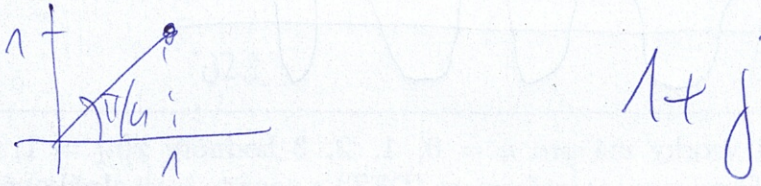


Půlsemestrální zkouška ISS, 2.11.2023, zadání A

Login: Příjmení a jméno: Podpis: REF
 (prosím čitelně!)

Příklad 1 Převedte komplexní číslo $z = \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}}$ do složkového tvaru.



Příklad 2 Pro komplexní číslo $z = 10e^{-j\frac{3\pi}{4}}$ spočítejte kvadrát jeho absolutní hodnoty (1) jako $|z|^2$, (2) jako $z z^*$, a ukažte, že výsledek je stejný.

① $|z| = 10$ $|z|^2 = 100$

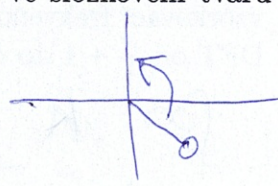
② $10e^{-j\frac{3\pi}{4}} \cdot 10e^{j\frac{3\pi}{4}} = 10 \cdot 10 e^{j^0} = 100$

Příklad 3 Rozložte cosinusovku s diskretním časem $x[n] = 4 \cos(2\frac{2\pi}{100}n + \frac{\pi}{2})$ na dvě komplexní exponenciály. Jasně oddělte a označte komplexní konstanty a vlastní komplexní exponenciály. Pomůcka: $\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

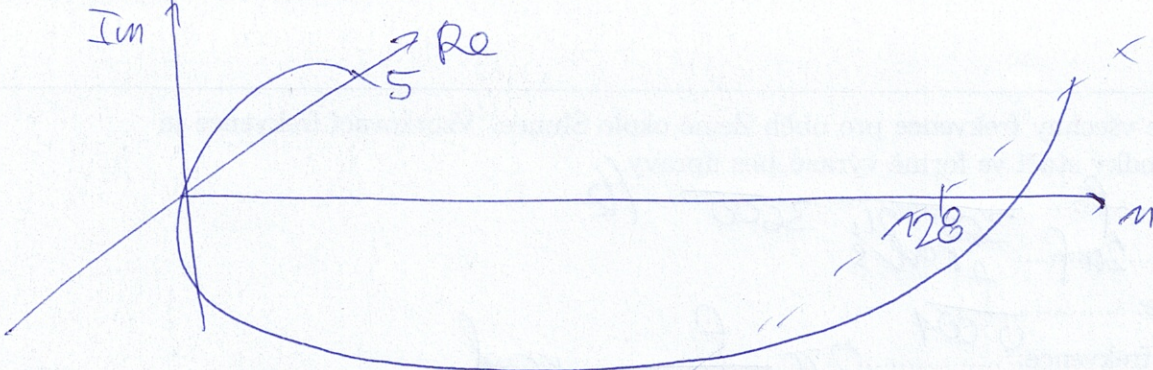
$$x[n] = \underbrace{2e^{j\frac{\pi}{2}}}_{\text{konstanty}} \cdot \underbrace{e^{j\frac{2\pi}{100}n}}_{\text{complex exp.}} + \underbrace{2e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{\text{konstanty}} \cdot \underbrace{e^{-j\frac{2\pi}{100}n}}_{\text{complex exp.}}$$

Příklad 4 Do tabulky запиšte hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q .

