## Půlsemestrální zkouška ISS, 4.11.2015, BIA, zadání A

REF

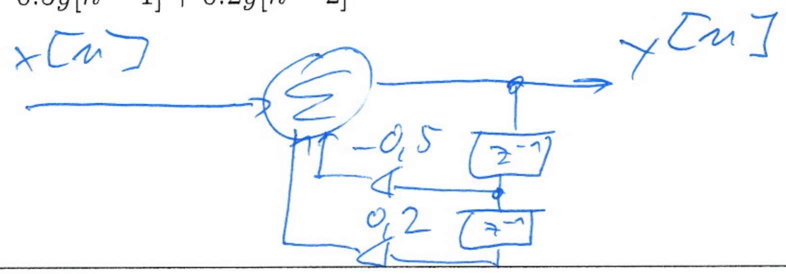
Login: ........................ Příjmení a jméno: ...................................................... Podpis: ............................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište, které typy operací jsou nutné pro implementaci číslicového filtru (nápověda: jsou tři).

násobení (konstantami)
součet
posun (pamatování vzorků, zpoždění...)

---

**Příklad 2** Nakreslete schéma číslicového filtru podle jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] + 0.2y[n-2]$




---

**Příklad 3** V programu v jazyce C je vstupní signál uložen v poli `x`, které už je načtené, výstupní signál má být v poli `y`. Obě dvě jsou typu `float` a mají 1000 prvků. Napište kus kódu pro filtraci podle diferenční rovnice $y[n] = x[n] - 0.5x[n-1]$

```
int n;
for (n=1; n< 1000; n++) {
  y[n] = x[n] - 0.5 * x[n-1];
}
```

---

**Příklad 4** Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 |

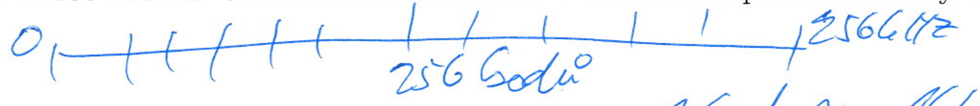
Spočítejte jeho koeficient DFT pro $k = 0$. Pomůcka: definice DFT je $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}$.

jedná se tedy o prostý součet všech vzorků...

$X[0] =$ ........4........

---

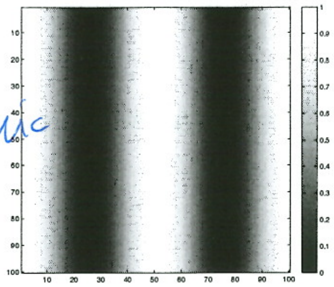
**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =256kHz. Počítáme DFT z úseku signálu, který má $N = 256$ vzorků. Jaké skutečné frekvenci v Hz bude odpovídat získaný koeficient pro $k = 122$ ?




1 bod ≈ 1kHz

122 kHz

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován obrázek s pixely $x[k,l]$ (počitadlo $k$ je svislé, $l$ je vodorovné). ← 2 periody cos



nic

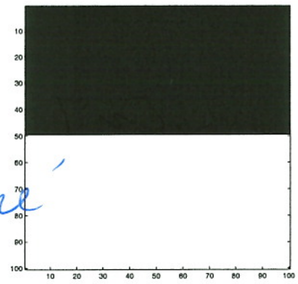
$x[k,l] =$ $0{,}5 + 0{,}5\cos\left(2 \cdot \frac{2\pi}{100}\, l\right)$

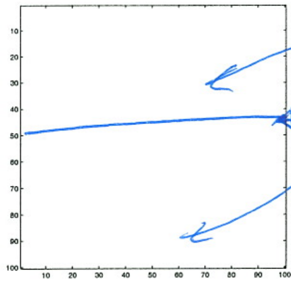
---

**Příklad 7** Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

detekuje vodorovné hrany





nuly

nenulové hodnoty

---

**Příklad 8** Náhodná veličina je výška člověka. Máme dvě hodnoty její distribuční funkce $F(x)$: $F(150) = 0.4$ a $F(160) = 0.5$ (hodnoty $x$ jsou v centimetrech). Určete pravděpodobnost toho, že člověk bude mít výšku více než 160 cm.

