Půlsemestrální zkouška ISS, 3.11.2021, zadání A

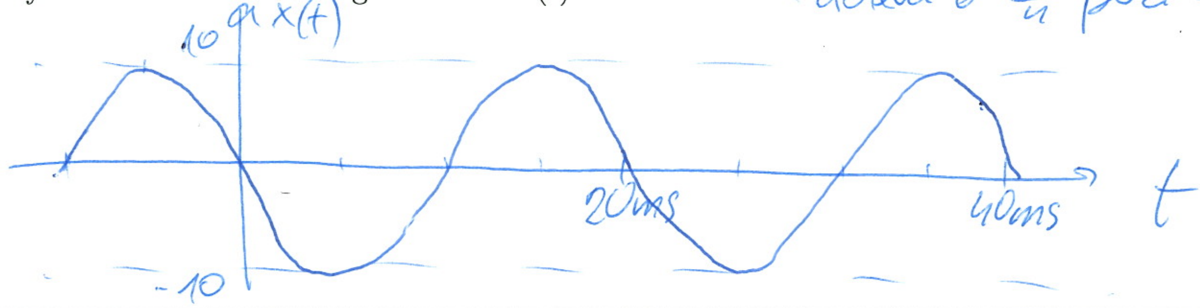
REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

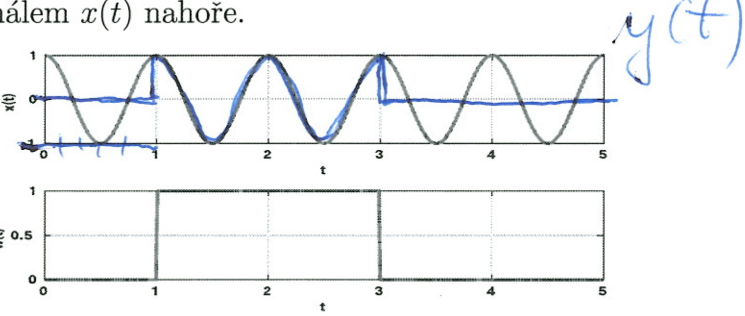
$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 50\,Hz$ $T_1 = \frac{1}{50} = 20\,ms$

Příklad 1 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 10\cos(\omega_1 t + \frac{\pi}{2})$ pro $\omega_1 = 100\pi$ rad/s. Vyznačte důležité hodnoty na časové ose t i na signálové ose $x(t)$.

doleva o $\frac{1}{4}$ periody



Příklad 2 Nakreslete signál vzniklý vynásobením dvou signálů: $y(t) = x(t)w(t)$. Kreslete do panelu se signálem $x(t)$ nahoře.

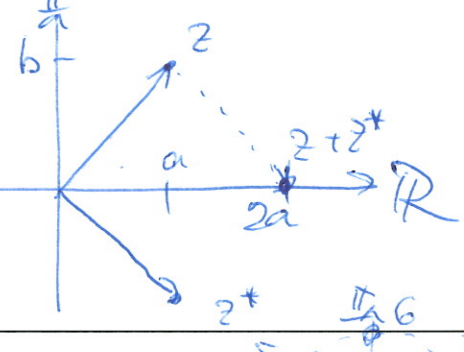


Příklad 3 Dokažte, že součet dvou komplexních čísel z a $z^\star$ je reálné číslo. Pomůcka: nakreslete si tato dvě čísla v komplexní rovině a proveďte vektorový součet.

