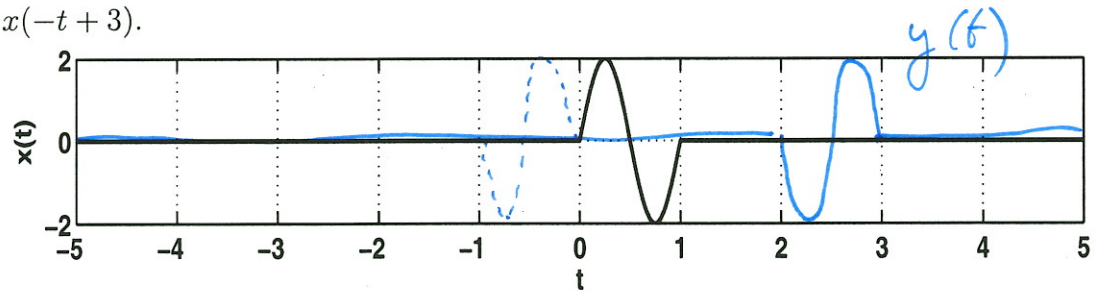
Půlsemestrální zkouška ISS, 29.10.2014, BIA, zadání A

REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

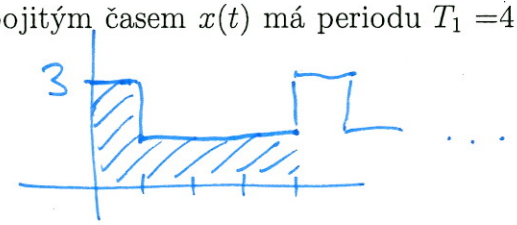
Příklad 1 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Do stejného obrázku namalujte signál: $y(t) = x(-t+3)$.



Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =4 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ 1 & \text{pro } 1 \le t < 4 \end{cases}$$

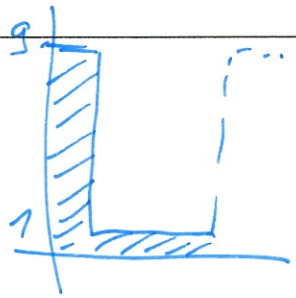
Spočítejte jeho střední hodnotu.



$\bar{x} = \frac{1}{T_1}\int x(t)dt = \frac{1}{4}(3+3) = 1{,}5$

Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

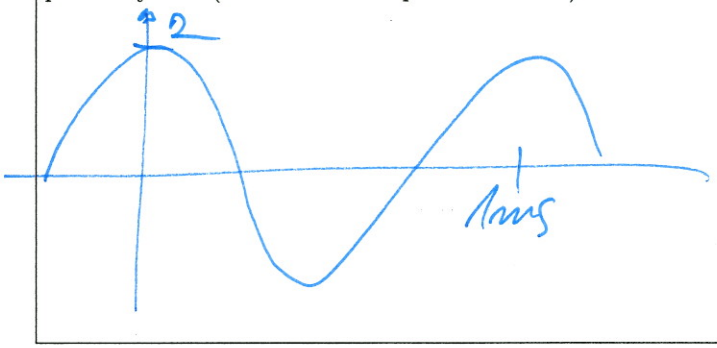
$p(t) = x^2(t)$



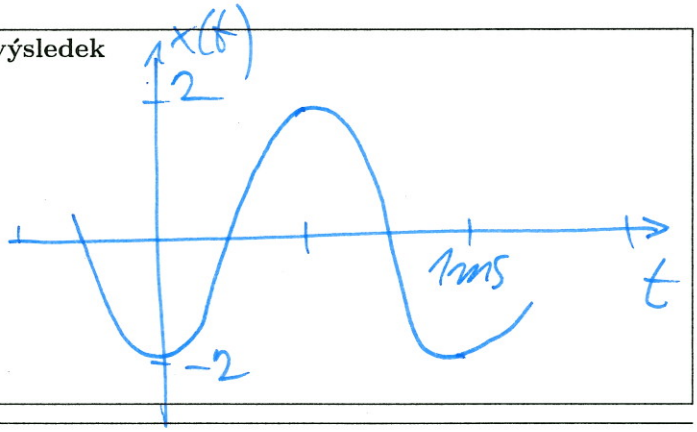
$P_s = \frac{1}{T_1}\int p(t)dt = \frac{1}{4}(9+3) = 3$

Příklad 4 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 2\cos(2000\pi t - \pi)$
V obrázku jasně vyznačte, jakou velikost má amplituda, a jak je dlouhá jedna perioda (v sekundách nebo milisekundách). Obrázek musí obsahovat minimálně jednu celou periodu signálu.

pomocný box (není relevantní pro hodnocení)



výsledek



Příklad 5 Určete periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 11\cos(\frac{3\pi}{12}n + \frac{\pi}{2})$
Pokud signál není periodický, napište jasně "neexistuje".

$\omega_1 N_1 = 2k\pi$ $\quad \frac{3\pi}{12}N_1 = 2k\pi$ $\quad 3N_1 = 24k$

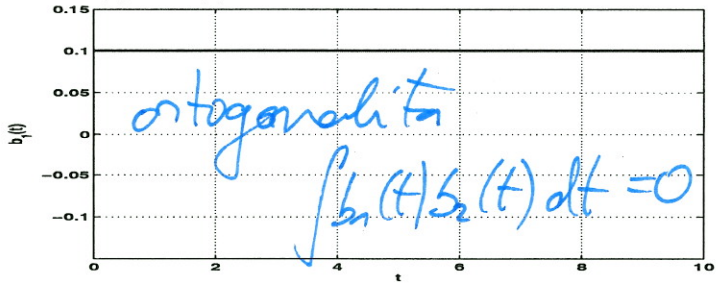
$N_1 = 8k$

$k = 1$

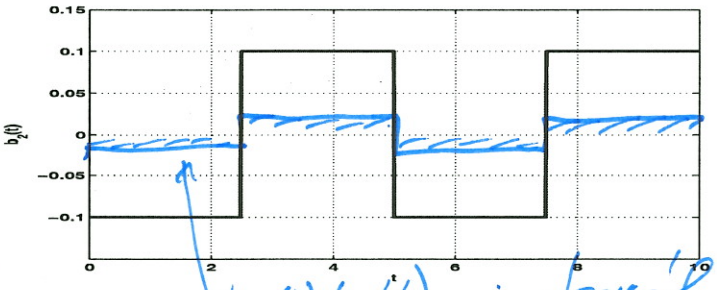
$N_1 = 8$

velikost $\frac{1}{T_1}\int |b_1(t)|dt$ – u obou 1

Příklad 6 Periodický signál se spojitým časem s periodou T_1 =10 s promítáme do bází. Určete, zda jsou báze $b_1(t)$ a $b_2(t)$ na následujících obrázcích **ortonormální**.



ortogonalita $\int b_1(t) b_2(t)\,dt = 0$



$b_1(t)\,b_2(t)$ integrál je 0

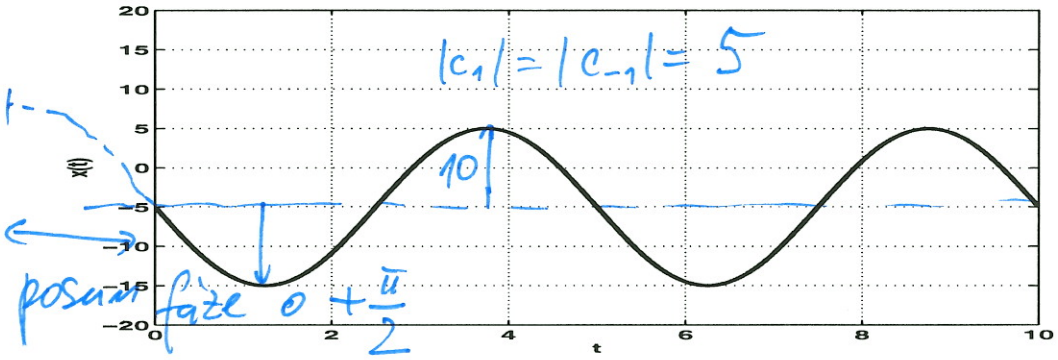
Odpověď: ..... jsou

Příklad 7 Zapište dráhu bodu na konci minutové ručičky na klasickém analogovém ciferníku jako komplexní exponenciálu závislou na čase. Reálná osa prochází na ciferníku čísly 9 a 3 a imaginární osa číslý 6 a 12. Délka ručičky od středu ke konci je 6 cm. Počáteční polohu ručičky neřešte.

