Zpracování obrazů

Jan Černocký

ÚPGM FIT VUT Brno, cernocky@fit.vutbr.cz

Obrazové signály

jsou multidimensionální:

- ČB fotografie je průmětem prostoru do roviny 3D $\Rightarrow$ 2D.
- video je průmětem 4D prostoru (3 souřadnice + čas) do 3D (pouze 2 souřadnice a čas).
- podle některých odborníků je barva další rozměr – pro barevné video tedy pracujeme se reduckí 5D (barva, čas, 3D prostor) do 4D (barva, čas, 2D průmět).

Při technickém zpracování dochází k **redukci rozměrů** – tato přednáška je o základech práce se stojícími obrázky se stupni šedi.

"Analogový obraz" je spojitá funkce $z(x, y)$ prostorových souřadnic x (vodorovný rozměr) a y (svislý rozměr) pro $x, y \in [-\infty, +\infty]$ – běžně se mu říká 2D signál.

Při počítačovém zpracování musíme:

- vzorkovat v obou rozměrech. Proměnnou x nahradí vodorovné počítadlo vzorků l. Proměnnou y nahradí svislé počítadlo vzorků k. Vzorek $x[k, l]$ (tj. elementární ploška obrazu) se nazývá **pixel** (picture element).

- omezit velikost obrázku: pouze L vzorků vodorovně (L sloupců), pouze K svisle (K řádků). Hustota bodů na skutečnou jednotku délky se nejčastěji uvádí v **dpi** (dots per inch).
- kvantovat vzorky: máme k disposici pouze omezený počet kvantovacích hladin. Pro ČB fotografie běžně 8 bitů na vzorek (256 kvantovacích hladin).

Příklad: Lena: originál a kvantování, 4 kvantovací hladiny.

Spektrální analýza 2D signálů

2D signál může být zapsán maticí:

$$x[k,l] = \begin{bmatrix} x[0,0] & x[0,1] & \cdots & x[0,L-1] \\ x[1,0] & x[1,1] & \cdots & x[1,L-1] \\ \vdots & & & \vdots \\ x[K-1,0] & x[K-1,1] & \cdots & x[K-1,L-1] \end{bmatrix}$$

i u 2D signálů budeme definovat spektrální funkci pomocí 2D-Fourierovy transformace:

$$X(f,g) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} x[k,l] e^{-j2\pi(fk+gl)},$$

kde f a g jsou obrazové frekvence. Pokud bychom měli "analogový" 2D signál, měly by tyto frekvence jako jednotku m^{-1} (vzpomeňte si, že Hz=s^{-1}). Naše obrázky jsou vzorkované, proto jsou f a g **normované obrazové frekvence**. Uvedený vzorec je obdobou DTFT (Fourierovy transformace s diskrétním časem), kde mohou f a g nabývat jakýchkoliv hodnot.

Pro praktický výpočet používáme **dvourozměrnou diskrétní Fourierovu transformaci (2D-DFT)**:

$$X[m,n] = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} x[k,l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M}+\frac{nl}{N}\right)}.$$

Počítáme pouze pro **diskrétní frekvence**:

$$f = m\Delta f \qquad g = n\Delta g,$$

kde

$$\Delta f = \frac{1}{M} \qquad \Delta g = \frac{1}{N}.$$

M, N jsou celá čísla, nejběžněji se volí $M = K$, $N = L$.

V 2D-DFT je možné provést separaci:

$$X[m,n] = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} x[k,l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M}+\frac{nl}{N}\right)} = \sum_{k=0}^{K-1} e^{-j2\pi\frac{mk}{M}} \sum_{l=0}^{L-1} x[k,l] e^{-j2\pi\frac{nl}{L}},$$

je tedy možné počítat 2D-DFT jako sekvenci dvou “obyčejných” 1D-DFT – nejprve po řádcích, pak po sloupcích (nebo naopak).