$F(x) = P(\xi < x)$

pravd., že bude menší než 160cm

$1 - 0{,}5 = 0{,}5$ pro větší

$P = 0{,}5$

---

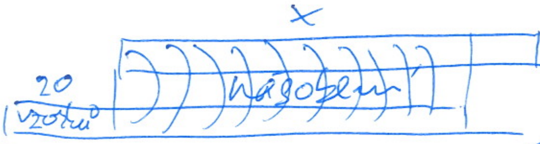
**Příklad 9** Bylo nahráno 1000000 (milion) realizací náhodného signálu, každá má 1000 vzorků. Odhadujeme funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro vzorek $n = 159$. Mezi milionem takových vzorků ze všech realizací $\xi_\omega[159]$ jsme napočítali 127000 hodnot v intervalu $x \in < 0.05,\ \ 0.06 >$.
Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tento vzorek a tento interval.

$$\text{hustota} = \frac{\text{count}}{\text{počet celkem} \cdot \text{šířka intervalu}} = \frac{127\,000}{1\,000\,000 \cdot 0{,}01} = \underline{\underline{12{,}7}}$$

---

**Příklad 10** Máme jen jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$. Jak odhadneme korelační koeficient $R[20]$? Můžete napsat rovnici, v 1-2 větách vysvětlit slovy, nakreslit schéma nebo napsat kus kódu.

$$R[20] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1-20} x[n]\, x[n+20]$$




součet, jedno stačí z toho.

```
R20 = 0.0;
for (n=0; n<N-20; n++) {
    R20 += x[n] * x[n+20];
}; R20 = R20/N;
```

# Půlsemestrální zkouška ISS, 4.11.2015, BIA, zadání B

REF

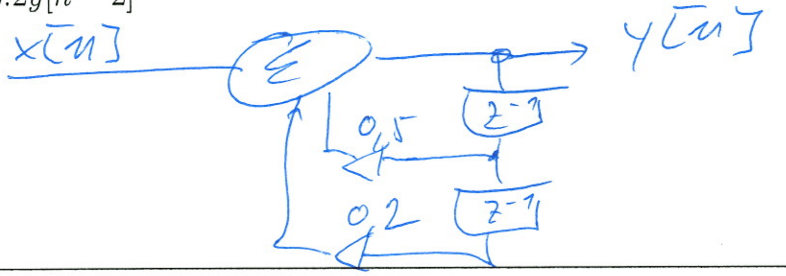
Login: ...................... Příjmení a jméno: ................................................ Podpis: ..........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište, které typy operací jsou nutné pro implementaci číslicového filtru (nápověda: jsou tři).

viz A

---

**Příklad 2** Nakreslete schéma číslicového filtru podle jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] + 0.5y[n-1] + 0.2y[n-2]$




---

**Příklad 3** V programu v jazyce C je vstupní signál uložen v poli `x`, které už je načtené, výstupní signál má být v poli `y`. Obě dvě jsou typu `float` a mají 1000 prvků. Napište kus kódu pro filtraci podle diferenční rovnice $y[n] = x[n] - 0.9x[n-1]$

viz A

y[n] = x[n] - 0.9 * x[n-1];

---

**Příklad 4** Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 |

Spočítejte jeho koeficient DFT pro $k = 0$. Pomůcka: definice DFT je $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$.

viz A

$X[0] =$ ..........0..........

---

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =256kHz. Počítáme DFT z úseku signálu, který má $N = 256$ vzorků. Jaké skutečné frekvenci v Hz bude odpovídat získaný koeficient pro $k = 120$ ?

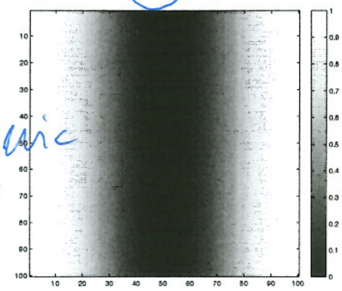
viz A

120 kHz

1 perioda cos

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován obrázek s pixely $x[k,l]$ (počitadlo $k$ je svislé, $l$ je vodorovné).

nic



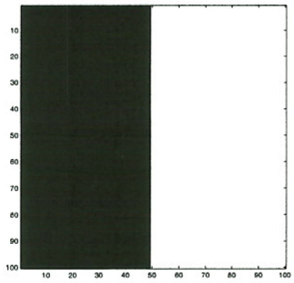
$x[k,l] =$ .................. $0{,}5 + 0{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{100}\, l\right)$

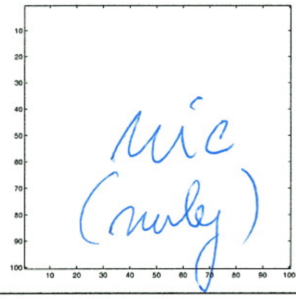
---

**Příklad 7** Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

detektor vodorovných hran





nic (nuly)

---

**Příklad 8** Náhodná veličina je výška člověka. Máme dvě hodnoty její distribuční funkce $F(x)$: $F(150) = 0.4$ a $F(160) = 0.5$ (hodnoty $x$ jsou v centimetrech). Určete pravděpodobnost toho, že člověk bude mít výšku více než 150 cm.