$T_1 = 3600\,s$ $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{3600} = \frac{\pi}{1800}$

$x(t) =$ ..... $6e^{-j\frac{\pi}{1800}t}$ musí jít po směru hodinových ručiček.

Příklad 8 Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



$|c_1| = |c_{-1}| = 5$

posun fáze o $+\frac{\pi}{2}$

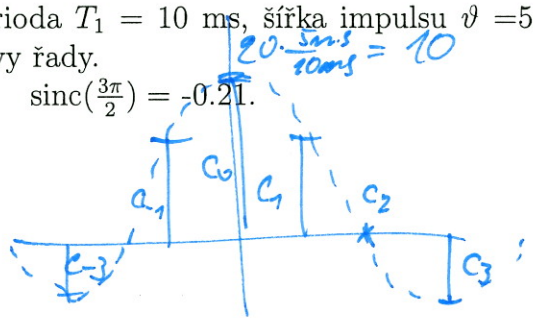
$c_0 = -5$

$c_1 = 5e^{j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů má parametry: perioda T_1 = 10 ms, šířka impulsu ϑ =5 ms, výška impulsu D=20. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady.
Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\mathrm{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$, $\mathrm{sinc}(0) = 1$, $\mathrm{sinc}(\frac{\pi}{2})$ =0.64, $\mathrm{sinc}(\frac{3\pi}{2})$ = -0.21.

$20 \cdot \frac{5\,ms}{10\,ms} = 10$



$c_{-3} =$ ..... $-0{,}21 \cdot 10 = -2{,}1$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou T_1 = 10 ms. Jeho 10. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,10} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$
Určete 10. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t + 1\mathrm{ms})$
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$

$\omega_1\tau = \frac{2\pi}{10\,ms} \cdot 1\,ms = \frac{2\pi}{10}$

$k\omega_1\tau = 10 \cdot \frac{2\pi}{10} = 2\pi$

$= 1 \Rightarrow$ beze změny!

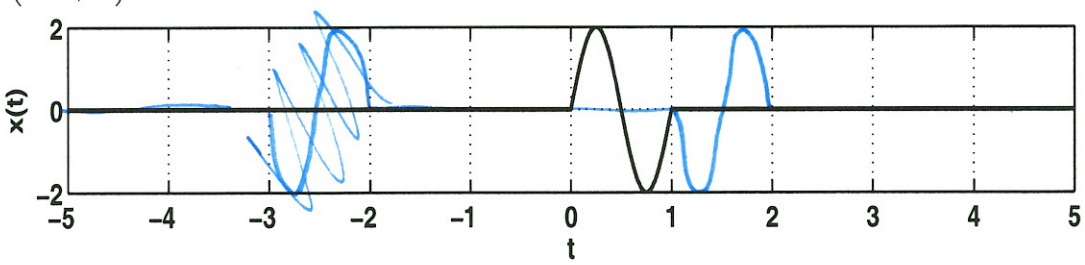
$c_{y,10} =$ ..... $4e^{j\frac{\pi}{2}}(e^{+j2\pi}) = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 29.10.2014, BIA, zadání B

REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Do stejného obrázku namalujte signál: $y(t) = x(-t+2)$.



Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =4 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{pro } 1 \le t < 4 \end{cases}$$

Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x} =$ ..... $\frac{3 \cdot 1 + 0 \cdot 3}{4} = \frac{3}{4}$

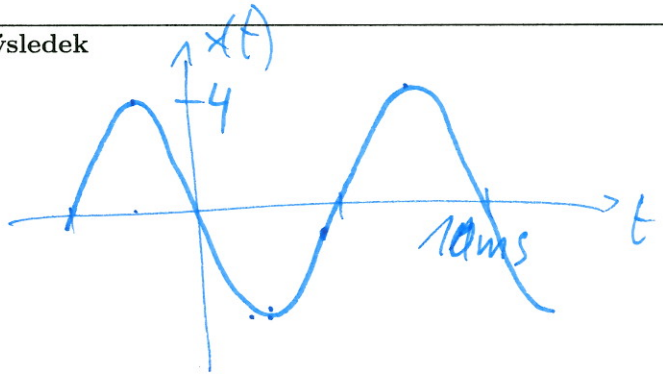
Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s =$ ..... $\frac{9 \cdot 1 + 0 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4}$

Příklad 4 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 4\cos(200\pi t + \frac{\pi}{2})$ $\frac{1}{4}$ periody viz A
V obrázku jasně vyznačte, jakou velikost má amplituda, a jak je dlouhá jedna perioda (v sekundách nebo milisekundách). Obrázek musí obsahovat minimálně jednu celou periodu signálu.

pomocný box (není relevantní pro hodnocení)

výsledek



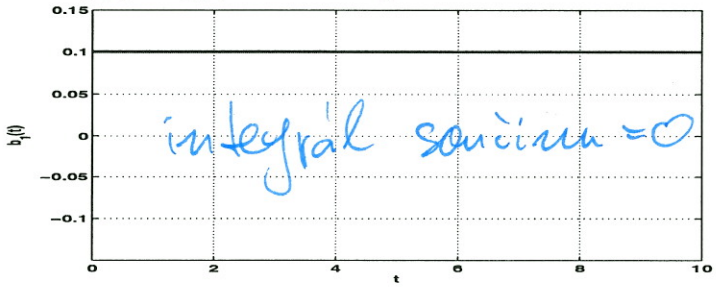
Příklad 5 Určete periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10\cos(\frac{3\pi}{17}n + \frac{\pi}{2})$
Pokud signál není periodický, napište jasně "neexistuje".

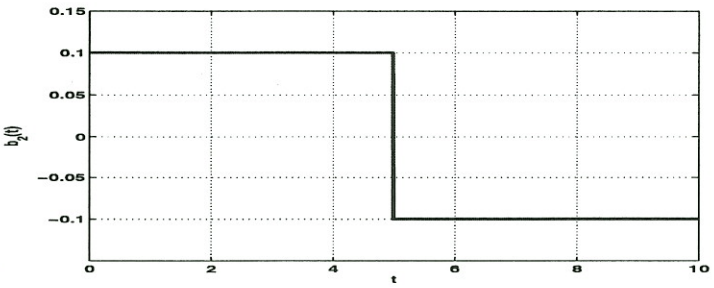
$\frac{3\pi}{17} N_1 = 2k\pi$ $N_1 = k\frac{34}{3}$ $k=3$

$N_1 =$ ..... 34 .....

viz A shodnost 1 u obou: ANO

Příklad 6 Periodický signál se spojitým časem s periodou T_1 =10 s promítáme do bází. Určete, zda jsou báze $b_1(t)$ a $b_2(t)$ na následujících obrázcích **ortonormální**.





