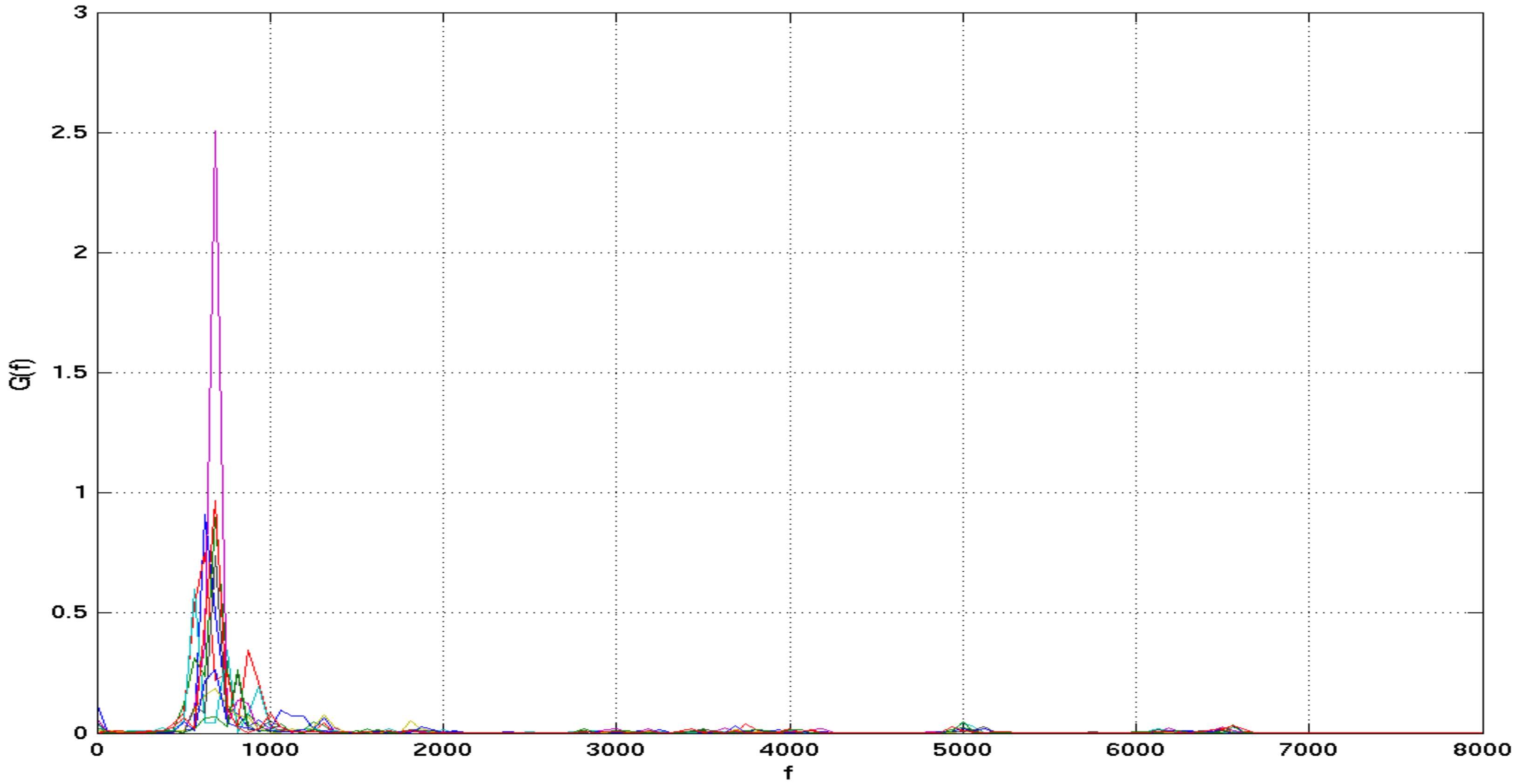
$$G\left(\frac{k}{N}\right) = \frac{|DFT\{\xi[n]\}|^2}{N}$$