Zpětná dvourozměrná diskrétní Fourierova transformace (2D-IDFT):

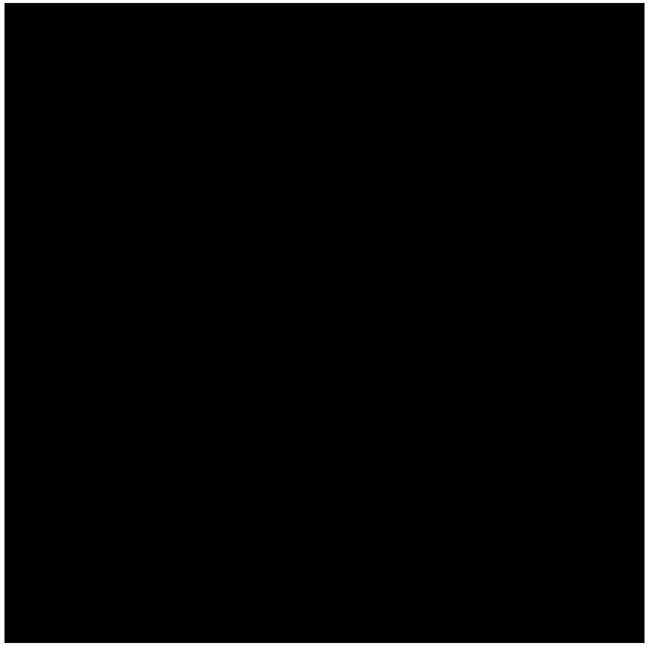
$$x[k,l] = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{L-1} X[m,n] e^{+j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{L}\right)}.$$

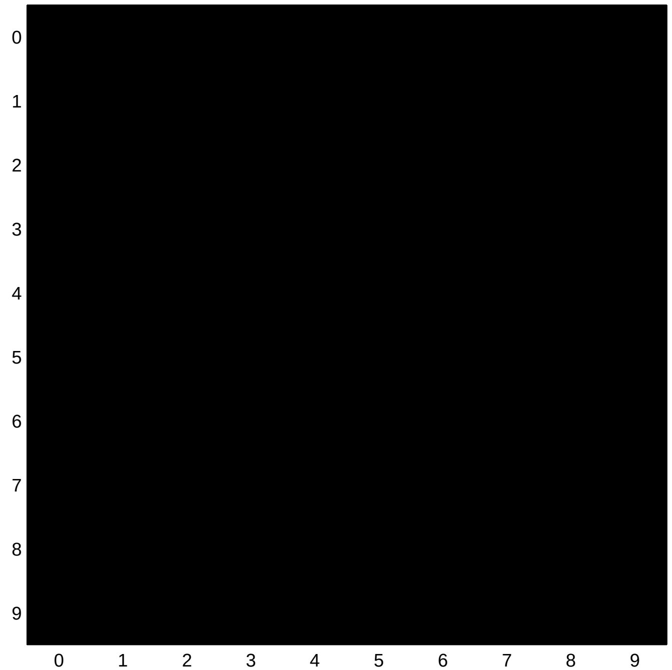
Díky podobnýnm vlastnostem, jako má DFT, jsou v matici $X[m,n]$ **symetrie**, stačí se dívat na první kvadrant s indexy $m = 0 \ldots \frac{M}{2} - 1$, $n = 0 \ldots \frac{N}{2} - 1$. I 2D-DFT je **komplexní**, v příkladech budeme zobrazovat pouze moduly.