Odpověď: ..... ANO

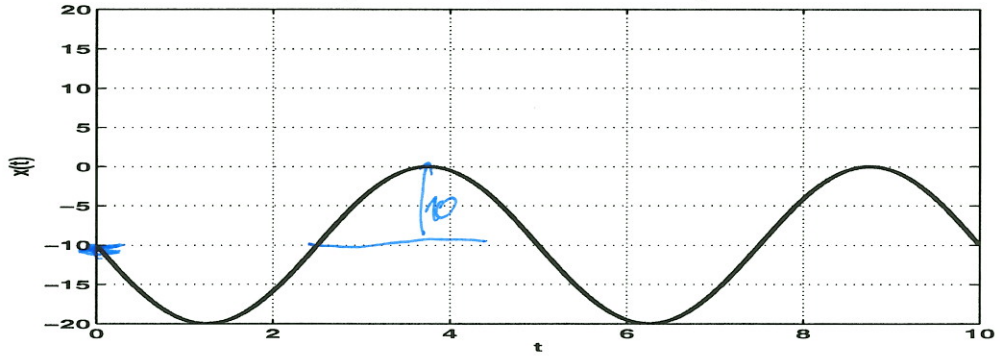
Příklad 7 Zapište dráhu bodu na konci hodinové ručičky na klasickém analogovém ciferníku jako komplexní exponenciálu závislou na čase. Reálná osa prochází na ciferníku čísly 9 a 3 a imaginární osa čísly 6 a 12. Délka ručičky od středu ke konci je 6 cm. Počáteční polohu ručičky neřešte.

$T_1 = 3600$ s $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{\pi}{1800} \frac{\pi}{21600}$ $= 43200$

viz A

$x(t) =$ ..... $6\, e^{-j\frac{\pi t}{21600}}$

Příklad 8 Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



$c_0 = -10$

$c_1 = 5\, e^{j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 5\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů má parametry: perioda T_1 = 10 ms, šířka impulsu ϑ =5 ms, výška impulsu D=20. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady.
Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\mathrm{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$, $\mathrm{sinc}(0) = 1$, $\mathrm{sinc}(\frac{\pi}{2})$ =0.64, $\mathrm{sinc}(\frac{3\pi}{2})$ = -0.21.

viz A

$c_{-1} =$ ..... $0{,}64 \cdot 10 = 6{,}4$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou T_1 = 10 ms. Jeho 10. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,10} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$
Určete 10. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t + 0.5\mathrm{ms})$
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$

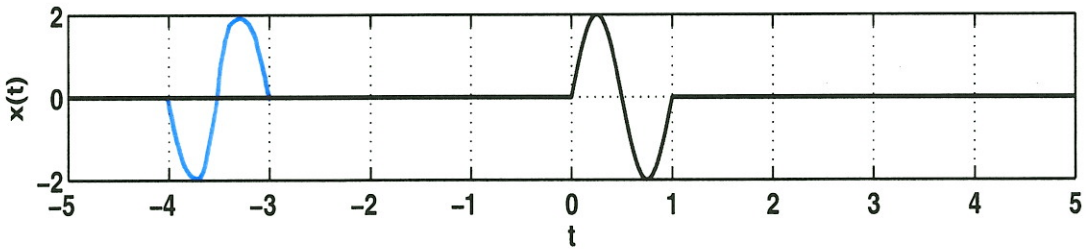
$c_{y,10} =$ ..... $4\, e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\pi} = 4\, e^{j\frac{3}{2}\pi}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 29.10.2014, BIA, zadání C

RE1

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Do stejného obrázku namalujte signál: $y(t) = x(-t-3)$.



Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =4 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ -1 & \text{pro } 1 \le t < 4 \end{cases}$$

Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x}$ = ... $\frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot 3}{4} = \frac{0}{=}$

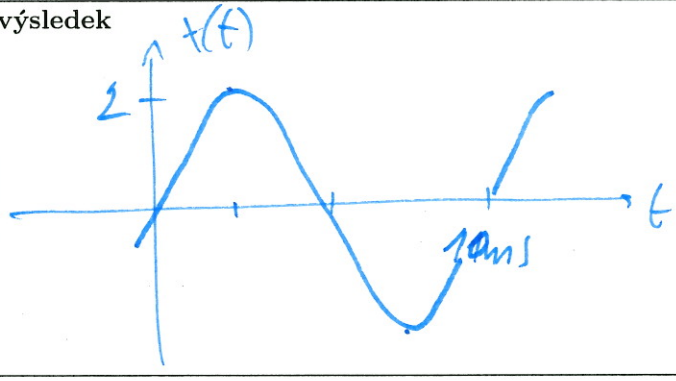
Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

P_s = ... $\frac{9 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{4} = \frac{12}{4} = \frac{3}{=}$

Příklad 4 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 2\cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$ $\frac{1}{4}$ periody viz A
V obrázku jasně vyznačte, jakou velikost má amplituda, a jak je dlouhá jedna perioda (v sekundách nebo milisekundách). Obrázek musí obsahovat minimálně jednu celou periodu signálu.

pomocný box (není relevantní pro hodnocení)

výsledek



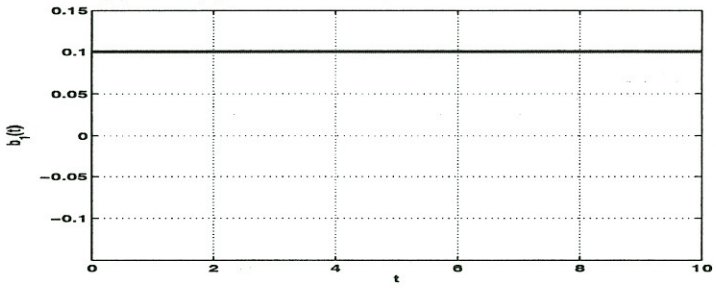
Příklad 5 Určete periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 9\cos(\frac{3}{5}n + \frac{\pi}{2})$
Pokud signál není periodický, napište jasně "neexistuje".

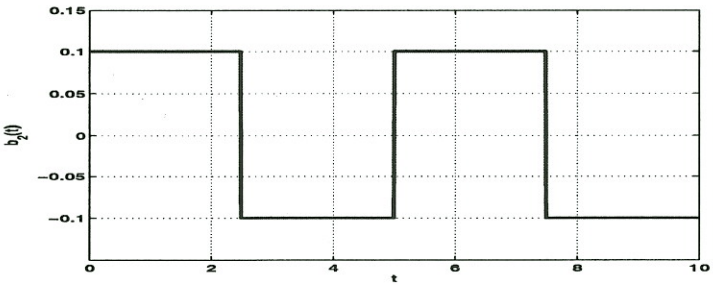
$\frac{3}{5} N_1 = 2k\pi$ mýlí

N_1 = ... Neexistuje

~~13~~ viz A

Příklad 6 Periodický signál se spojitým časem s periodou T_1 =10 s promítáme do bází. Určete, zda jsou báze $b_1(t)$ a $b_2(t)$ na následujících obrázcích **ortonormální**.