$$G\left(\frac{kF_s}{N}\right) = \frac{|DFT\{\xi[n]\}|^2}{N}$$

Normovaná frekvence

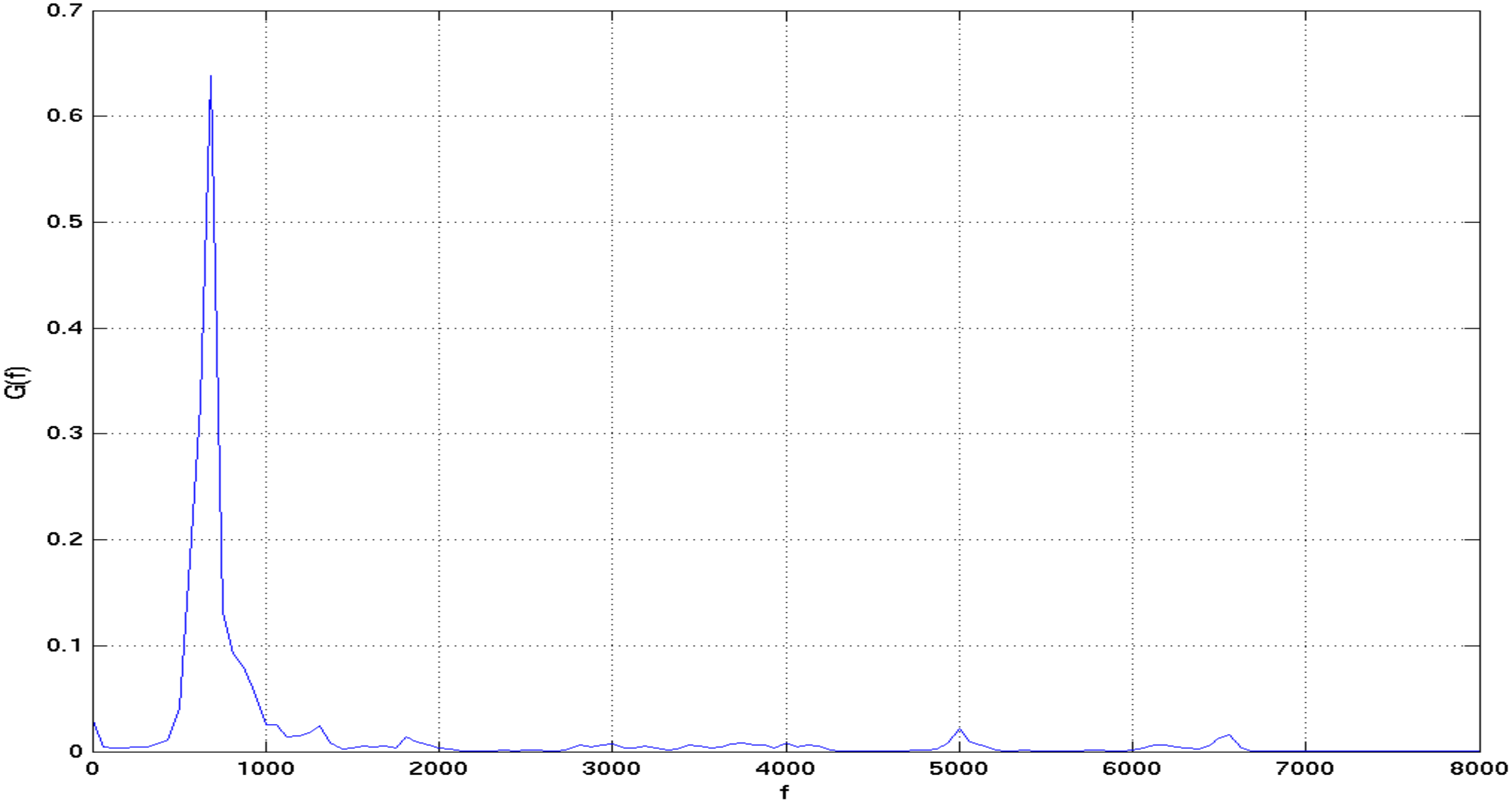