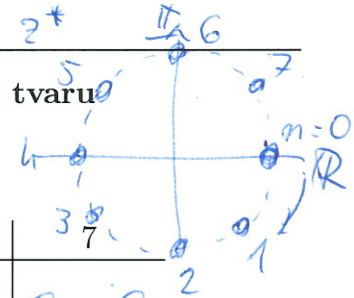
$z = a + jb$ $z^* = a - jb$

$z + z^* = a + a + jb - jb = 2a$

pouze reálné číslo

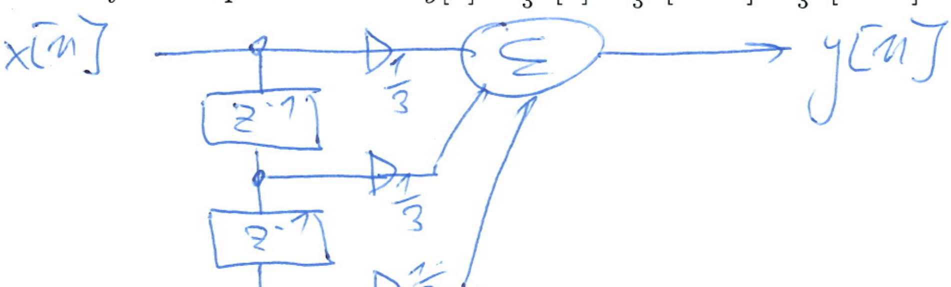


Příklad 4 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0 \dots 7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	$q-jq$	$-j$	$-q-jq$	-1	$-q+jq$	$+j$	$q+jq$

Příklad 5 Nakreslete schema číslicového filtru, jehož výstupní vzorek je dán jako průměr současného a dvou minulých vstupních vzorků: $y[n] = \frac{1}{3}x[n] + \frac{1}{3}x[n-1] + \frac{1}{3}x[n-2]$.



Příklad 6 Napište v jazyce C funkci realizující filtr z příkladu 5. Jejím vstupem nechť je vzorek $x[n]$ a výstupem vzorek $y[n]$. Nezapomeňte, že některé proměnné ve funkci musí být statické.

```
float filter (float xn) {
  float yn; static float xn1, xn2;
  yn = 0.333 * xn + 0.333 * xn1 + 0.333 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return yn;
}
```

Příklad 7 Zapište vzorce pro výpočet reálné a imaginární složky koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) tak, aby nepoužívaly komplexní aritmetiku. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$e^{-jx} = \cos x - j \sin x$

Real$(X[k])$ = $\sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right)$

Imag$(X[k])$ = $-\sum_{n=0}^{N-1} x[n] \sin\left(\frac{2\pi}{N} kn\right)$

Příklad 8 Pomocí DFT na $N = 256$ vzorcích jsme spočítali hodnotu koeficientu $X[k]$ pro $k = 16$. Vzorkovací frekvence diskrétního signálu byla $F_s = 8000$ Hz. Určete, na jaké skutečné frekvenci v Hz leží vypočítaný koeficient.

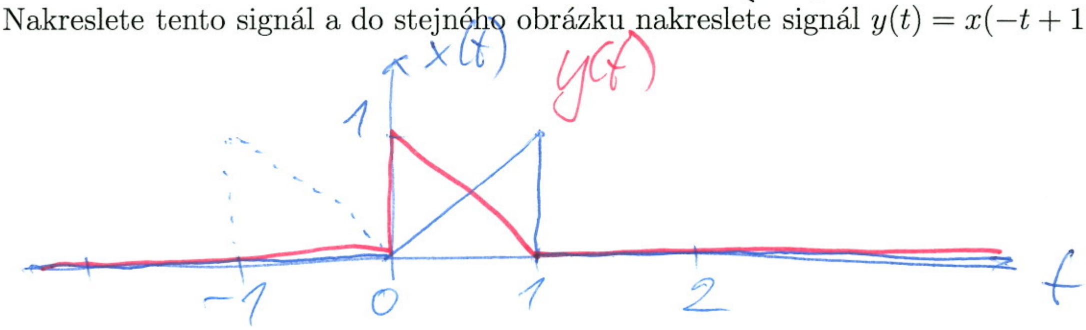
normovaná frekv.: $\frac{k}{N} = \frac{16}{256}$

převod na skutečnou - násobení F_s:

$\frac{16}{256} \cdot 8000 = \frac{8000}{16} = 500$ Hz

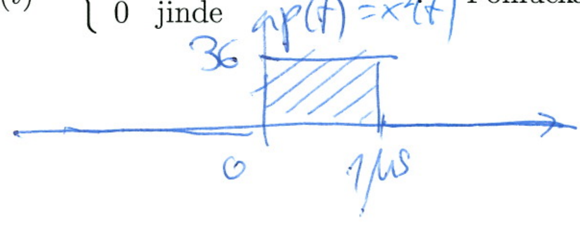
Příklad 9 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t+1)$.