viz A

$P = 1 - 0.4 = 0{,}6$

---

**Příklad 9** Bylo nahráno 1000000 (milion) realizací náhodného signálu, každá má 1000 vzorků. Odhadujeme funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro vzorek $n = 159$. Mezi milionem takových vzorků ze všech realizací $\xi_\omega[159]$ jsme napočítali 127000 hodnot v intervalu $x \in < 0.06,\quad 0.07 >$.
Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tento vzorek a tento interval.

viz A

---

**Příklad 10** Máme jen jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$. Jak odhadneme korelační koeficient $R[10]$? Můžete napsat rovnici, v 1-2 větách vysvětlit slovy, nakreslit schéma nebo napsat kus kódu.

viz A (20 → 10)

# Půlsemestrální zkouška ISS, 4.11.2015, BIA, zadání C

BEF

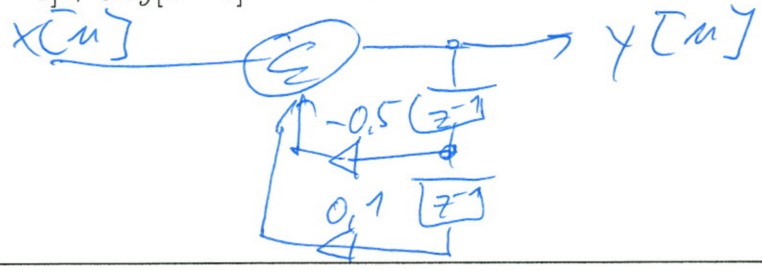
Login: ....................... Příjmení a jméno: .................................................. Podpis: ...........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište, které typy operací jsou nutné pro implementaci číslicového filtru (nápověda: jsou tři).

viz A

---

**Příklad 2** Nakreslete schéma číslicového filtru podle jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] + 0.1y[n-2]$




---

**Příklad 3** V programu v jazyce C je vstupní signál uložen v poli `x`, které už je načtené, výstupní signál má být v poli `y`. Obě dvě jsou typu `float` a mají 1000 prvků. Napište kus kódu pro filtraci podle diferenční rovnice $y[n] = x[n] + 0.5x[n-1]$

viz A

```
y[n] = x[n] + 0,5 * x[n-1];
```

---

**Příklad 4** Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Spočítejte jeho koeficient DFT pro $k = 0$. Pomůcka: definice DFT je $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$.

viz A

$X[0] =$ 8

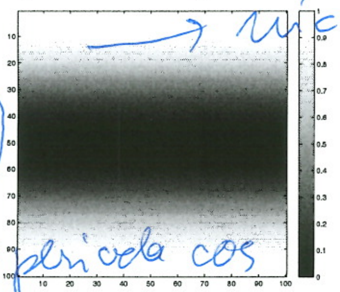
---

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =256kHz. Počítáme DFT z úseku signálu, který má $N = 256$ vzorků. Jaké skutečné frekvenci v Hz bude odpovídat získaný koeficient pro $k = 15$ ?

viz A

15 kHz

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován obrázek s pixely $x[k,l]$ (počitadlo $k$ je svislé, $l$ je vodorovné).



nic

1 perioda cos

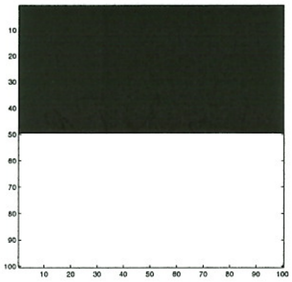
$x[k,l] =$ $0{,}5 + 0{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{100}k\right)$

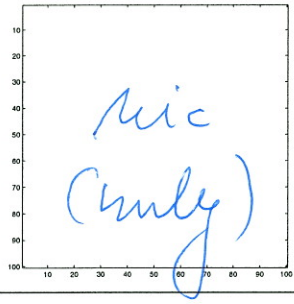
---

**Příklad 7** Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

detektor svislých hran





nic (nuly)

---

**Příklad 8** Náhodná veličina je výška člověka. Máme dvě hodnoty její distribuční funkce $F(x)$: $F(150) = 0.4$ a $F(160) = 0.5$ (hodnoty $x$ jsou v centimetrech). Určete pravděpodobnost toho, že člověk bude mít výšku mezi 150 a 160 cm.

viz A

$P = 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}1$

---

**Příklad 9** Bylo nahráno 1000000 (milion) realizací náhodného signálu, každá má 1000 vzorků. Odhadujeme funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro vzorek $n = 159$. Mezi milionem takových vzorků ze všech realizací $\xi_\omega[159]$ jsme napočítali 127000 hodnot v intervalu $x \in <0.07,\ 0.08>$.
Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tento vzorek a tento interval.