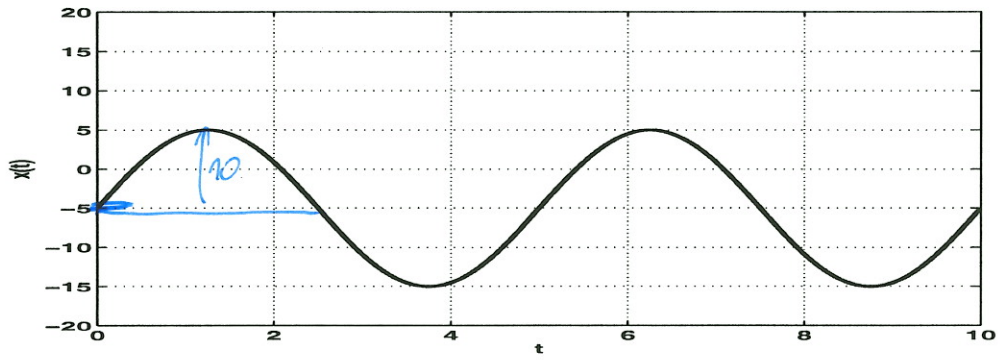
Odpověď: ..... JSOU

Příklad 7 Zapište dráhu bodu na konci vteřinové ručičky na klasickém analogovém ciferníku jako komplexní exponenciálu závislou na čase. Reálná osa prochází na ciferníku čísly 9 a 3 a imaginární osa čísly 6 a 12. Délka ručičky od středu ke konci je 6 cm. Počáteční polohu ručičky neřešte.

$T_1 = 60\,s \qquad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}$

$x(t) =$ ..... $6e^{-j\frac{\pi}{30}t}$ viz A

Příklad 8 Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



$c_0 = -5$

$c_1 = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 5e^{+j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů má parametry: perioda T_1 = 10 ms, šířka impulsu ϑ =5 ms, výška impulsu D=20. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady.
Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$, $\text{sinc}(0) = 1$, $\text{sinc}(\frac{\pi}{2})$ =0.64, $\text{sinc}(\frac{3\pi}{2})$ = -0.21. viz A

$c_3 =$ ..... $-0{,}21 \cdot 10 = -2{,}1$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou T_1 = 10 ms. Jeho 10. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,10} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$
Určete 10. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t - 1\text{ms})$
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$

bez změny!

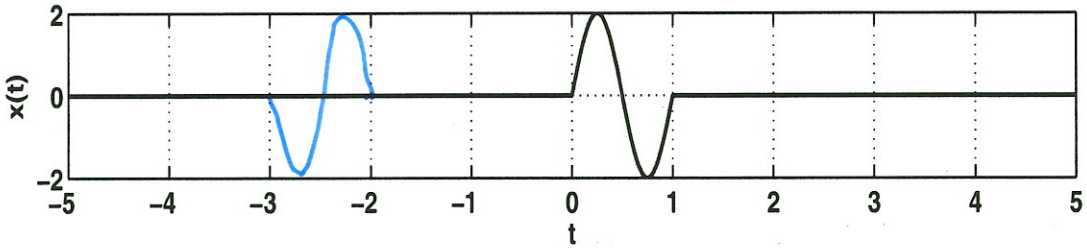
$c_{y,10} =$ ..... $4e^{j\frac{\pi}{2}}(e^{-j2\pi}) = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 29.10.2014, BIA, zadání D

REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Do stejného obrázku namalujte signál: $y(t) = x(-t-2)$.



Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu $T_1 = 4$ s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ -2 & \text{pro } 1 \le t < 4 \end{cases}$$

Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x} =$ $\frac{3 \cdot 1 + (-2) \cdot 3}{4} = -\frac{3}{4}$

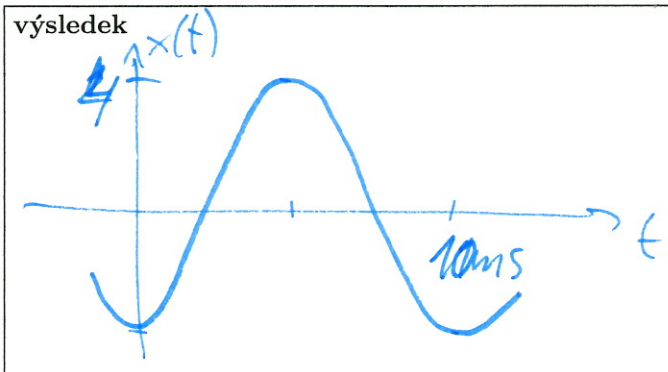
Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s =$ $\frac{9 \cdot 1 + 4 \cdot 3}{4} = \frac{21}{4}$

Příklad 4 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 4\cos(200\pi t + \pi)$ $\frac{1}{2}$ periody viz A
V obrázku jasně vyznačte, jakou velikost má amplituda, a jak je dlouhá jedna perioda (v sekundách nebo milisekundách). Obrázek musí obsahovat minimálně jednu celou periodu signálu.

pomocný box (není relevantní pro hodnocení)

výsledek



Příklad 5 Určete periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 5\cos(\frac{\pi}{8}n - \frac{\pi}{2})$
Pokud signál není periodický, napište jasně "neexistuje".

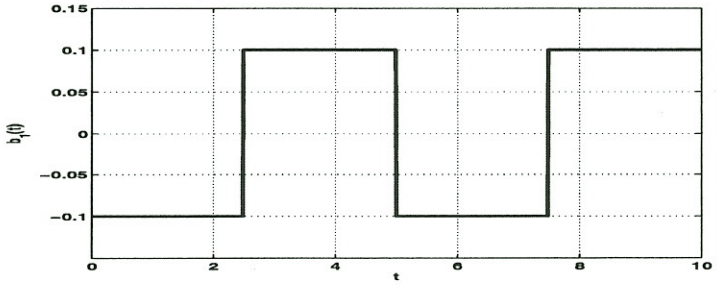
$\frac{\pi}{8} N_1 = 2k\pi \qquad N_1 = k \cdot 16$

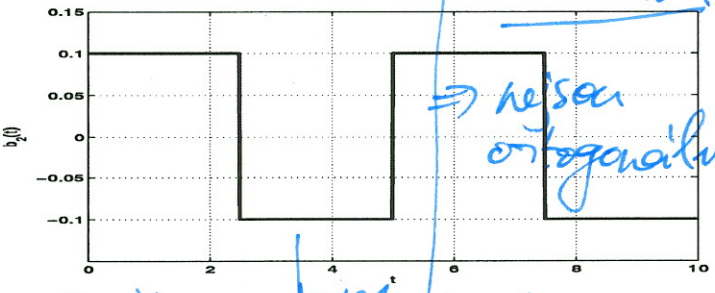
$N_1 =$ 16

viz A velikost 1 u obou: ANO

integrál není nula

Příklad 6 Periodický signál se spojitým časem s periodou T_1 =10 s promítáme do bází. Určete, zda jsou báze $b_1(t)$ a $b_2(t)$ na následujících obrázcích **ortonormální**.