Příklad 10 Určete celkovou energii obdélníkového impulsu definovaného jako:

$x(t) = \begin{cases} 6 & \text{pro } 0 \le t \le 1\ \mu s \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Pomůcka: $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$.



$E = 36 \cdot 10^{-6}$

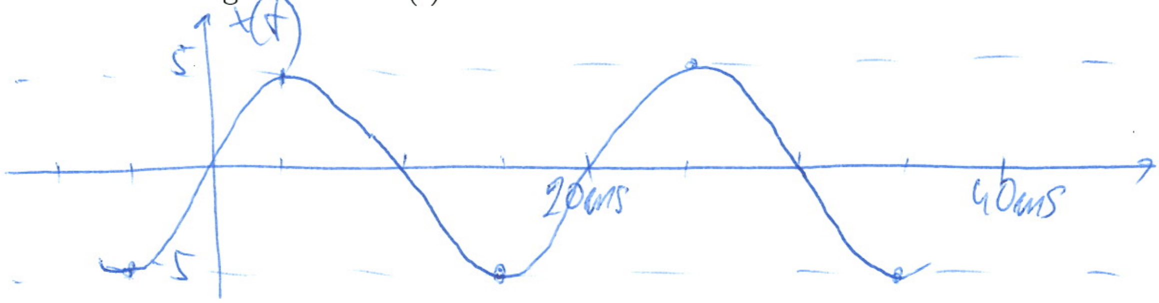
Půlsemestrální zkouška ISS, 3.11.2021, zadání B

REF

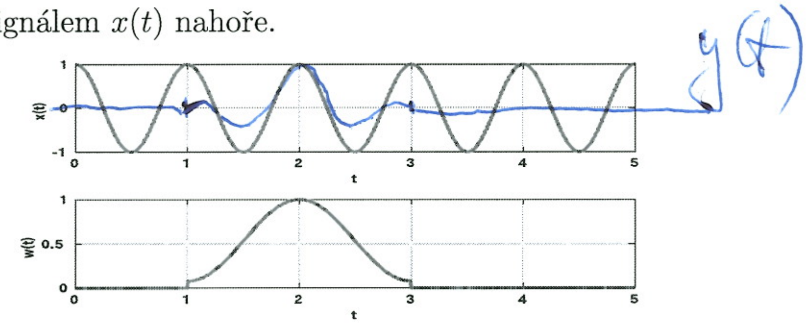
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

zpoždění o $\frac{1}{4}$ periody viz A

Příklad 1 Nakreslete cosinusovku $x(t) = 5\cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{2})$ pro $\omega_1 = 100\pi$ rad/s. Vyznačte důležité hodnoty na časové ose t i na signálové ose $x(t)$.

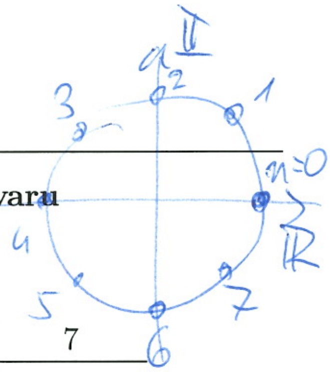


Příklad 2 Nakreslete signál vzniklý vynásobením dvou signálů: $y(t) = x(t)w(t)$. Kreslete do panelu se signálem $x(t)$ nahoře.



Příklad 3 Dokažte, že součet dvou komplexních čísel z a $z^\star$ je reálné číslo. Pomůcka: nakreslete si tato dvě čísla v komplexní rovině a proveďte vektorový součet.

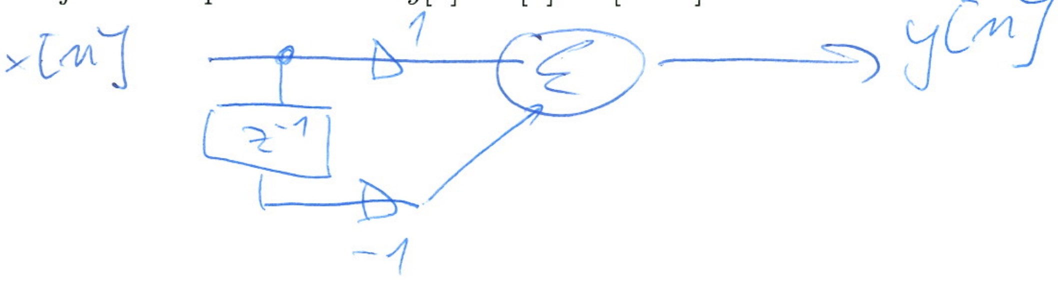
viz A



Příklad 4 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0 \dots 7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	$q+jq$	$+j$	$-q+jq$	-1	$-q-jq$	$-j$	$q-jq$