viz A

---

**Příklad 10** Máme jen jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$. Jak odhadneme korelační koeficient $R[12]$? Můžete napsat rovnici, v 1-2 větách vysvětlit slovy, nakreslit schéma nebo napsat kus kódu.

viz A $(20 \to 12)$

## Půlsemestrální zkouška ISS, 4.11.2015, BIA, zadání D

REF

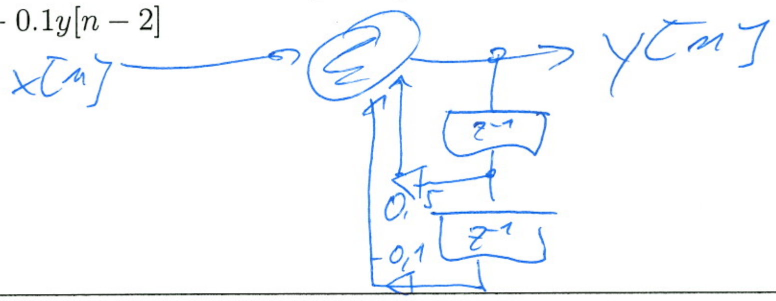
Login: ........................ Příjmení a jméno: .................................................... Podpis: ..........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište, které typy operací jsou nutné pro implementaci číslicového filtru (nápověda: jsou tři).

Viz A

---

**Příklad 2** Nakreslete schéma číslicového filtru podle jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] + 0.5y[n-1] - 0.1y[n-2]$




---

**Příklad 3** V programu v jazyce C je vstupní signál uložen v poli `x`, které už je načtené, výstupní signál má být v poli `y`. Obě dvě jsou typu `float` a mají 1000 prvků. Napište kus kódu pro filtraci podle diferenční rovnice $y[n] = x[n] + x[n-1]$

Viz A

```
⋮
y[n] = x[n] + x[n-1];
⋮
```

---

**Příklad 4** Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | -1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 |

Spočítejte jeho koeficient DFT pro $k = 0$. Pomůcka: definice DFT je $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$.

Viz A

$X[0] =$ ~~[illegible]~~ 0

---

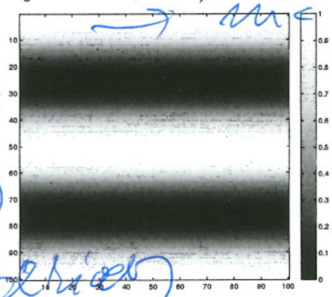
**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =256kHz. Počítáme DFT z úseku signálu, který má $N = 256$ vzorků. Jaké skutečné frekvenci v Hz bude odpovídat získaný koeficient pro $k = 10$ ?

Viz A

106Hz

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován obrázek s pixely $x[k, l]$ (počitadlo $k$ je svislé, $l$ je vodorovné).

nic



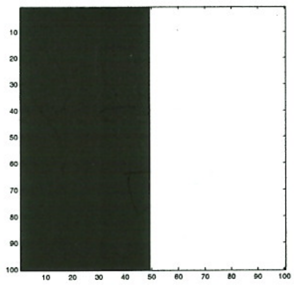
2 periody

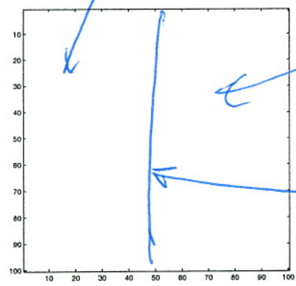
$x[k, l] =$ $0{,}5 + 0{,}5 \cos\left(2 \frac{2\pi}{100} k\right)$

**Příklad 7** Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k, l] = |x[k, l] \star h[k, l]|$. Vstup $x[k, l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k, l] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

detektor svislých hran





nuly

nenulové hodnoty

**Příklad 8** Náhodná veličina je výška člověka. Máme dvě hodnoty její distribuční funkce $F(x)$: $F(150) = 0.4$ a $F(160) = 0.5$ (hodnoty $x$ jsou v centimetrech). Určete pravděpodobnost toho, že člověk bude mít výšku méně než 160 cm.

viz A

$P = 0{,}5$

**Příklad 9** Bylo nahráno 1000000 (milion) realizací náhodného signálu, každá má 1000 vzorků. Odhadujeme funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro vzorek $n = 159$. Mezi milionem takových vzorků ze všech realizací $\xi_\omega[159]$ jsme napočítali 127000 hodnot v intervalu $x \in < 0.08, \quad 0.09 >$.
Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tento vzorek a tento interval.