Skutečná frekvence

PSD odhad ze signálu - voda



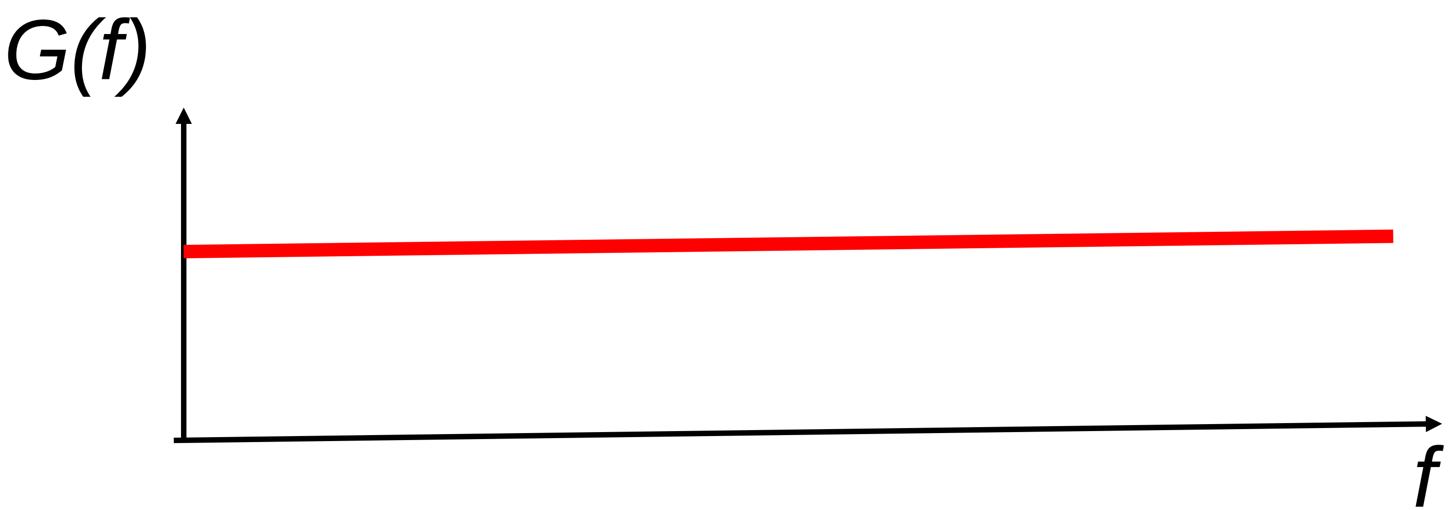
Welchova metoda – zlepšení spolehlivosti odhadu