Příklad 5 Nakreslete schema číslicového filtru, jehož výstupní vzorek je dán jako rozdíl současného a předcházejícího vstupního vzorku: $y[n] = x[n] - x[n-1]$.



Příklad 6 Napište v jazyce C funkci realizující filtr z příkladu 5. Jejím vstupem nechť je vzorek $x[n]$ a výstupem vzorek $y[n]$. Nezapomeňte, že některé proměnné ve funkci musí být statické.

```
float filter (float xn) {
float yn; static float xn1;
yn = xn - xn1;
xn1 = xn;

  return yn;
}
```

Příklad 7 Zapište vzorce pro výpočet reálné a imaginární složky koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) tak, aby nepoužívaly komplexní aritmetiku. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

Real$(X[k])$ = ... Viz A

Imag$(X[k])$ = ...

Příklad 8 Pomocí DFT na $N = 256$ vzorcích jsme spočítali hodnotu koeficientu $X[k]$ pro $k = 32$. Vzorkovací frekvence diskrétního signálu byla $F_s = 8000$ Hz. Určete, na jaké skutečné frekvenci v Hz leží vypočítaný koeficient.

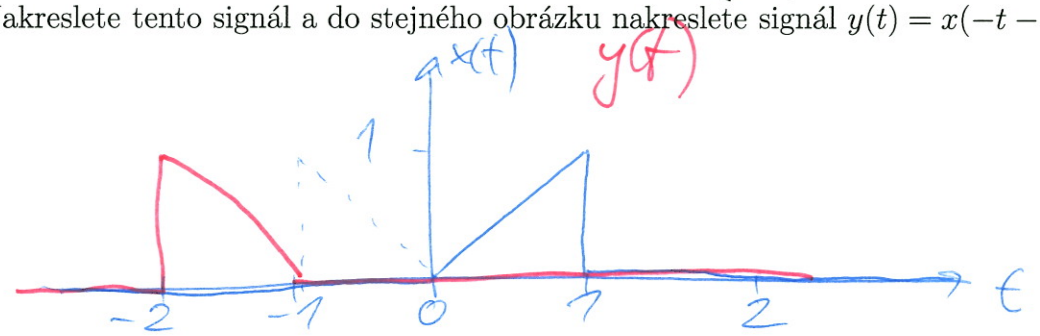
normovaná frekv $\frac{k}{N} = \frac{32}{256}$

převod na skutečnou - násobení F_s:

$\frac{32}{256} \cdot 8000 = \frac{8000}{8} = 1000\,\text{Hz}$

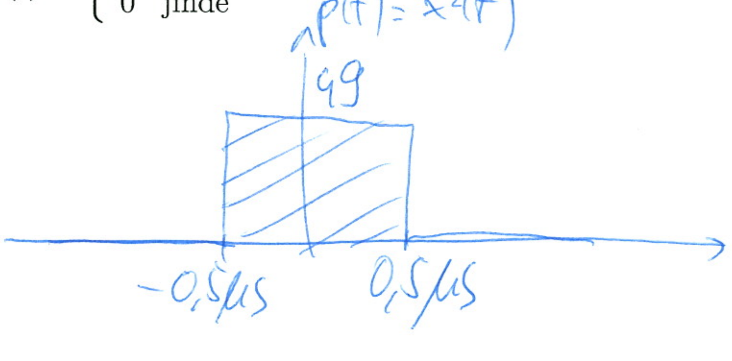
Příklad 9 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t-1)$.



Příklad 10 Určete celkovou energii obdélníkového impulsu definovaného jako:

$x(t) = \begin{cases} 7 & \text{pro } -0.5\,\mu s \le t \le 0.5\,\mu s \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Pomůcka: $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$.