viz A

**Příklad 10** Máme jen jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$. Jak odhadneme korelační koeficient $R[2]$? Můžete napsat rovnici, v 1-2 větách vysvětlit slovy, nakreslit schéma nebo napsat kus kódu.

viz A $(20 \longrightarrow 2)$

# Půlsemestrální zkouška ISS, 6.11.2015, BIB, zadání E

REF

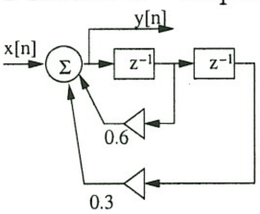
Login: ........................ Příjmení a jméno: .................................................. Podpis: ............................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište (velmi stručně), jak se při programování číslicového filtru realizuje zpoždění signálu (např. jak dostat $x[n-1]$ namísto $x[n]$).

– posunem indexu v poli – např. x[n-1] namísto x[n]

– nebo pamatováním (např. ve statické proměnné ve funkci)

**Příklad 2** Napište diferenční rovnici číslicového filtru podle schématu:




$y[n] =$ $x[n] + 0{,}6\,y[n-1] + 0{,}3\,y[n-2]$

**Příklad 3** V programu v jazyce C vytvořte funkci implementující IIR filtr s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.5y[n-1]$.
Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený **xn**) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$. Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

```
float filter (float xn) {
  float yn; static float yn1;
  yn = xn - 0,5 * yn1;
  yn1 = yn;

  return yn;
}
```

**Příklad 4** V tabulce jsou hodnoty signálu $x[n]$ a impulsní odezvy číslicového filtru $h[n]$. Vypočtěte pomocí konvoluce $y[n] = x[n] \star h[n]$ zadaný vzorek $y[n]$ na výstupu.
Pomůcka: $x[n] \star h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]h[k]$

| $n$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $h[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1 1 otočená impulsní odezva

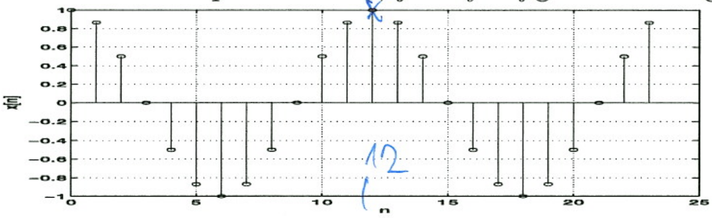
$y[4] =$ 1

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s = 100$ kHz. Při výpočtu spektra chceme rozlišení minimálně 1 kHz. Určete potřebný počet vzorků pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

frekv. osa je rozdělena na N dílů od 0 do Fs. Jeden díl má tedy šířku $\frac{F_s}{N}$

$N =$ 100 nebo více

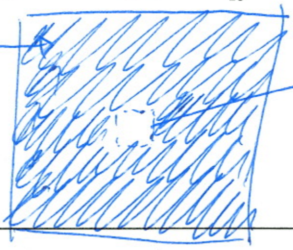
**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován signál na obrázku.




$x[n] =$ $\cos\left(\frac{2\pi}{12} n\right)$

**Příklad 7** Obrázek (2D signál) o rozměrech 100×100 pixelů je celý černý (všechny pixely jsou nula), pouze uprostřed je jeden pixel bílý: $x[50,50] = 1$. Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 7×7, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{49}$. Slovně popište nebo nakreslete výsledek.

černo



čtvereček 7 × 7 pixelů s hodnotou $\frac{1}{49}$

**Příklad 8** Pro $\Omega = 1000$ realizací náhodného signálu zjišťujeme vztah vzorku $n_1 = 5$ se vzorkem $n_2 = 10$. V tabulce nahoře jsou počty hodnot, které byly naměřeny v intervalu proměnné $x_1$ pro vzorek $n_1$ **a zároveň** v intervalu proměnné $x_2$ pro vzorek $n_2$. Do tabulky dole vyplňte odhady sdružené (2D) funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tyto intervaly.

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | 0 | 0 | 0 | 200 |
| $< -0.1, 0 >$ | 0 | 0 | 300 | 0 |
| $< 0, 0.1 >$ | 0 | 300 | 0 | 0 |
| $< 0.1, 0.2 >$ | 200 | 0 | 0 | 0 |

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | | | | 20 |
| $< -0.1, 0 >$ | nuly | | 30 | |
| $< 0, 0.1 >$ | | 30 | | |
| $< 0.1, 0.2 >$ | 20 | | nuly | |

$$\text{hustota} = \frac{\text{count}}{\text{total} \cdot \text{plocha 2D intervalu}} = \frac{200}{1000 \cdot 0.1 \cdot 0.1} = 20$$

**Příklad 9** Máme jednu realizaci náhodného sigálu, celkem 10 vzorků. Jejich hodnoty jsou
1 1 0 1 1 2 2 0 1 1.
Odhadněte rozptyl.