Obrazové frekvence – příklady

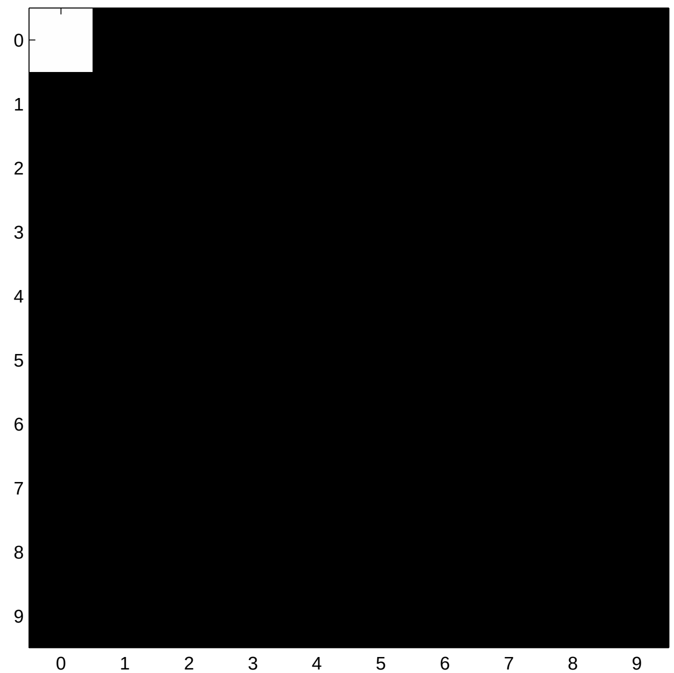
$K = L = M = N = 256.$

Jen černá: $x[k,l] = 0, \qquad X[m,n] = 0$

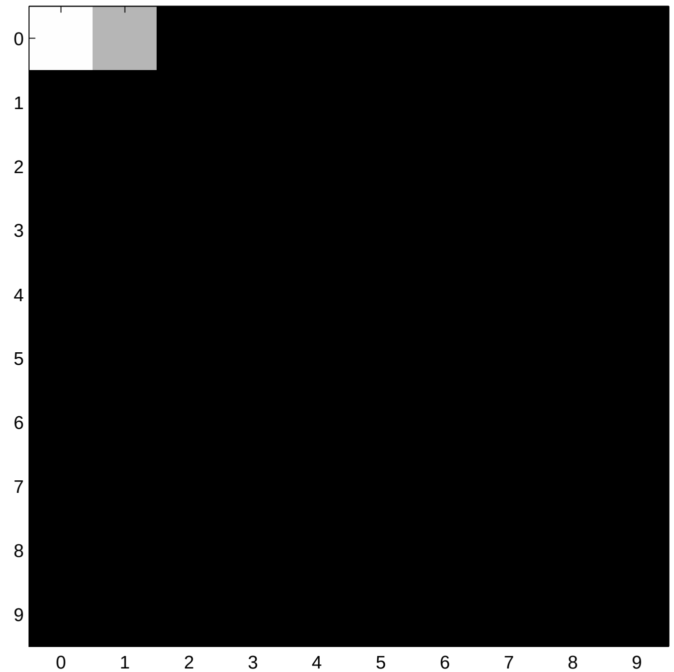




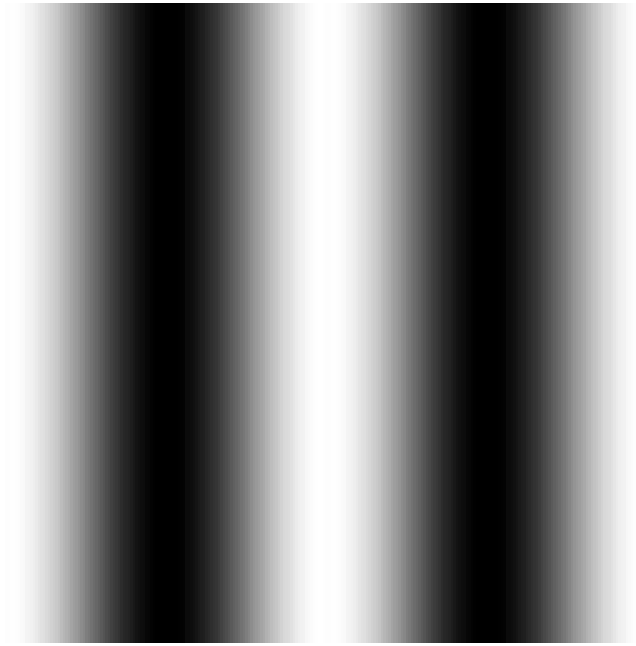
Jen bílá: $x[k, l] = 1, \qquad X[0, 0] = 65536$