⇒ nejsou ortogonální

Součin

Odpověď: NEJSOU

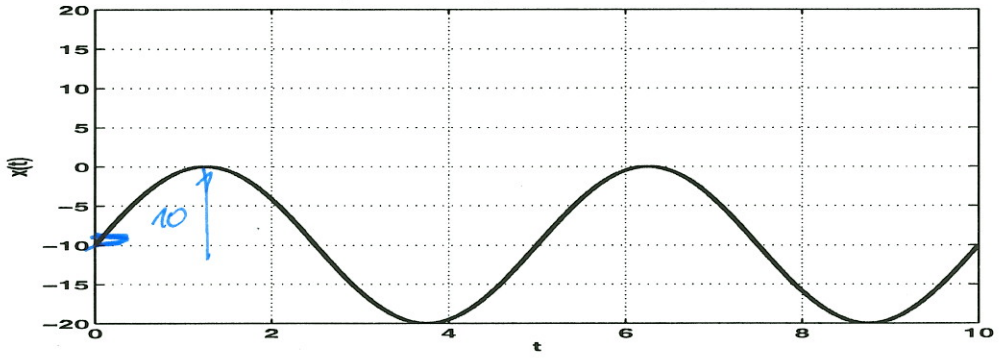
Příklad 7 Zapište dráhu bodu na konci vteřinové ručičky na klasickém analogovém ciferníku jako komplexní exponenciálu závislou na čase. Reálná osa prochází na ciferníku čísly 9 a 3 a imaginární osa čísly 6 a 12. Délka ručičky od středu ke konci je 6 cm. Počáteční polohu ručičky neřešte.

−0,01

viz C

$x(t)$ =.....

Příklad 8 Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



$c_0 = -10$

$c_1 = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 5e^{+j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů má parametry: perioda T_1 = 10 ms, šířka impulsu ϑ =5 ms, výška impulsu D=20. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady.
Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$, sinc(0) = 1, sinc($\frac{\pi}{2}$) =0.64, sinc($\frac{3\pi}{2}$) = -0.21. viz A

c_1 =..... $0{,}64 \cdot 10 = \underline{\underline{6{,}4}}$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou T_1 = 10 ms. Jeho 10. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,10} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$
Určete 10. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t - 0.5\text{ms})$
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$

$c_{y,10}$ = ... $4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\pi} = \underline{\underline{4e^{-j\frac{\pi}{2}}}}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 31.10.2014, BIA, zadání E REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

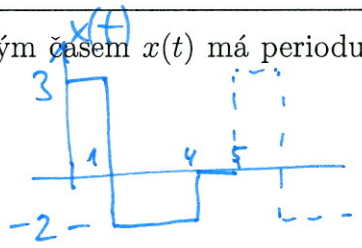
Příklad 1 V tabulce je signál s diskrétním časem $x[n]$ (nulové hodnoty nejsou značeny). Do vyznačeného řádku tabulky dopište hodnoty signálu $y[n] = x[-n-3]$
(také nemusíte psát nulové hodnoty).

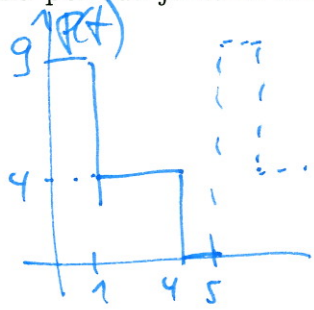
n	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								6	4	-1					
$y[n]$			-1	4	6										

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =5 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ -2 & \text{pro } 1 \le t < 4 \\ 0 & \text{pro } 4 \le t < 5 \end{cases}$$

Spočítejte jeho střední hodnotu.



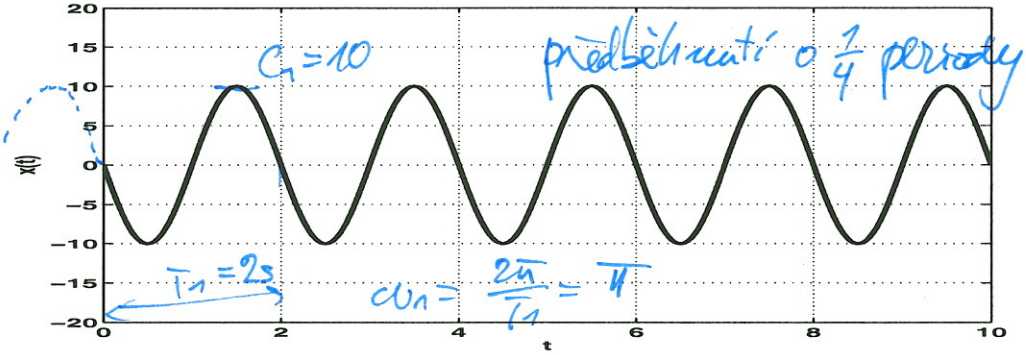


$\bar{x} = \dfrac{3\cdot 1 + (-2\cdot 3)}{5} = -\dfrac{3}{5}$

Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s = \dfrac{9\cdot 1 + 4\cdot 3}{5} = \dfrac{21}{5}$

Příklad 4 Zapište signál na obrázku jako cosinusovku ve tvaru $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$.



předběhnutí o $\frac{1}{4}$ periody $\approx +\frac{\pi}{2}$

$x(t) = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 5 Napište do tabulky hodnoty diskrétní cosinusovky $x[n] = 4\cos(\frac{2\pi}{8}n + \frac{\pi}{2})$ pro všechna vyznačená n. Řádky bez označení můžete využít jako pomocné. Pomůcka: $\cos(\frac{\pi}{4}) = 0.7$.

předběhnutí o $\frac{1}{4}$ periody

perioda o 8 vzorků

$4\cdot 0{,}7 = 2{,}8$

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					4	2,8	0	-2,8	-4	-2,8	0	2,8	4	. .	. .
$x[n]$	0	2,8	4	2,8	0	-2,8	-4	-2,8	0	2,8	4	2,8	0	-2,8	-4

Příklad 6 Stručně vysvětlete, kdy pro diskrétní harmonický signál $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ nelze najít periodu N_1.

Odpověď: v případě, že pro žádný násobek ω_1 nevyjde násobek 2π (to je podmínka periodicity funkce cos) + další, mírná vysvětlení.

Příklad 7 Free-style yoyo má poloměr 3 cm a točí se rychlostí 600 RPM (10 otáček za sekundu). Yoyo je upevněné na provázku (string) o délce 1 metr, kterým yoyer otáčí rychlostí 1 otáčka za sekundu. Napište dráhu jednoho určitého bodu na okraji yoya jako součet dvou komplexních exponenciál závislých na čase. Reálná osa je vodorovně, imaginární osa svisle, počáteční polohu yoya, bodu, i oba směry otáčení si můžete zvolit.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ rad/s $\omega_2 = 20\pi$ rad/s

$x(t) = 1 \cdot e^{j 2\pi t} + 0{,}03 e^{j 20\pi t}$ (v metrech) nebo $100 e^{j 2\pi t} + 3 e^{j 20\pi t}$ (v cm)

Příklad 8 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 1$ ms má 5 nenulových koeficientů Fourierovy řady ležících na odpovídajících násobcích jeho základní kruhové frekvence:

k	-2	-1	0	1	2
$c_{x,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-4000π	-2000π	0	2000π	4000π

znaménka u $e^{j\ldots t}$ mohou být + i −.

Vyplňte podobnou tabulku pro zrychlený signál: $y(t) = x(5t)$
Pokud by bylo potřeba tabulku doplnit o další sloupce, dopište je.