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	$q - jq$	1	$q + jq$	j	$-q + jq$	-1	$-q - jq$	$-j$

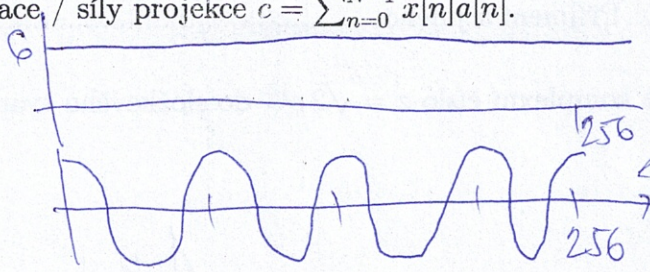


Příklad 5 Nakreslete ve 3D komplexní exponenciálu $x[n] = 5e^{j2\pi\frac{1}{128}n}$ pro $n = 0 \dots 127$. Označte pečlivě hodnoty na reálné, imaginární i časové ose.



Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků je stejnosměrný: $x[n] = 6$. Analyzační signál je cosinusovka: $a[n] = \cos\left(\frac{8\pi}{256}n\right)$.

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.



celé
řady

$c = \dots 0 \dots$

Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 4$ vzorky má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty $x[n] = 1, 0, 1, 0$. Určete všechny koeficienty jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) a napište je ve **složkovém** tvaru.

Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$x[n]$	1	0	1	0
$e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$	1	-j	-1	j
	1	-1	1	-j
	1	j	-1	j

$X[0] = \dots 2 \dots$ $X[1] = \dots 0 \dots$ $X[2] = \dots 2 \dots$ $X[3] = \dots 0 \dots$

Příklad 8 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) $X(e^{j\omega})$ pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci ω_1 . Signál $x[n]$ je v poli x o délce N vzorků. Výsledkem necht' je koeficient $Xe^{j\omega_1}$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

$\omega_1 = 0.45$

```
n = np.arange(N)
e = np.exp(-1j * omega_1 * n)
Xe_omega_1 = np.sum(x * e)
```

Příklad 9 DFT reálného signálu je uložena v poli X pouze od koeficientu 0 do $\frac{N}{2}$ (tedy od nuly do poloviny vzorkovací frekvence). Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění koeficientů DFT od $\frac{N}{2} + 1$ do $N - 1$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

```
for k in range(N/2 + 1, N):
    X[k] = np.conj(X[N - k])
```

protože
 $X[N-k] = X^*[k]$

Příklad 10 Určete všechny frekvence pro oběh Země okolo Slunce. Vzorkovací frekvence je $F_s = 0.001$ Hz. Výsledky stačí ve formě výrazů bez úpravy.

běžná frekvence: $\dots \frac{1}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ Hz}$

kruhová frekvence: $\dots \frac{2\pi f}{f} \text{ rad/s}$

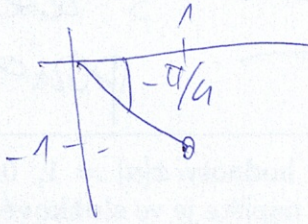
normovaná frekvence: $\dots \frac{f}{0.001}$

normovaná kruhová frekvence: $\dots 2\pi \frac{f}{0.001} \text{ rad}$

Půlsemestrální zkouška ISS, 2.11.2023, zadání B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
 (prosím čitelně!)

Příklad 1 Převedte komplexní číslo $z = \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{4}}$ do složkového tvaru.



$$1 - j$$

Příklad 2 Pro komplexní číslo $z = 10e^{j\frac{3\pi}{4}}$ spočítejte kvadrát jeho absolutní hodnoty (1) jako $|z|^2$, (2) jako $z z^*$, a ukažte, že výsledek je stejný.