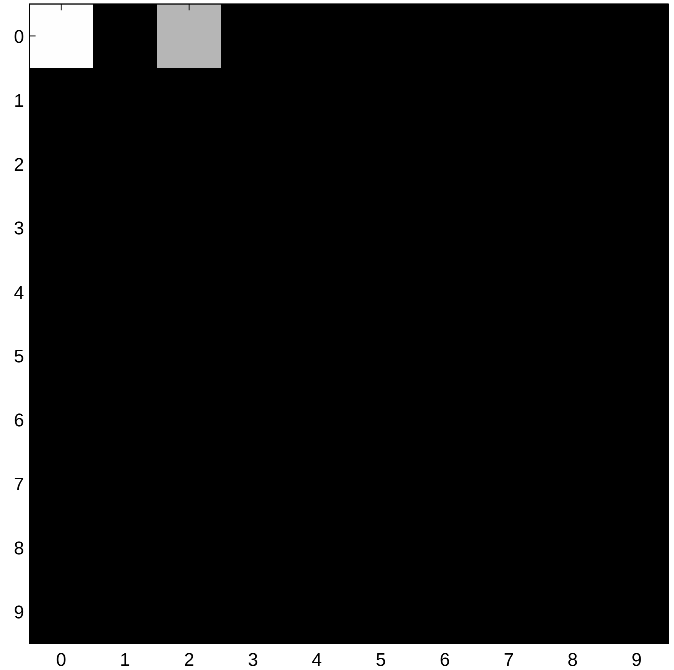


Cos vodorovně: $f = \frac{1}{L}$: $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\pi f l$, $\quad X[0,0] = 32768, \quad X[0,1] = 16384,$

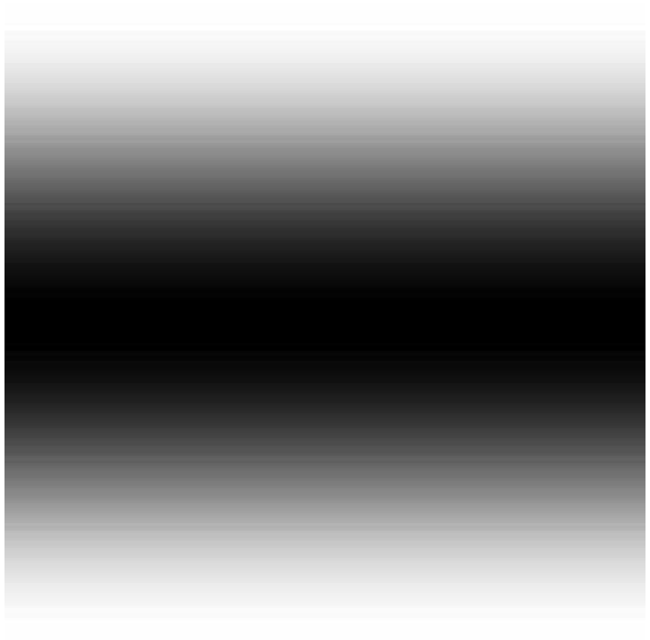


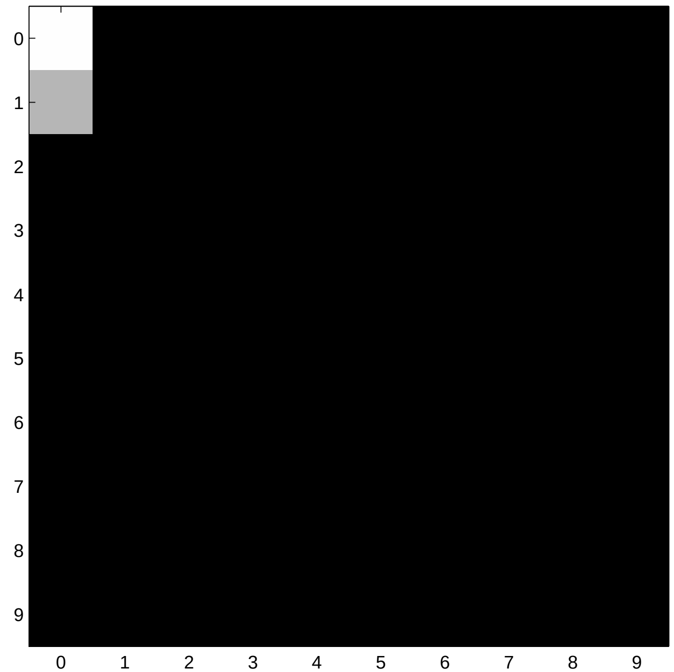
Ještě jeden: $f = \frac{2}{L}$: $x[k, l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\pi f l$, $\quad X[0, 0] = 32768, \quad X[0, 2] = 16384,$