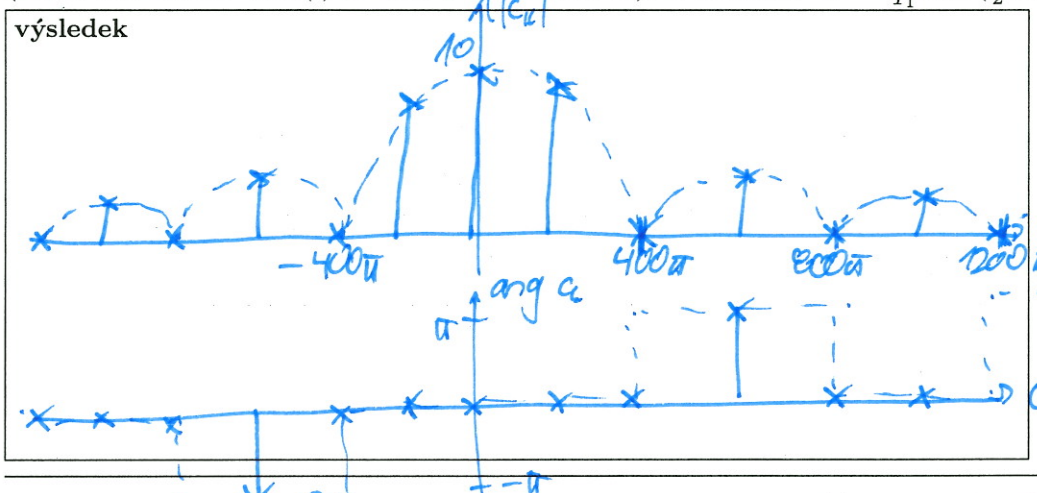
k	-2	-1	0	1	2
$c_{y,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$ ← stejné
ω	-20000π	-10000π	0	10000π	20000π ← frekvence 5× vyšší

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů $x(t)$ má parametry: perioda $T_1 = 10$ ms, šířka impulsu ϑ =5 ms, výška impulsu D=20.
Nakreslete koeficienty jeho Fourierovy řady (jeden obrázek pro modul, druhý pro argument) minimálně od c_{-6} do c_6. Do obrázku zapište velikost $|c_0|$ a kruhovou frekvenci, na které leží první nulový koeficient (pomocná funkce sinc(·) je tam poprvé nulová). Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$.

$\frac{D\vartheta}{T_1} = \frac{20 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 10$

$\frac{2\pi}{\vartheta} = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^{-3}} = 400\pi$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3}} = 200\pi$



Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 10$ ms. Jeho 5. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,5} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$. Určete 5. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t - 0.25\text{ms})$
Výsledek zapište jako **jedno** komplexní číslo ve složkovém nebo v exponenciálním tvaru.
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3}} = 200\pi$

$c_{y,5} = 4e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j 5 \cdot 200\pi \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}} = 4e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} = 4e^{j\frac{\pi}{4}}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 31.10.2014, BIA, zadání F

REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 V tabulce je signál s diskrétním časem $x[n]$ (nulové hodnoty nejsou značeny). Do vyznačeného řádku tabulky dopište hodnoty signálu $y[n] = x[-n-4]$
(také nemusíte psát nulové hodnoty).

n	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								6	4	-1					
$y[n]$		-1	4	6											

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =5 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ -1 & \text{pro } 1 \le t < 4 \\ 0 & \text{pro } 4 \le t < 5 \end{cases}$$

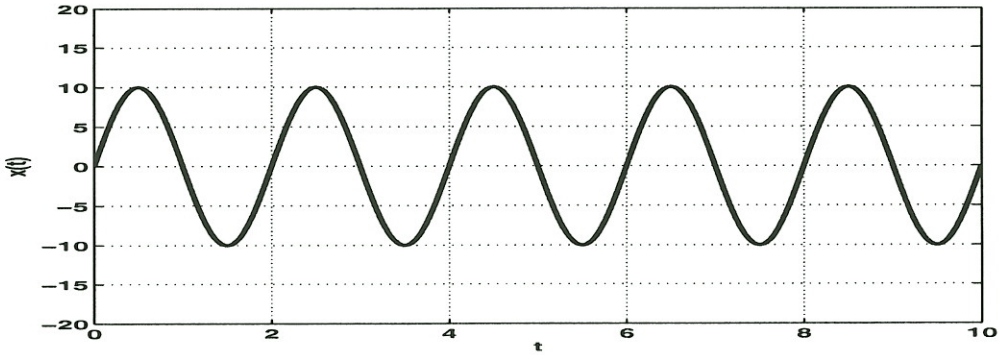
Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x} =$ $\frac{3 \cdot 1 + (-1 \cdot 3)}{5} = \frac{0}{5}$

Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s =$ $\frac{9 \cdot 1 + (1 \cdot 3)}{5} = \frac{12}{5}$

Příklad 4 Zapište signál na obrázku jako cosinusovku ve tvaru $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$.



$x(t) =$ $10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ perioda 4 vzorky

Příklad 5 Napište do tabulky hodnoty diskrétní cosinusovky $x[n] = 4\cos(\frac{2\pi}{4}n + \frac{\pi}{2})$ — předběh $\frac{1}{4}$ periody
pro všechna vyznačená n. Řádky bez označení můžete využít jako pomocné. Pomůcka: $\cos(\frac{\pi}{4}) = 0.7$.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					4	0	-4	0	4	-	-	·			
$x[n]$	0	-4	0	4	0	-4	0	4	0	-4	0	4	0	-4	0

Příklad 6 Stručně vysvětlete, kdy pro diskrétní harmonický signál $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ nelze najít periodu N_1.

Odpověď: viz ✱

Příklad 7 Free-style yoyo má poloměr 3 cm a točí se rychlostí 600 RPM (10 otáček za sekundu). Yoyo je upevněné na provázku (string) o délce 1 metr, kterým yoyer otáčí rychlostí 1 otáčka za sekundu. Napište dráhu jednoho určitého bodu na okraji yoya jako součet dvou komplexních exponenciál závislých na čase. Reálná osa je vodorovně, imaginární osa svisle, počáteční polohu yoya, bodu, i oba směry otáčení si můžete zvolit.

viz ✱

$x(t) =$.....

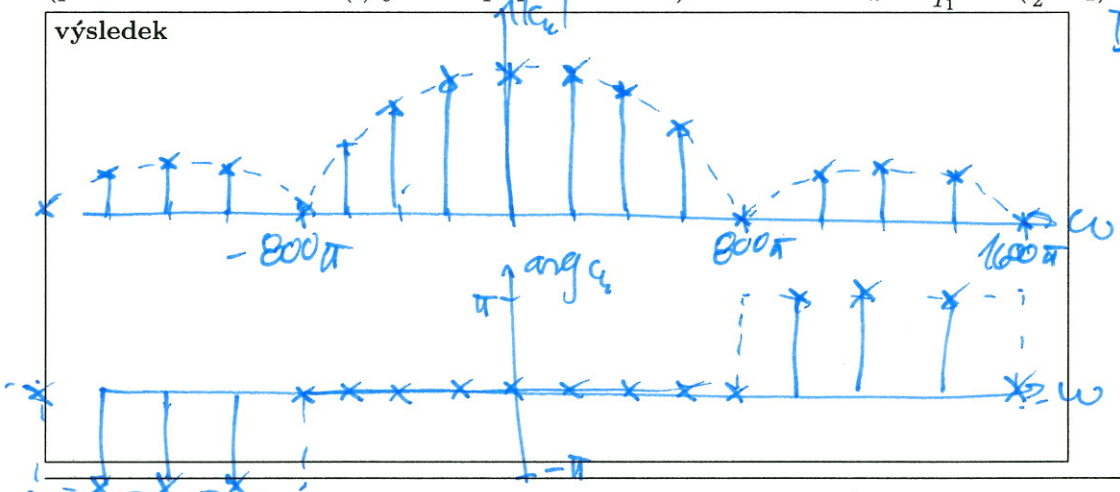
Příklad 8 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 1$ ms má 5 nenulových koeficientů Fourierovy řady ležících na odpovídajících násobcích jeho základní kruhové frekvence:

k	-2	-1	0	1	2
$c_{x,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-4000π	-2000π	0	2000π	4000π

Vyplňte podobnou tabulku pro zrychlený signál: $y(t) = x(4t)$
Pokud by bylo potřeba tabulku doplnit o další sloupce, dopište je.

k	-2	-1	0	1	2
$c_{y,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-16000π	-8000π	0	8000π	16000π

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů $x(t)$ má parametry: perioda $T_1 = 10$ ms, šířka impulsu $\vartheta = 2.5$ ms, výška impulsu $D=20$.
Nakreslete koeficienty jeho Fourierovy řady (jeden obrázek pro modul, druhý pro argument) minimálně od c_{-6} do c_6. Do obrázku zapište velikost $|c_0|$ a kruhovou frekvenci, na které leží první nulový koeficient (pomocná funkce sinc(·) je tam poprvé nulová). Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$.