0 0 1 0 0 1 1 1 0 0

$$a = \frac{1}{N}\sum \xi[n] = \frac{10}{10} = 1$$

$$D = \frac{1}{N}\sum\left(\xi[n] - a\right)^2 = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

$D =$ 0,4

**Příklad 10** Máme jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$, v programu v jazyce C je uložená v poli `float *xi` o délce `int N = 1000`. Napište kus kódu pro odhad korelačního koeficienu $R[12]$

```
float R12 = 0.0; int n;
for (n=0; n<(1000-12); n++) {
    R12 += xi[n] * xi[n+12];
}
R12 = R12 / 1000;
```

## Půlsemestrální zkouška ISS, 6.11.2015, BIB, zadání F

REF

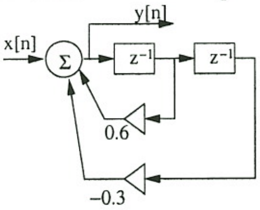
Login: ...................... Příjmení a jméno: .................................................. Podpis: ..........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište (velmi stručně), jak se při programování číslicového filtru realizuje zpoždění signálu (např. jak dostat $x[n-1]$ namísto $x[n]$).

viz A

---

**Příklad 2** Napište diferenční rovnici číslicového filtru podle schématu:




$y[n] =$ $x[n] + 0{,}6\,y[n-1] - 0{,}3\,y[n-2]$

---

**Příklad 3** V programu v jazyce C vytvořte funkci implementující IIR filtr s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.9y[n-1]$.
Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$. Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

viz A

```
float filter (float xn) {

  yn = xn - 0.9 * yn1;

  return yn;
}
```

---

**Příklad 4** V tabulce jsou hodnoty signálu $x[n]$ a impulsní odezvy číslicového filtru $h[n]$. Vypočtěte pomocí konvoluce $y[n] = x[n] \star h[n]$ zadaný vzorek $y[n]$ na výstupu.
Pomůcka: $x[n] \star h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]h[k]$

| $n$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $h[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1 1

viz A

$y[3] =$ 2

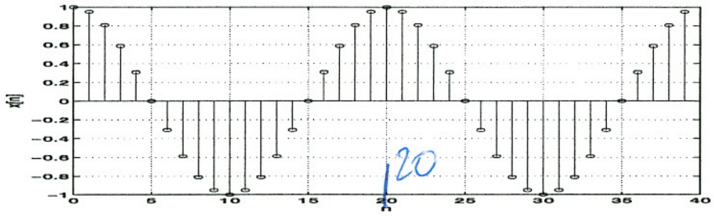
---

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =100 kHz. Při výpočtu spektra chceme rozlišení minimálně 500 Hz. Určete potřebný počet vzorků pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

viz A

$N =$ 200 nebo více

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován signál na obrázku.



$x[n] =$ ...................... $\cos\left(\frac{2\pi}{20} n\right)$

---

**Příklad 7** Obrázek (2D signál) o rozměrech 100×100 pixelů je celý černý (všechny pixely jsou nula), pouze uprostřed je jeden pixel bílý: $x[50, 50] = 1$. Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 7×7, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{49}$. Slovně popište nebo nakreslete výsledek.

viz A

---

**Příklad 8** Pro $\Omega = 1000$ realizací náhodného signálu zjišťujeme vztah vzorku $n_1 = 5$ se vzorkem $n_2 = 10$. V tabulce nahoře jsou počty hodnot, které byly naměřeny v intervalu proměnné $x_1$ pro vzorek $n_1$ **a zároveň** v intervalu proměnné $x_2$ pro vzorek $n_2$. Do tabulky dole vyplňte odhady sdružené (2D) funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tyto intervaly.

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | 0 | 0 | 0 | 200 |
| $< -0.1, 0 >$ | 0 | 0 | 300 | 0 |
| $< 0, 0.1 >$ | 0 | 300 | 0 | 0 |
| $< 0.1, 0.2 >$ | 200 | 0 | 0 | 0 |

viz A

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | | | | |
| $< -0.1, 0 >$ | | | | |
| $< 0, 0.1 >$ | | | | |
| $< 0.1, 0.2 >$ | | | | |

---

**Příklad 9** Máme jednu realizaci náhodného sigálu, celkem 10 vzorků. Jejich hodnoty jsou
1 0 1 1 1 2 2 0 1 1.
Odhadněte rozptyl.