$E = 49 \cdot 10^{-6}$

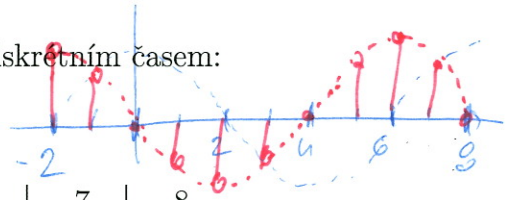
Půlsemestrální zkouška ISS, 5.11.2021, zadání C

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

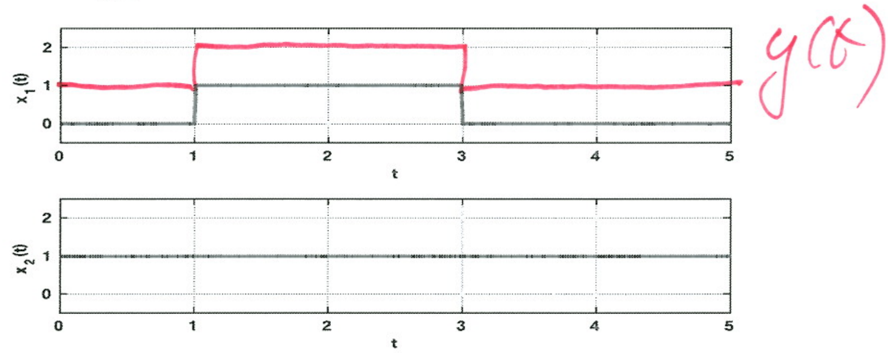
Příklad 1 Pro vzorky $n = -2 \dots 8$ napište hodnoty cosinusovky s diskrétním časem: $x[n] = 10\cos(\frac{2\pi}{8}n + \frac{\pi}{2})$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$\frac{1}{4}$ periody

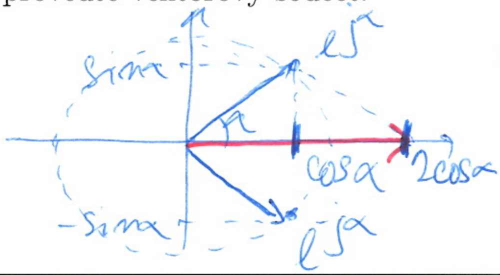


n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x[n]$	10	10q	0	-10q	-10	-10q	0	10q	10	10q	0

Příklad 2 Sečtěte dva signály se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$. Výsledek kreslete do panelu se signálem $x_1(t)$ nahoře.



Příklad 3 Odvoďte vzorec $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$. Pomůcka: nakreslete si čísla $e^{j\alpha}$ a $e^{-j\alpha}$ v komplexní rovině a proveďte vektorový součet.

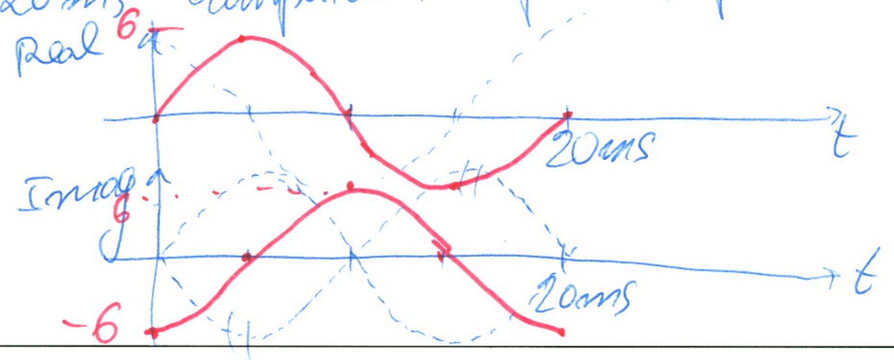


$$\frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} = \frac{\cos\alpha + \cancel{j\sin\alpha} + \cos\alpha - \cancel{j\sin\alpha}}{2} = \frac{2\cos\alpha}{2} = \cos\alpha$$