$\frac{D\vartheta}{T_1} = 5$

$\frac{2\pi}{\vartheta} = \frac{2\pi}{2.5\cdot10^{-3}} = 800\pi$

$\omega_1 = 2000\pi$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 10$ ms. Jeho 5. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,5} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$. Určete 5. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t - 0.5\text{ms})$
Výsledek zapište jako **jedno** komplexní číslo ve složkovém nebo v exponenciálním tvaru.
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$.

$c_{y,5} =$ $4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j5\cdot2000\pi\cdot0,5\cdot10^{-3}} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{\pi}{2}} = 4$

Půlsemestrální zkouška ISS, 31.10.2014, BIA, zadání G REF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 V tabulce je signál s diskrétním časem $x[n]$ (nulové hodnoty nejsou značeny). Do vyznačeného řádku tabulky dopište hodnoty signálu $y[n] = x[-n+1]$
(také nemusíte psát nulové hodnoty).

n	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								6	4	-1					
$y[n]$							-1	4	6						

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =5 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ 1 & \text{pro } 1 \le t < 4 \\ 0 & \text{pro } 4 \le t < 5 \end{cases}$$

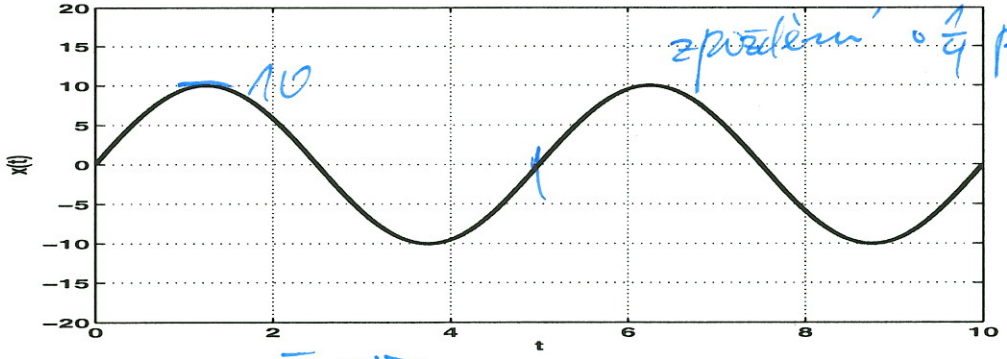
Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x} = \frac{3 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$

Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s = \frac{9 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5}$

Příklad 4 Zapište signál na obrázku jako cosinusovku ve tvaru $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$.



10

zpoždění o $\frac{1}{4}$ periody $\approx -\frac{\pi}{2}$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{5} = 0{,}4\pi$

$T_1 = 5$

$x(t) = 10 \cos\left(0{,}4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 5 Napište do tabulky hodnoty diskrétní cosinusovky $x[n] = 4\cos(\frac{2\pi}{4}n - \frac{\pi}{2})$ pro všechna vyznačená n. Řádky bez označení můžete využít jako pomocné. Pomůcka: $\cos(\frac{\pi}{4}) = 0.7$.

perioda 4 vz. zpozd. $\frac{1}{4}$ periody

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					4	0	-4	0	4	0	-4	0			
$x[n]$	0	4	0	-4	0	4	0	-4	0	4	0	-4	0	4	0

Příklad 6 Stručně vysvětlete, kdy pro diskrétní harmonický signál $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ nelze najít periodu N_1.

Odpověď: viz A

Příklad 7 Free-style yoyo má poloměr 3 cm a točí se rychlostí 600 RPM (10 otáček za sekundu). Yoyo je upevněné na provázku (string) o délce 1 metr, kterým yoyer otáčí rychlostí 1 otáčka za sekundu. Napište dráhu jednoho určitého bodu na okraji yoya jako součet dvou komplexních exponenciál závislých na čase. Reálná osa je vodorovně, imaginární osa svisle, počáteční polohu yoya, bodu, i oba směry otáčení si můžete zvolit.

viz E

$x(t) =$.....

Příklad 8 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 1$ ms má 5 nenulových koeficientů Fourierovy řady ležících na odpovídajících násobcích jeho základní kruhové frekvence:

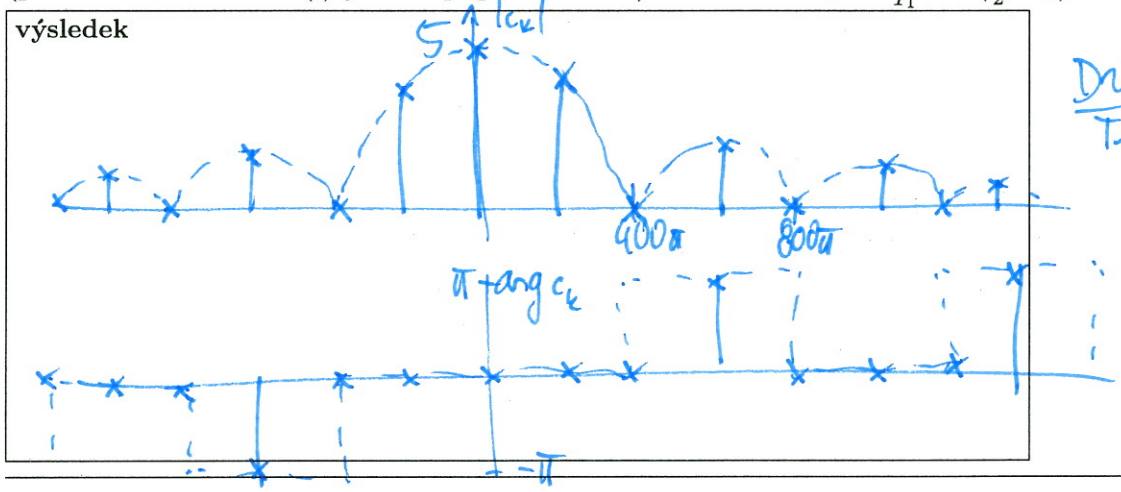
k	-2	-1	0	1	2
$c_{x,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-4000π	-2000π	0	2000π	4000π

Vyplňte podobnou tabulku pro zrychlený signál: $y(t) = x(3t)$
Pokud by bylo potřeba tabulku doplnit o další sloupce, dopište je.

k	-2	-1	0	1	2
$c_{y,k}$	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-12000π	-6000π	0	6000π	12000π

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů $x(t)$ má parametry: perioda $T_1 = 10$ ms, šířka impulsu $\vartheta = 5$ ms, výška impulsu $D=10$.
Nakreslete koeficienty jeho Fourierovy řady (jeden obrázek pro modul, druhý pro argument) minimálně od c_{-6} do c_6. Do obrázku zapište velikost $|c_0|$ a kruhovou frekvenci, na které leží první nulový koeficient (pomocná funkce sinc(·) je tam poprvé nulová). Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$.

viz E



$\frac{D\vartheta}{T_1} = 5$

Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 10$ ms. Jeho 5. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,5} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$. Určete 5. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t + 0.25\text{ms})$
Výsledek zapište jako **jedno** komplexní číslo ve složkovém nebo v exponenciálním tvaru.
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$.

viz E

$c_{y,5} =$ ..... $4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{+j\frac{\pi}{4}} = 4e^{j\frac{3\pi}{4}}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 31.10.2014, BIA, zadání H

LEF

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....
(čitelně!)