viz A

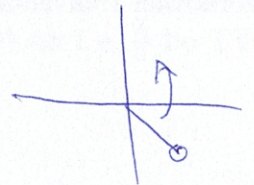
Příklad 3 Rozložte kosinusovku s diskretním časem $x[n] = 4 \cos(2\frac{2\pi}{100}n + \frac{\pi}{2})$ na dvě komplexní exponenciály. Jasně oddělte a označte komplexní konstanty a vlastní komplexní exponenciály. Pomůcka: $\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

viz A

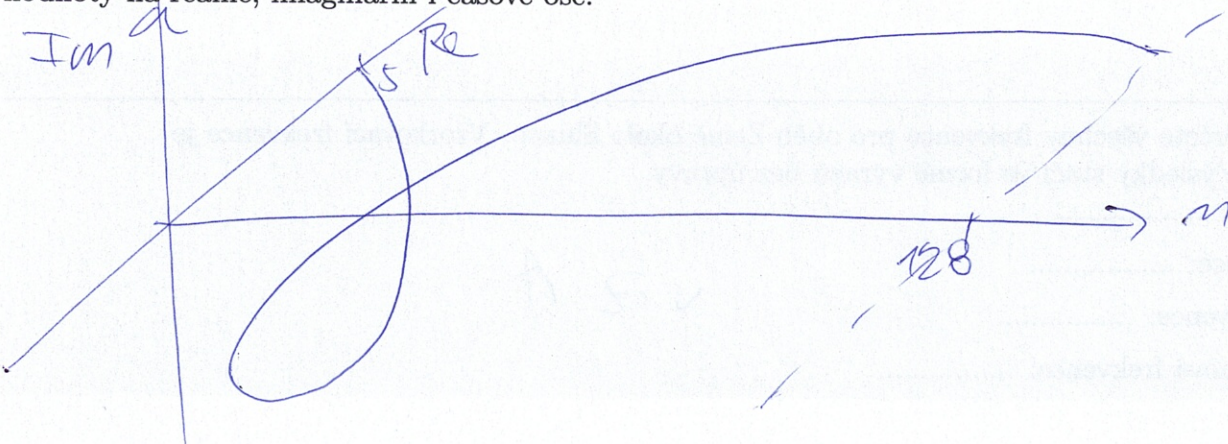
Příklad 4 Do tabulky запиšte hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q .

viz A

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								

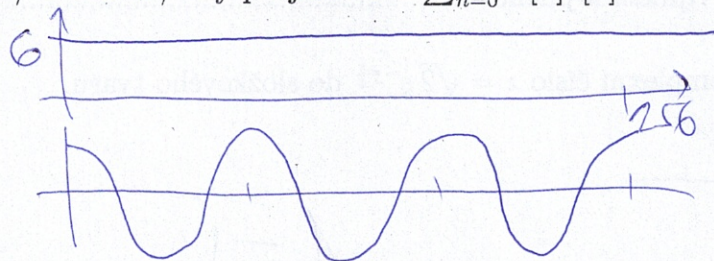


Příklad 5 Nakreslete ve 3D komplexní exponenciálu $x[n] = 5e^{-j2\pi\frac{1}{128}n}$ pro $n = 0 \dots 127$. Označte pečlivě hodnoty na reálné, imaginární i časové ose.



Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků je stejnosměrný: $x[n] = 6$. Analyzační signál je cosinusovka: $a[n] = \cos(\frac{6\pi}{256}n)$.

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.



3 celé periody

$c = 0$

Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 4$ vzorky má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty $x[n] = 1, 0, -1, 0$. Určete všechny koeficienty jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) a napište je ve složkovém tvaru.

Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$x[n]$	1	0	-1	0
$e^{-j\frac{2\pi}{4}kn}$	1	1	1	1
	1	j	-1	j
	1	- j	1	- j
	1	j	-1	- j

$X[0] = 0$ $X[1] = 2$ $X[2] = 0$ $X[3] = 2$

Příklad 8 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) $X(e^{j\omega})$ pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci ω_1 . Signál $x[n]$ je v poli x o délce N vzorků. Výsledkem necht' je koeficient Xe_{ω_1} . Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

$\omega_1 = 0.4$

Viz A

Příklad 9 DFT reálného signálu je uložena v poli X pouze od koeficientu 0 do $\frac{N}{2}$ (tedy od nuly do poloviny vzorkovací frekvence). Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění koeficientů DFT od $\frac{N}{2} + 1$ do $N - 1$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