- Průměrování přes několik úseků signálu



Bílý šum

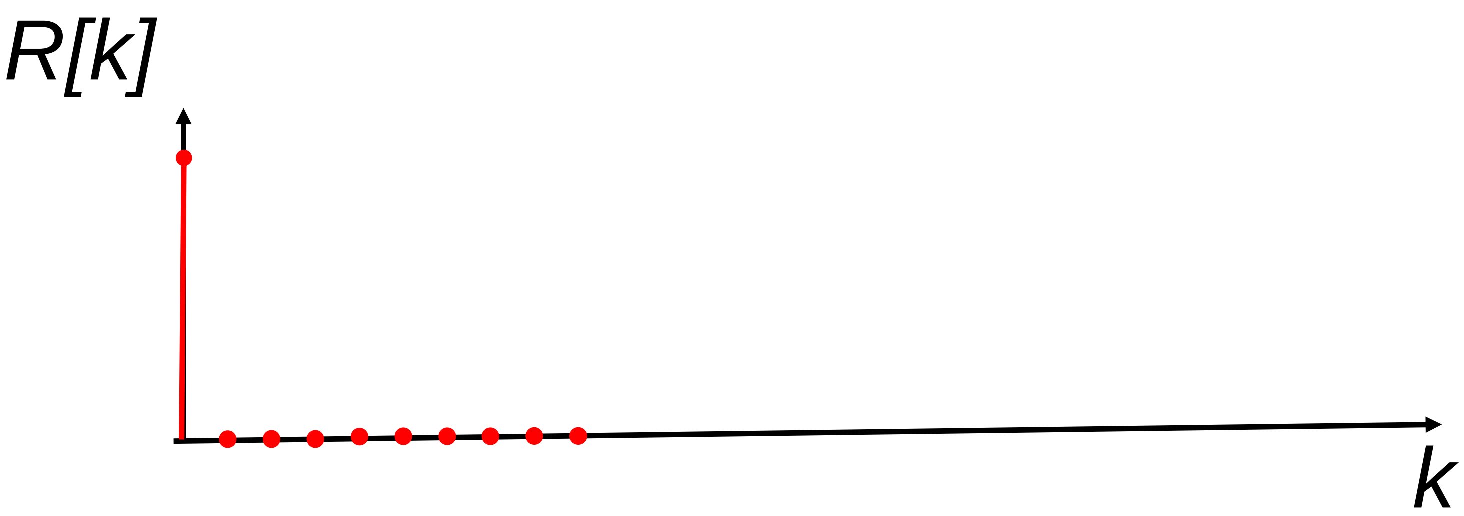
- Spektrum bílého světla je ploché
- Spektrální hustota výkonu *G(f)* bílého šumu by tedy měla být plochá