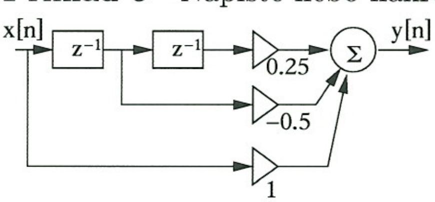
Příklad 4 Nakreslete do dvou obrázků pod sebe průběh reálné a imaginární složky komplexní exponenciály se spojitým časem: $x(t) = 6e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j\omega_1 t}$ pro $\omega_1 = 100\pi$ rad/s. Vyznačte důležité hodnoty na časové ose t i na osách Real $x(t)$ a Imag $x(t)$.

amplituda → posun, zpoždění o 1/4 per.

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{100\pi} = 20$ ms



Příklad 5 Napište nebo nakreslete impulsní odezvu číslicového filtru daného schematem.



n	0	1	2
$h[n]$	1	-0,5	0,25

Příklad 6 Napište v jazyce C funkci realizující číslicový filtr s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 0.5y[n-1] - 0.25y[n-2]$. Jejím vstupem nechť je vzorek $x[n]$ a výstupem vzorek $y[n]$. Nezapomeňte, že některé proměnné ve funkci musí být statické.

```
float filter (float xn) {
  float yn; static float yn1, yn2;
  yn = xn + 0.5* yn1 - 0.25* yn2;
  yn2 = yn1;
  yn1 = yn;

  return yn;
}
```

Příklad 7 Stručně popište, co se stane se signálem $x[n]$, pokud vynulujeme nultý koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[0]$. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$, $x[n] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$.

Signál bude mít nulovou střední hodnotu. $X[0] = \sum x[n] \underbrace{e^{-j\frac{2\pi}{N}0n}}_{1} = \sum x[n]$

Signál bude mít nulovou stejnosměrnou složku.

Součet vzorků signálu bude nula.

součet vzorků
≈ stejnosměrná složka
≈ střední hodnota

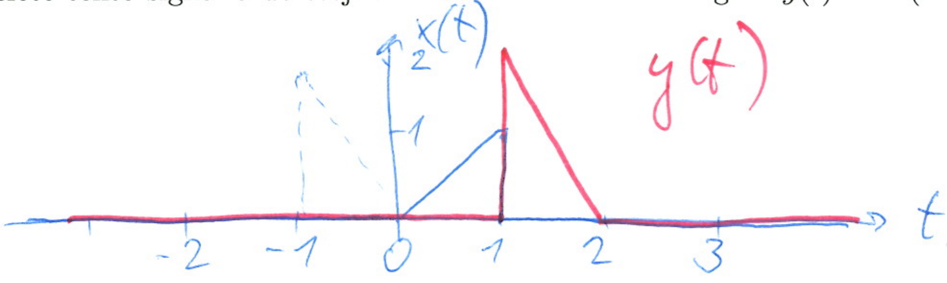
Příklad 8 Pomocí DFT na $N = 256$ vzorcích jsme spočítali spektrum signálu vzorkovaného na $F_s = 8000$ Hz. Určete, na který koeficient $X[k]$ se budeme dívat, chceme-li zjistit hodnotu spektra na skutečné frekvenci $f = 500$ Hz ?

norm. frekvence: $\frac{500}{8000}$

koeficient číslo: $\frac{500}{8000} \cdot 256 = \frac{256}{16} = \underline{\underline{16}}$

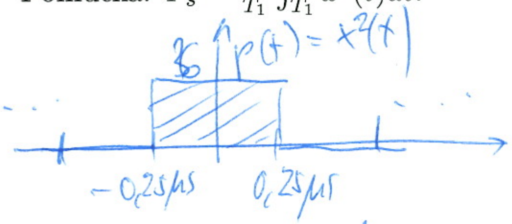
Příklad 9 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = 2x(-t+2)$.



Příklad 10 Určete střední výkon periodického sledu obdélníkových impulsů, které mají periodu $T_1 = 1$ μs, šířku $\vartheta = 0.5$ μs a výšku $D = 6$, jedna perioda je dána jako $x(t) = \begin{cases} D & \text{pro } -\frac{\vartheta}{2} \le t \le +\frac{\vartheta}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.