viz A

$D =$ .................. 0,4

---

**Příklad 10** Máme jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$, v programu v jazyce C je uložená v poli `float *xi` o délce `int N = 1000`. Napište kus kódu pro odhad korelačního koeficienu $R[10]$

viz A $12 \rightarrow 10$

## Půlsemestrální zkouška ISS, 6.11.2015, BIB, zadání G

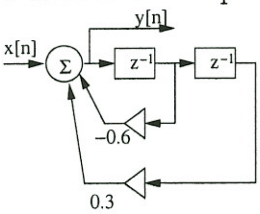
Login: ...................... Příjmení a jméno: .................................................. Podpis: REF..........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište (velmi stručně), jak se při programování číslicového filtru realizuje zpoždění signálu (např. jak dostat $x[n-1]$ namísto $x[n]$).

viz $\boxed{A}$

---

**Příklad 2** Napište diferenční rovnici číslicového filtru podle schématu:




$y[n] =$ $x[n] - 0{,}6\,y[n-1] + 0{,}3\,y[n-2]$

---

**Příklad 3** V programu v jazyce C vytvořte funkci implementující IIR filtr s diferenční rovnicí
$y[n] = x[n] + 0.5y[n-1]$.
Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$. Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

viz $\boxed{A}$

```
float filter (float xn) {
        :
        yn = xn + 0.5 * yn1;
        :
  return yn;
}
```

---

**Příklad 4** V tabulce jsou hodnoty signálu $x[n]$ a impulsní odezvy číslicového filtru $h[n]$. Vypočtěte pomocí konvoluce $y[n] = x[n] \star h[n]$ zadaný vzorek $y[n]$ na výstupu.
Pomůcka: $x[n] \star h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]h[k]$

| $n$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $h[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1 1

viz $\boxed{A}$

$y[2] =$ 2

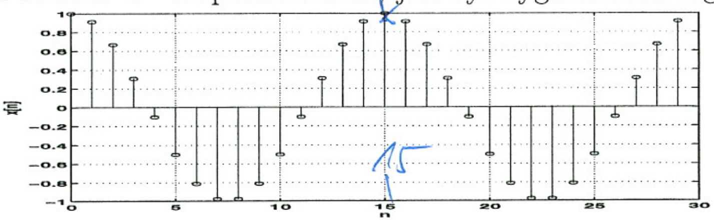
---

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =100 kHz. Při výpočtu spektra chceme rozlišení minimálně 100 Hz. Určete potřebný počet vzorků pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

viz $\boxed{A}$

$N =$ 1000 nebo více

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován signál na obrázku.



$x[n] =$ ...... $\cos\left(\frac{2\pi}{15} n\right)$

**Příklad 7** Obrázek (2D signál) o rozměrech 100×100 pixelů je celý černý (všechny pixely jsou nula), pouze uprostřed je jeden pixel bílý: $x[50, 50] = 1$. Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 7×7, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{49}$. Slovně popište nebo nakreslete výsledek.

Viz A

**Příklad 8** Pro $\Omega = 1000$ realizací náhodného signálu zjišťujeme vztah vzorku $n_1 = 5$ se vzorkem $n_2 = 10$. V tabulce nahoře jsou počty hodnot, které byly naměřeny v intervalu proměnné $x_1$ pro vzorek $n_1$ **a zároveň** v intervalu proměnné $x_2$ pro vzorek $n_2$. Do tabulky dole vyplňte odhady sdružené (2D) funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tyto intervaly.

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | 0 | 0 | 0 | 200 |
| $< -0.1, 0 >$ | 0 | 0 | 300 | 0 |
| $< 0, 0.1 >$ | 0 | 300 | 0 | 0 |
| $< 0.1, 0.2 >$ | 200 | 0 | 0 | 0 |

Viz A

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2, -0.1 >$ | $< -0.1, 0 >$ | $< 0, 0.1 >$ | $< 0.1, 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2, -0.1 >$ | | | | |
| $< -0.1, 0 >$ | | | | |
| $< 0, 0.1 >$ | | | | |
| $< 0.1, 0.2 >$ | | | | |

**Příklad 9** Máme jednu realizaci náhodného sigálu, celkem 10 vzorků. Jejich hodnoty jsou
1 0 1 1 1 2 0 2 1 1.
Odhadněte rozptyl.

Viz A

$D =$ ...0,4...