Příklad 1 V tabulce je signál s diskrétním časem $x[n]$ (nulové hodnoty nejsou značeny). Do vyznačeného řádku tabulky dopište hodnoty signálu $y[n] = x[-n+4]$
(také nemusíte psát nulové hodnoty).

n	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								6	4	-1					
$y[n]$										-1	4	6			

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má periodu T_1 =5 s, jedna perioda je dána takto:

$$x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \le t < 1 \\ 2 & \text{pro } 1 \le t < 4 \\ 0 & \text{pro } 4 \le t < 5 \end{cases}$$

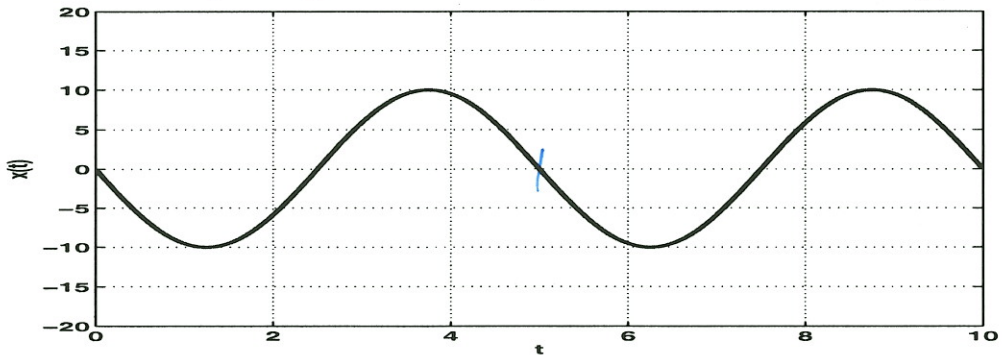
Spočítejte jeho střední hodnotu.

$\bar{x} = \dfrac{3\cdot 1 + 2\cdot 3}{5} = \dfrac{9}{5}$

Příklad 3 Pro signál z minulého příkladu spočítejte střední výkon.

$P_s = \dfrac{9\cdot 1 + 4\cdot 3}{5} = \dfrac{21}{5}$

Příklad 4 Zapište signál na obrázku jako cosinusovku ve tvaru $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$.



viz G

$x(t) = 10\cos\left(0{,}4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 5 Napište do tabulky hodnoty diskrétní cosinusovky $x[n] = 4\cos(\frac{2\pi}{8}n + \pi)$ pro všechna vyznačená n. Řádky bez označení můžete využít jako pomocné. Pomůcka: $\cos(\frac{\pi}{4}) = 0.7$.

per. 8 vzorků

předběh o $\frac{1}{2}$ per.

viz E

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					4	2,8	0	−2,8	−4	−2,8	0	2,8	4	. .	.
$x[n]$	4	2,8	0	−2,8	−4	−2,8	0	2,8	4	2,8	0	−2,8	−4	−2,8	0

Příklad 6 Stručně vysvětlete, kdy pro diskrétní harmonický signál $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ nelze najít periodu N_1.

Odpověď: viz E

Příklad 7 Free-style yoyo má poloměr 3 cm a točí se rychlostí 600 RPM (10 otáček za sekundu). Yoyo je upevněné na provázku (string) o délce 1 metr, kterým yoyer otáčí rychlostí 1 otáčka za sekundu. Napište dráhu jednoho určitého bodu na okraji yoya jako součet dvou komplexních exponenciál závislých na čase. Reálná osa je vodorovně, imaginární osa svisle, počáteční polohu yoya, bodu, i oba směry otáčení si můžete zvolit.

$x(t) =$ ..... viz E

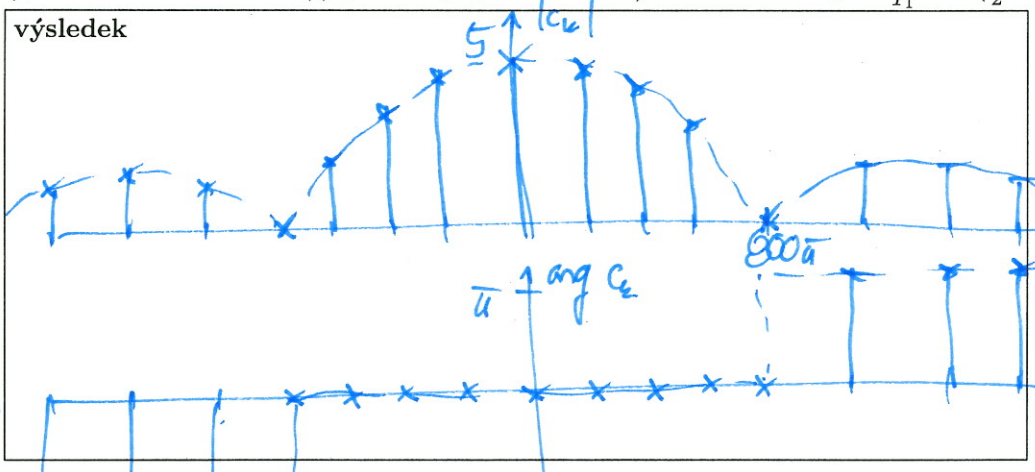
Příklad 8 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 1$ ms má 5 nenulových koeficientů Fourierovy řady ležících na odpovídajících násobcích jeho základní kruhové frekvence:

k	-2	-1	0	1	2
$c_{x,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-4000π	-2000π	0	2000π	4000π

Vyplňte podobnou tabulku pro zrychlený signál: $y(t) = x(2t)$
Pokud by bylo potřeba tabulku doplnit o další sloupce, dopište je.

k	-2	-1	0	1	2
$c_{y,k}$	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	3	5	3	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$
ω	-8000π	-4000π	0	4000π	8000π

Příklad 9 Sled obdélníkových impulsů $x(t)$ má parametry: perioda $T_1 = 10$ ms, šířka impulsu ϑ =2.5 ms, výška impulsu D=20.
Nakreslete koeficienty jeho Fourierovy řady (jeden obrázek pro modul, druhý pro argument) minimálně od c_{-6} do c_6. Do obrázku zapište velikost $|c_0|$ a kruhovou frekvenci, na které leží první nulový koeficient (pomocná funkce sinc(·) je tam poprvé nulová). Pomůcka: $c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1)$. viz F



Příklad 10 Je dán periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 10$ ms. Jeho 5. koeficient Fourierovy řady je $c_{x,5} = 4e^{j\frac{\pi}{2}}$. Určete 5. koeficient signálu posunutého v čase: $y(t) = x(t + 0.5\text{ms})$
Výsledek zapište jako **jedno** komplexní číslo ve složkovém nebo v exponenciálním tvaru. viz F
Pomůcka: $c_{y,k} = c_{x,k}e^{-jk\omega_1\tau}$.

$c_{y,5} =$ ..... $4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{\pi}{2}} = 4e^{j\pi} = -4$