Korelační koeficienty bílého šumu

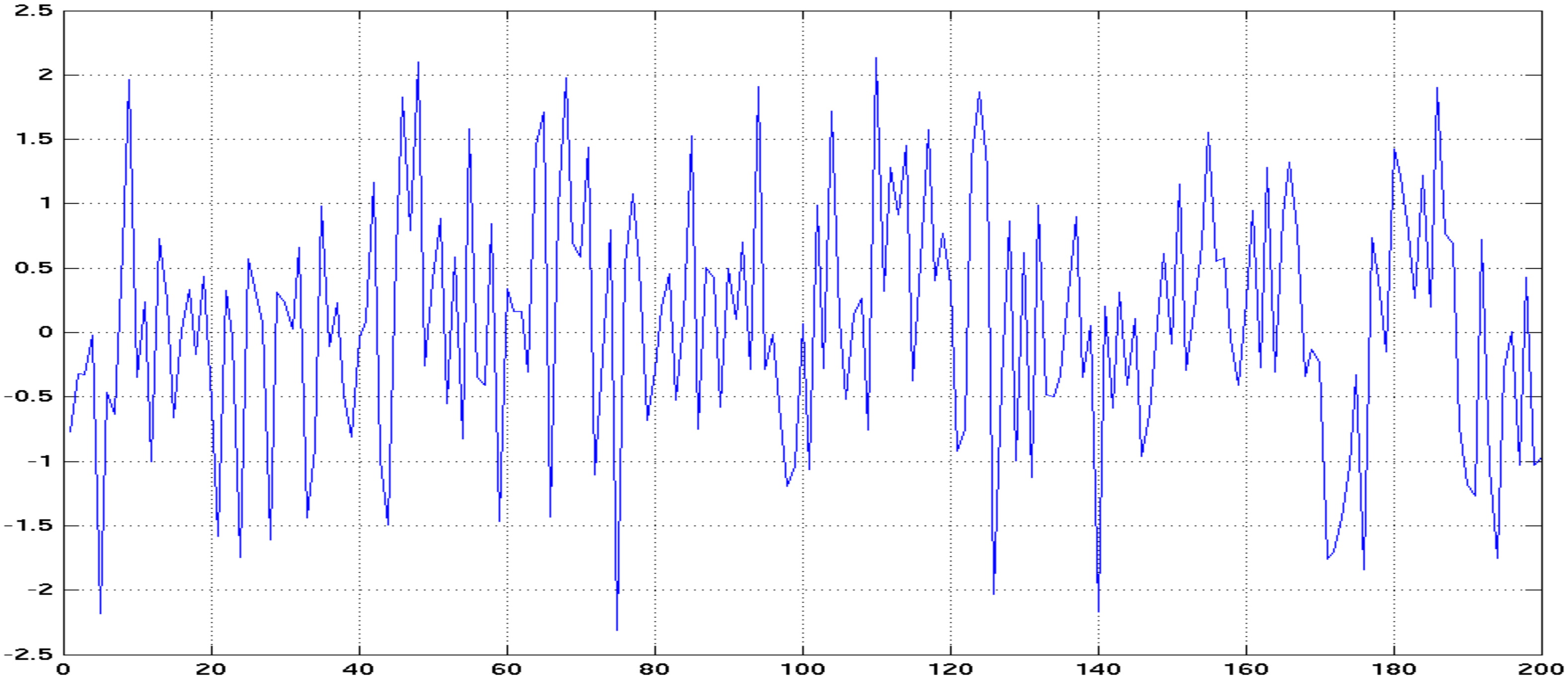
$$G(\frac{kF_s}{N}) = DFT\{R[n]\}$$

- Jak musí vypadat *R[k]*, aby byla jejich DFT konstanta ?