Pomůcka: $P_s = \frac{1}{T_1}\int_{T_1} x^2(t)dt$.



jedna perioda

$P_s = \frac{1}{1\cdot\cancel{10^{-6}}} \cdot 36 \cdot 0{,}5 \cdot \cancel{10^{-6}} = \underline{\underline{18}}$

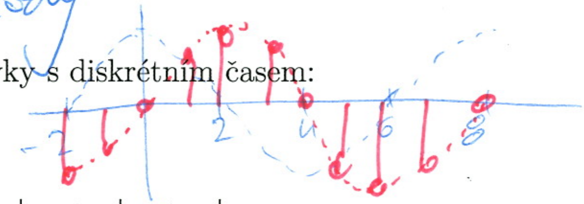
Půlsemestrální zkouška ISS, 5.11.2021, zadání D

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

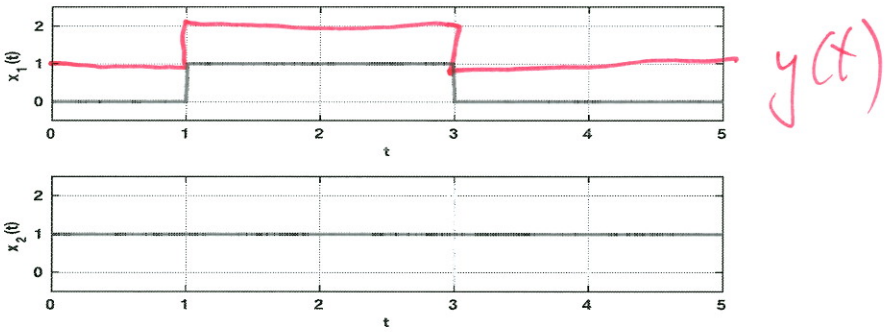
zpoždění o 1/4 periody

Příklad 1 Pro vzorky $n = -2 \dots 8$ napište hodnoty cosinusovky s diskrétním časem: $x[n] = 5\cos(\frac{2\pi}{8}n - \frac{\pi}{2})$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x[n]$	-5	-5q	0	5q	5	5q	0	-5q	-5	-5q	0

Příklad 2 Sečtěte dva signály se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$. Výsledek kreslete do panelu se signálem $x_1(t)$ nahoře.



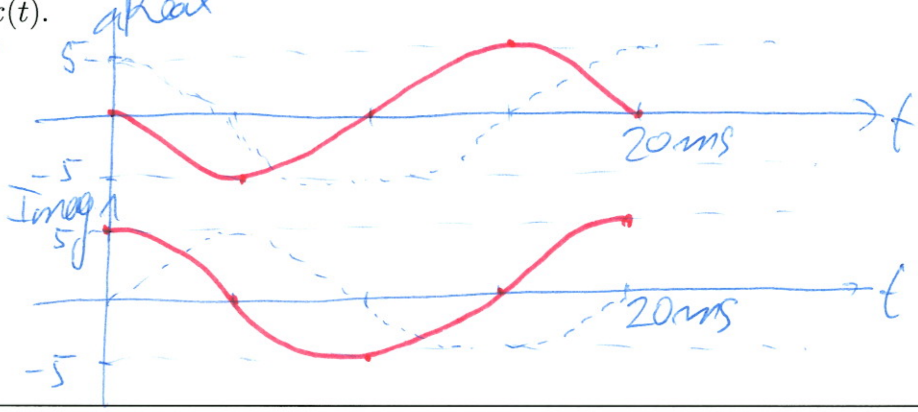
Příklad 3 Odvoďte vzorec $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$. Pomůcka: nakreslete si čísla $e^{j\alpha}$ a $e^{-j\alpha}$ v komplexní rovině a proveďte vektorový součet.

viz $\mathbb{C}$

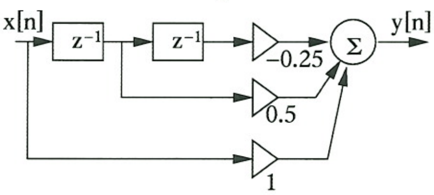
amplituda posun, předběhnutí o 1/4 periody

Příklad 4 Nakreslete do dvou obrázků pod sebe průběh reálné a imaginární složky komplexní exponenciály se spojitým časem: $x(t) = 5e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\omega_1 t}$ pro $\omega_1 = 100\pi$ rad/s. Vyznačte důležité hodnoty na časové ose t i na osách Real $x(t)$ a Imag $x(t)$.

