

Energie, výkon / Energy, power

1. Nakreslete signál se spojitým časem / Draw a continuous time signal

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro/for } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{jinde/otherwise} \end{cases}$$

2. Určete jeho celkovou energii / Determine its total energy.
3. Určete jeho celkový střední výkon / Determine its total power.
4. Nakreslete periodický signál se spojitým časem s periodou $T_1 = 3$. / Draw a continuous time periodic signal with period $T_1 = 3$. Jedna perioda je určena / One period is given as:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro/for } 0 < t \leq 1 \\ -1 & \text{pro/for } 1 < t \leq 3 \end{cases}$$

5. Určete jeho střední hodnotu / Determine its mean value.
6. Určete energii za jednu periodu / Determine the energy of one period.
7. Určete jeho střední výkon / Determine its mean power.
8. Určete efektivní hodnou / Determine its root-mean-square (RMS) value.
9. Nakreslete střední hodnotu a efektivní hodnotu do obrázku jako stejnosměrné signály a vysvětlete, proč je mezi nimi rozdíl. / Draw the mean value and RMS value to the signal as d.c. signals and explain, why they are different.
10. Určete střední výkon signálu $x(t) = 4 \cos(2000\pi t)$. / Determine mean power of signal $x(t) = 4 \cos(2000\pi t)$.

Fourierova řada / Fourier series

11. Harmonický signál $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ má tyto parametry: / Harmonic signal $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ has the following parameters: $C_1 = 10$, $f_1 = 1$ kHz, $\phi_1 = \frac{\pi}{8}$ rad. Převedte ho na součet komplexních exponenciál násobených komplexními koeficienty pomocí vztahu / Convert it into a sum of complex exponentials multiplied by complex coefficients using: $\cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$.
12. Napište jeho koeficienty FR a ukažte, že platí / Write its coefficients of FS and show that the following holds: $c_k = c_{-k}^*$.
13. Nakreslete koeficienty FR jako moduly a argumenty na správné kruhové frekvence. / Draw the coefficients of FS as magnituded and angles at correct angular frequencies.
14. **Reálný** periodický signál má koeficienty FR: / A **real** periodic signal has the following coefficients of FS: $c_1 = 4e^{j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-2} = 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Doplňte chybějící koeficienty a запиšte signál pomocí kosinusovek pokud perioda $T_1 = 1$ ms. / Complete missing coefficients and write the signal as a sum of cosines. The period $T_1 = 1$ ms.

Fourierova řada sledu obdélníkových impulsů / Fourier series of a sequence of rectangular pulses

15. Nakreslete periodický signál / Draw periodic signal

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro/for } -1 \text{ ms} < t < 1 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde/otherwise} \end{cases}$$

s periodou / with period $T_1 = 6$ ms.

16. V následujících příkladech budeme pro výpočet a kreslení koeficientů využívat vzorec / In the following exercises, we'll use the following formula for computing and drawing the FS coefficients:

$$c_k = D \frac{\vartheta}{T_1} \operatorname{sinc} \left(\frac{\vartheta}{2} k \omega_1 \right)$$

Připravte si pod sebou grafy / Prepare, below each other, graphs $\omega - |c_k|$ a $\omega - \arg(c_k)$.

Nakrelete do prvního z nich tečkovaně funkci sinc (zatím bez hodnot na osách). / To the first one, draw function sinc (for the moment, without values on the axes) as a dotted line.

17. Překreslete funkci sinc jako komplexní - převedte ji na modulovou a argumentovou část. / Re-draw the sinc function as a complex one - split it into magnitude and angle parts.
18. Určete hodnoty významných bodů na všech osách. / Determine the values of important points on all axes.
19. Určete, na kterých kruhových frekvencích budou "sedět" koeficienty FŘ (násobky ω_1) a doplňte je do obou obrázků. / Determine, on which frequencies the FS coefficients will be "sitting" (multiples of ω_1) and draw them.
20. Určete a nakreslete koeficienty FŘ podobného signálu, ale s opačným znaménkem / Determine and draw FS coefficients of a similar signal, but with opposite sign:

$$x(t) = \begin{cases} -10 & \text{pro/for } -1 \text{ ms} < t < 1 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde/otherwise} \end{cases}$$

s periodou / with period $T_1 = 6$ ms.

21. Určete koeficienty FŘ periodického sledu obdélníkových impulsů, který je posunutý oproti předcházejícímu / Determine FS coefficients of sequence of rectangular pulses, that is shifted in time compared to the previous one:

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro/for } -0.5 \text{ ms} < t < 1.5 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde/otherwise} \end{cases}$$

s periodou / with period $T_1 = 6$ ms.

Využijte pomůcky / Make use of formula: $y(t) = x(t - \tau) \Rightarrow c_{k,y} = c_{k,x} e^{-jk\omega_1\tau}$.

22. Nakreslete jejich argumenty v závislosti na ω_1 . / Draw their angles as function of ω_1 .

Fourierova transformace / Fourier transform

23. Signál je definován jako / the signal is defined as: $x(t) = 3\delta(t + 4)$.
Určete a nakreslete jeho spektrální funkci $X(j\omega)$. Nezapomeňte, že je potřeba opět kreslit samostatně modulovou a argumentovou část. / Determine and draw its spectral function $X(j\omega)$. Do not forget, that magnitude and angle parts need to be drawn separately, again.
24. Obdélníkový impuls je definován / Rectangular impulse is defined as:

$$x(t) = \begin{cases} 0.001 & \text{pro } -1 \text{ hodina/hour} < t < 1 \text{ hodina/hour} \\ 0 & \text{jinde/otherwise} \end{cases}$$

Určete a nakreslete jeho spektrální funkci $X(j\omega)$. / Determine and draw its spectral function $X(j\omega)$.

Help: $X(j\omega) = D\vartheta \operatorname{sinc} \left(\frac{\vartheta}{2} \omega \right)$

25. Určete a nakreslete spektrální funkci signálu, který je oproti $x(t)$ o hodinu předběhnutý (tedy trvá od -2h do nuly). / Determine and draw its spectral function that is one hour advanced compared to $x(t)$ (i.e. it is non-zero from -2h until zero). Help: $y(t) = x(t - \tau) \Rightarrow Y(j\omega) = X(j\omega) e^{-j\omega\tau}$.