Viz A

Příklad 10 Určete všechny frekvence pro oběh Země okolo Slunce. Vzorkovací frekvence je $F_s = 0.001$ Hz. Výsledky stačí ve formě výrazů bez úpravy.

běžná frekvence:

kruhová frekvence:

normovaná frekvence:

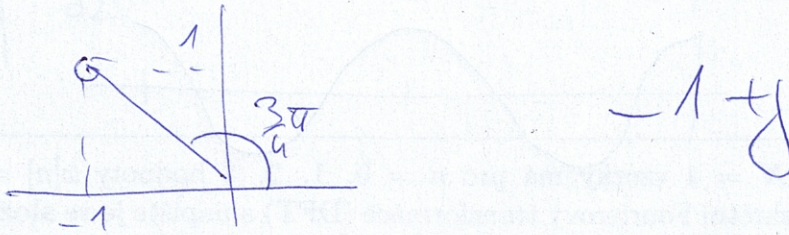
normovaná kruhová frekvence:

Viz A

Půlsemestrální zkouška ISS, 2.11.2023, zadání C

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převedte komplexní číslo $z = \sqrt{2} e^{j\frac{3\pi}{4}}$ do složkového tvaru.



Příklad 2 Pro komplexní číslo $z = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$ spočítejte kvadrát jeho absolutní hodnoty (1) jako $|z|^2$, (2) jako $z z^*$, a ukažte, že výsledek je stejný.

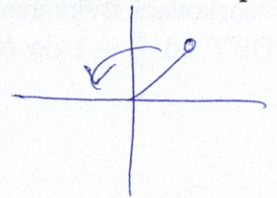
viz A

Příklad 3 Rozložte cosinusovku s diskretním časem $x[n] = 4 \cos(\frac{2\pi}{100}n - \frac{\pi}{2})$ na dvě komplexní exponenciály. Jasně oddělte a označte komplexní konstanty a vlastní komplexní exponenciály. Pomůcka: $\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

$$x[n] = \underbrace{2e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{\text{konstanty}} \cdot \underbrace{e^{j\frac{2\pi}{100}n}}_{\text{complex exp.}} + \underbrace{2e^{j\frac{\pi}{2}}}_{\text{konstanty}} \cdot \underbrace{e^{-j\frac{2\pi}{100}n}}_{\text{complex exp.}}$$

Příklad 4 Do tabulky запиште hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q .

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	$q + jq$	j	$-q + jq$	-1	$-q - jq$	$-j$	$q - jq$	1



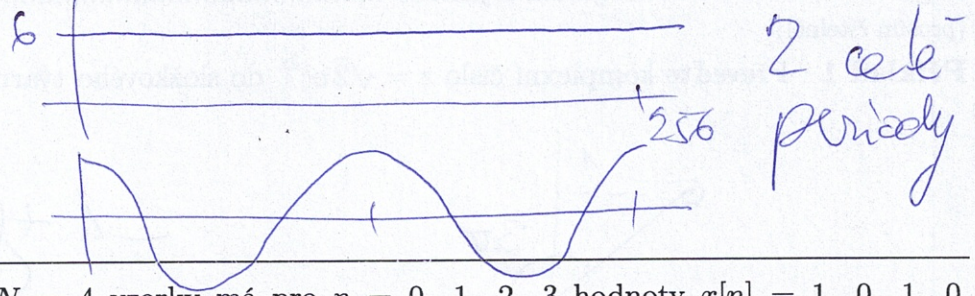
Příklad 5 Nakreslete ve 3D komplexní exponenciálu $x[n] = 5e^{-j2\pi\frac{1}{128}n}$ pro $n = 0 \dots 127$. Označte pečlivě hodnoty na reálné, imaginární i časové ose.

viz B

Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků je stejnosměrný: $x[n] = 6$. Analyzační signál je cosinusovka: $a[n] = \cos\left(\frac{4\pi}{256}n\right)$.