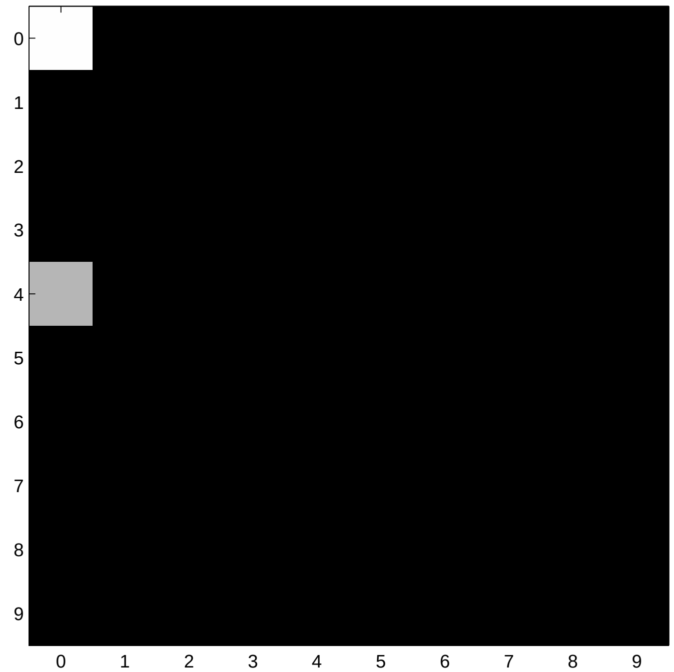


Cos svisle: $g = \frac{1}{K}$: $x[k, l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\pi g k$, $\quad X[0, 0] = 32768$, $\quad X[1, 0] = 16384$,