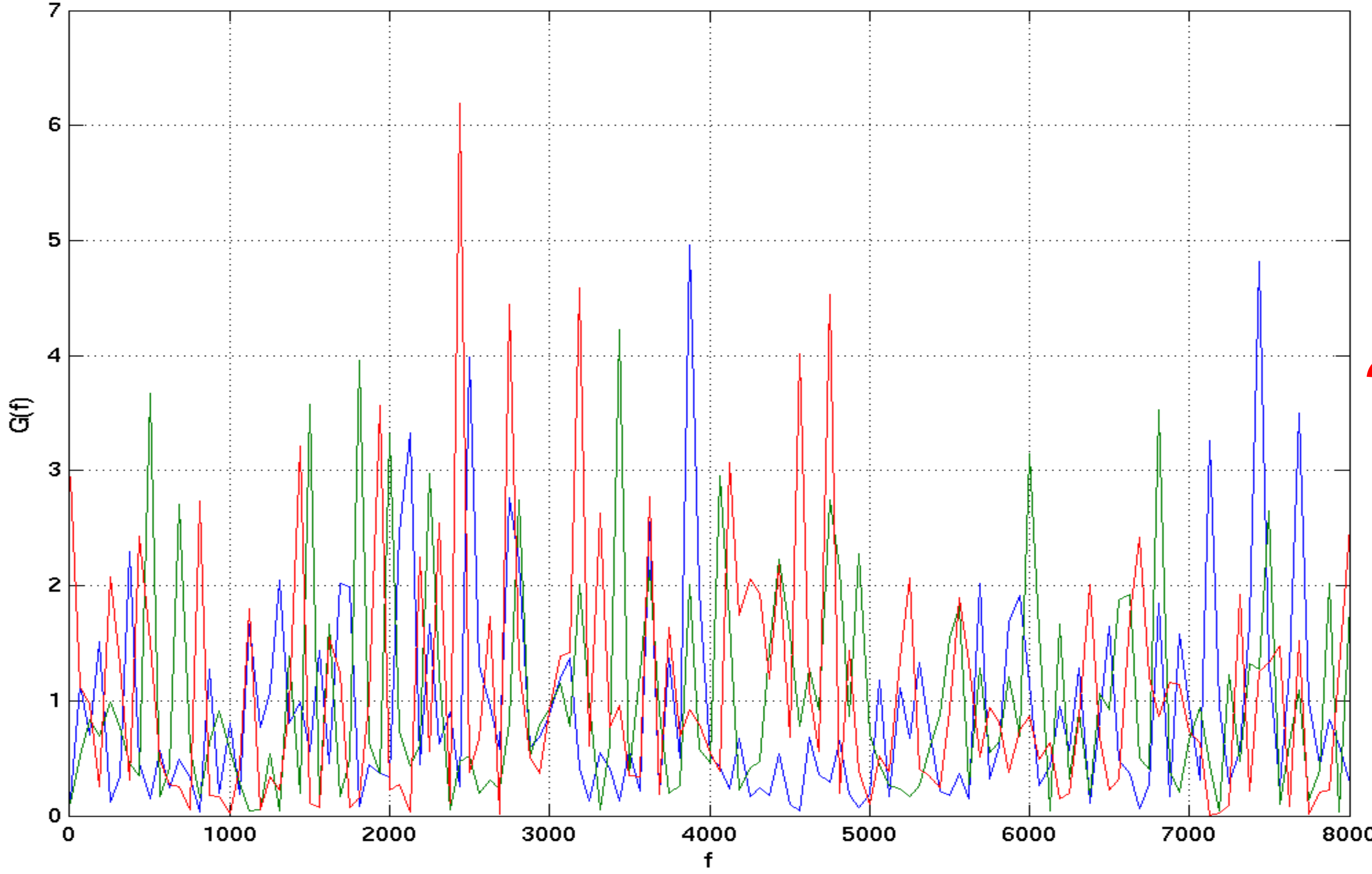
Bílý šum

- Signál, který má jen *R[k]* nenulový
- A tedy nemá **žádné závislosti mezi vzorky**