**Příklad 10** Máme jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$, v programu v jazyce C je uložená v poli `float *xi` o délce `int N = 1000`. Napište kus kódu pro odhad korelačního koeficienu $R[20]$

Viz A

12 → 20

# Půlsemestrální zkouška ISS, 6.11.2015, BIB, zadání H

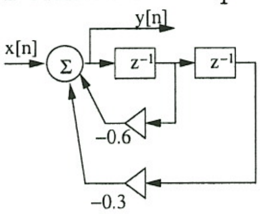
Login: ...................... Příjmení a jméno: ............................................... Podpis: .........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Napište (velmi stručně), jak se při programování číslicového filtru realizuje zpoždění signálu (např. jak dostat $x[n-1]$ namísto $x[n]$).

Viz A

---

**Příklad 2** Napište diferenční rovnici číslicového filtru podle schématu:




$y[n] =$ $x[n] - 0{,}6\,y[n-1] - 0{,}3\,y[n-2]$

---

**Příklad 3** V programu v jazyce C vytvořte funkci implementující IIR filtr s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 0.1y[n-1]$.
Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený **xn**) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$. Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

Viz A

```
float filter (float xn) {

    yn = xn + 0.1 * yn1;

  return yn;
}
```

---

**Příklad 4** V tabulce jsou hodnoty signálu $x[n]$ a impulsní odezvy číslicového filtru $h[n]$. Vypočtěte pomocí konvoluce $y[n] = x[n] \star h[n]$ zadaný vzorek $y[n]$ na výstupu.
Pomůcka: $x[n] \star h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]h[k]$

| $n$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $h[n]$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1 1

Viz A

$y[1] =$ 2

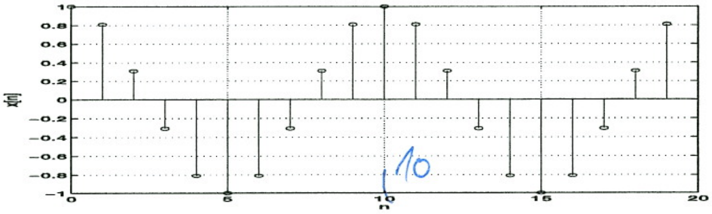
---

**Příklad 5** Vzorkovací frekvence signálu je $F_s$ =100 kHz. Při výpočtu spektra chceme rozlišení minimálně 10 Hz. Určete potřebný počet vzorků pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

Viz A

$N =$ 10 000 nebo více

**Příklad 6** Napište rovnicí, jak byl vygenerován signál na obrázku.




$x[n] =$ ...... $\cos\left(\frac{2\pi}{10} n\right)$

**Příklad 7** Obrázek (2D signál) o rozměrech 100×100 pixelů je celý černý (všechny pixely jsou nula), pouze uprostřed je jeden pixel bílý: $x[50, 50] = 1$. Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 7×7, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{49}$. Slovně popište nebo nakreslete výsledek.

viz A

**Příklad 8** Pro $\Omega = 1000$ realizací náhodného signálu zjišťujeme vztah vzorku $n_1 = 5$ se vzorkem $n_2 = 10$. V tabulce nahoře jsou počty hodnot, které byly naměřeny v intervalu proměnné $x_1$ pro vzorek $n_1$ **a zároveň** v intervalu proměnné $x_2$ pro vzorek $n_2$. Do tabulky dole vyplňte odhady sdružené (2D) funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti pro tyto intervaly.

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2,\ -0.1 >$ | $< -0.1,\ 0 >$ | $< 0,\ 0.1 >$ | $< 0.1,\ 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2,\ -0.1 >$ | 0 | 0 | 0 | 200 |
| $< -0.1,\ 0 >$ | 0 | 0 | 300 | 0 |
| $< 0,\ 0.1 >$ | 0 | 300 | 0 | 0 |
| $< 0.1,\ 0.2 >$ | 200 | 0 | 0 | 0 |

viz A

| interval $x_1 \downarrow$ / $x_2 \rightarrow$ | $< -0.2,\ -0.1 >$ | $< -0.1,\ 0 >$ | $< 0,\ 0.1 >$ | $< 0.1,\ 0.2 >$ |
|---|---|---|---|---|
| $< -0.2,\ -0.1 >$ | | | | |
| $< -0.1,\ 0 >$ | | | | |
| $< 0,\ 0.1 >$ | | | | |
| $< 0.1,\ 0.2 >$ | | | | |

**Příklad 9** Máme jednu realizaci náhodného sigálu, celkem 10 vzorků. Jejich hodnoty jsou
1 1 0 1 1 2 2 1 0 1.
Odhadněte rozptyl.

viz A

$D =$ ...... 0,4

**Příklad 10** Máme jednu realizaci náhodného signálu $\xi[n]$, v programu v jazyce C je uložená v poli `float *xi` o délce `int N = 1000`. Napište kus kódu pro odhad korelačního koeficienu $R[2]$

viz A

12 → 2