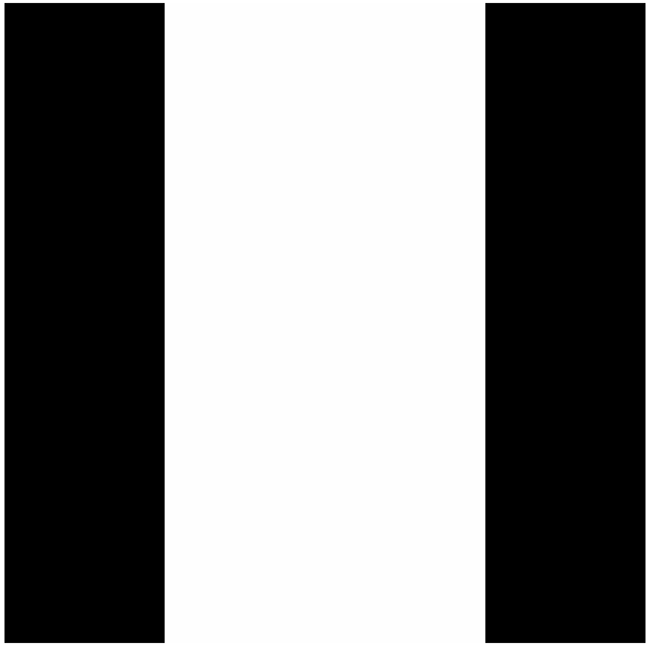


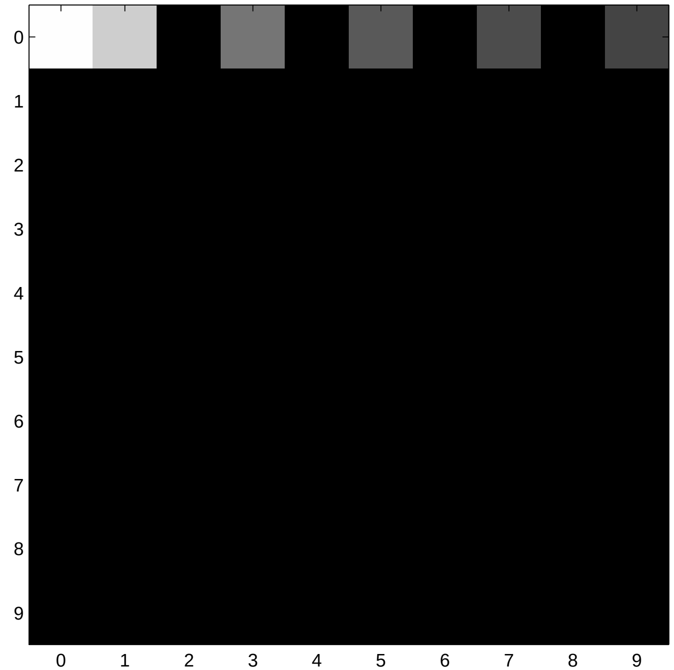


A ještě jeden: $g = \frac{4}{K}$: $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\pi g k$, $X[0,0] = 32768$, $X[4,0] = 16384$,

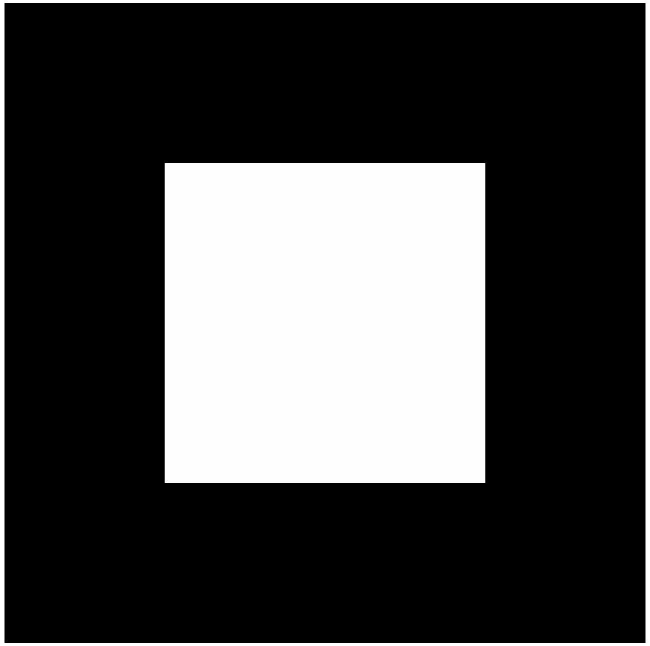


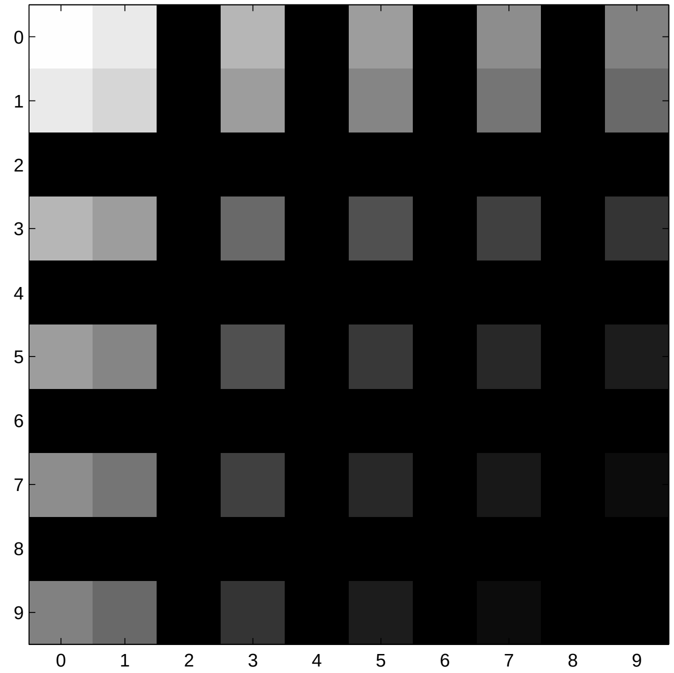
Svislý obdélník: jakou funkcí jsou řízeny “vodorovné frekvence” ?