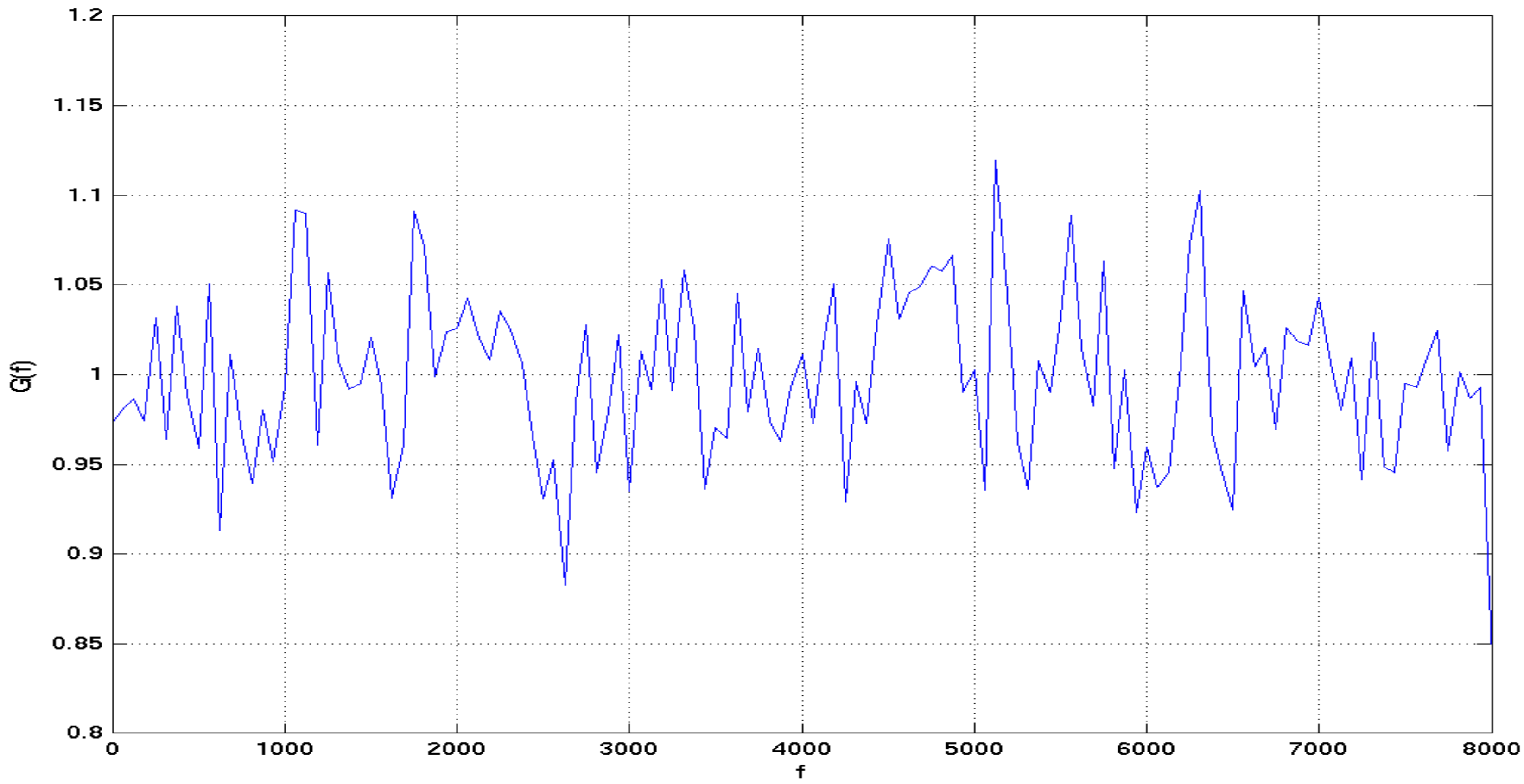
Určení PSD bílého šumu pomocí DFT

$$G\left(\frac{kF_s}{N}\right) = \frac{|DFT\{\xi[n]\}|^2}{N}$$



???

Welch … help …



1.2
1.15
1.1
1.05
1
0.95
0.9
0.85
0.8
G(f)
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
f

SUMMARY

- Náhodné signály jsou ty, co nás zajímají
  - Jsou kolem nás
  - Nesou informaci
- Diskrétní obor hodnot vs. spojitý
- Nedají se přesně zapsat, jiné způsoby popisu
  - Množina realizací
  - Funkce – distribuční, pravděpodobnosti, hustota pravděpodobnosti
  - Skaláry – momenty
  - Chování mezi dvěma časy – korelační koeficienty

SUMMARY II.

- Počty=County
  - Nějakého jevu „kolikrát je hodnota v intervalu 5 až 10?“
- Pravděpodobnosti
  - se odhadují jako count/total.
- Hustota pravděpodobnosti
  - Se odhaduje jako pravděpodobnost / velikost interval (1D i 2D)
- Je-li k disposici množina realizací – souborové odhady.

SUMMARY III.

- Stacionarita – nezávisí na čase.
- Ergodicita – vše lze odhadnout z jedné realizace
  - Časové odhady
- Spektrální analýza
  - Spektrální hustota výkonu
  - Z korelačních koeficientů
  - Nebo přímo ze signálu, často potřeba zlepšení spolehlivosti odhadu průměrováním

SUMMARY IV

- Bílý šum
  - Nemá závislosti mezi vzorky (nekorelované vzorky)
  - Takže korelační koeficient R[0] je něco, ostatní nulové
  - Takže je DFT konstantní
  - Bílé světlo má také konstantní spektrum

TO BE DONE

- Dá se nějak modelovat tvorba náhodných signálů ?
- Vzorky při časovém odhadu korelačních koeficientů „ubývají“, co s tím ?
- Dá se bílý šum obarvit ?
- Jak je to přesně se spektrální hustotou výkonu ?
- Dá se toto celé použít pro rozpoznávání / klasifikaci / detekci ?

The END