$T_1 = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50} = 20\,ms$



Příklad 5 Napište nebo nakreslete impulsní odezvu číslicového filtru daného schematem.



n	0	1	2
$h[n]$	1	0,5	-0,25

Příklad 6 Napište v jazyce C funkci realizující číslicový filtr s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] + 0.3y[n-2]$. Jejím vstupem nechť je vzorek $x[n]$ a výstupem vzorek $y[n]$. Nezapomeňte, že některé proměnné ve funkci musí být statické.

```
float filter (float xn) {
float yn; static float yn1, yn2;
yn = xn - 0.5 * yn1 + 0.3 * yn2;
yn2 = yn1;
yn1 = yn;
  return yn;
}
```

Příklad 7 Stručně popište, co se stane se signálem $x[n]$, pokud vynulujeme nultý koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[0]$. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$, $x[n] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz ~~4~~ C

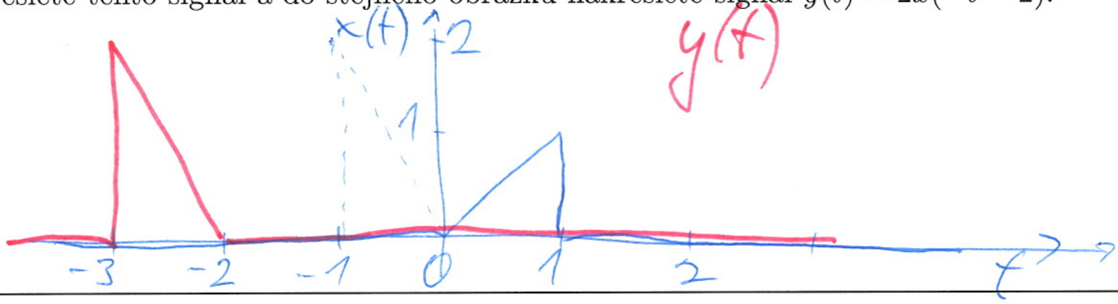
Příklad 8 Pomocí DFT na $N = 256$ vzorcích jsme spočítali spektrum signálu vzorkovaného na $F_s = 8000$ Hz. Určete, na který koeficient $X[k]$ se budeme dívat, chceme-li zjistit hodnotu spektra na skutečné frekvenci $f = 1000$ Hz ?

norm. frekvence $\frac{1000}{8000}$

koeficient číslo: $\frac{1000}{8000} \cdot 256 = \frac{256}{8} = \underline{32}$

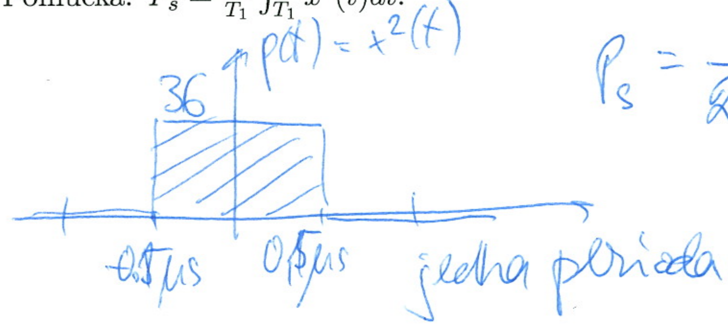
Příklad 9 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = 2x(-t-2)$.



Příklad 10 Určete střední výkon periodického sledu obdélníkových impulsů, které mají periodu $T_1 = 2\ \mu s$, šířku $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšku $D = 6$, jedna perioda je dána jako $x(t) = \begin{cases} D & \text{pro } -\frac{\vartheta}{2} \le t \le +\frac{\vartheta}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.

Pomůcka: $P_s = \frac{1}{T_1}\int_{T_1} x^2(t)dt$.



$P_s = \frac{1}{2 \cdot \cancel{10^{-6}}} \cdot 36 \cdot 1 \cdot \cancel{10^{-6}} = \underline{18}$