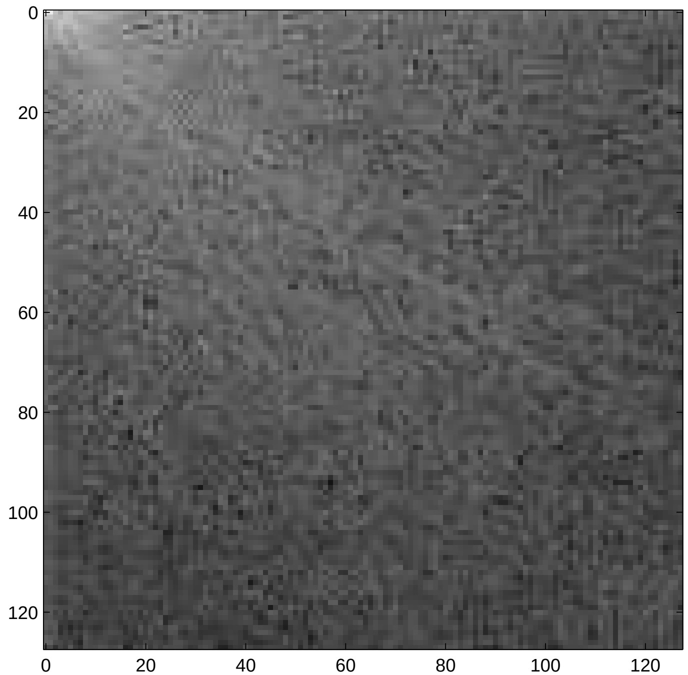


Čtverec.





Reálný signál – Lena



Aplikace DFT – JPEG

(Joint Picture Encoding Group):

- Diskrétní cosinová transformace (obdoba DFT) je aplikována na "čtverečky" 8x8 pixelů.
- aplikuje se korekce citlivosti podle vlastností lidského vidění (ne vše, co je v obrázku vidíme, a pokud to nevidíme, není nutné to kódovat.).
- Huffmanovo kódování (bezeztrátové).
- požadavky na kvalitu nebo na velikost.
- barvy: standardní model RGB nebo alternativní modely – viz navazující kursy doc. Zemčíka.
- dosahuje se komprese až 1:20.
- nevýhoda: někdy zůstává v obrázcích viditelná struktura 8x8-pixelových bloků.

Lineární filtrace

se nad 2D signály provádí téměř výhradně FIR filtry, které jsou dány impulsní odezvou:

$$h[i,j] \quad \text{pro} \quad -\frac{I}{2} \leq i \leq \frac{I}{2}, \quad -\frac{J}{2} \leq j \leq \frac{J}{2}$$

Tyto filtry jsou většinou zapsány pomocí matic – "masek" – o rozměrech $(I+1) \times (J+1)$.

Filtrace probíhá tak, že masku "přiložíme" na obrázek v každém bodu:

$$y[k,l] = x[k,l] \star h[k,l] = \sum_{i=-\frac{I}{2}}^{\frac{I}{2}} \sum_{j=-\frac{J}{2}}^{\frac{J}{2}} h[i,j] x[k-i, l-j]$$

Příklad 1. – filtr typu DP, $h[i, j] = \mathbf{I}_{10\times 10}$. Obrázek Lena byl zašuměn s $\sigma = 0.1$.

Příklad 2. – Sobelovy filtry na detekci vertikálních a horizontálních hran:

$$h_v[i,j] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_h[i,j] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

oba detektory dohromady: $y[k,l] = |y_v[k,l]| + |y_h[k,l]|$