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.

$c = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$



Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 4$ vzorky má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty $x[n] = 1, 0, 1, 0$. Určete všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište je ve **složkovém** tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz A

$X[0] = \dots\dots\dots X[1] = \dots\dots\dots X[2] = \dots\dots\dots X[3] = \dots\dots\dots$

Příklad 8 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) $X(e^{j\omega})$ pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci ω_1 . Signál $x[n]$ je v poli x o délce N vzorků. Výsledkem necht' je koeficient $Xe^{j\omega_1}$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

$\omega_1 = 0.3$

viz A

Příklad 9 DFT reálného signálu je uložena v poli X pouze od koeficientu 0 do $\frac{N}{2}$ (tedy od nuly do poloviny vzorkovací frekvence). Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění koeficientů DFT od $\frac{N}{2} + 1$ do $N - 1$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

viz A

Příklad 10 Určete všechny frekvence pro oběh Země okolo Slunce. Vzorkovací frekvence je $F_s = 0.001$ Hz. Výsledky stačí ve formě výrazů bez úpravy.

běžná frekvence:

kruhová frekvence:

normovaná frekvence:

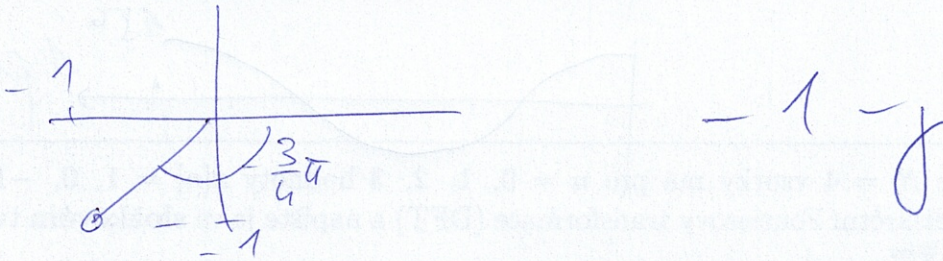
normovaná kruhová frekvence:

viz A

Půlsestrální zkouška ISS, 2.11.2023, zadání D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převedte komplexní číslo $z = \sqrt{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}}$ do složkového tvaru.



Příklad 2 Pro komplexní číslo $z = 10e^{j\frac{\pi}{4}}$ spočítejte kvadrát jeho absolutní hodnoty (1) jako $|z|^2$, (2) jako $z z^*$, a ukažte, že výsledek je stejný.

viz A

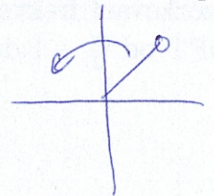
Příklad 3 Rozložte cosinusovku s diskretním časem $x[n] = 4 \cos(\frac{2\pi}{100}n - \frac{\pi}{2})$ na dvě komplexní exponenciály. Jasně oddělte a označte komplexní konstanty a vlastní komplexní exponenciály. Pomůcka: $\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

viz C

Příklad 4 Do tabulky запиšte hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q .

viz C

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								



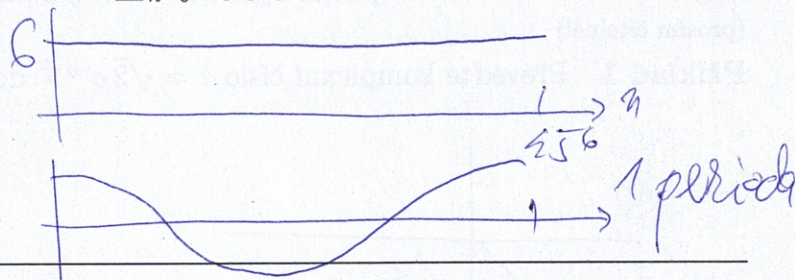
Příklad 5 Nakreslete ve 3D komplexní exponenciálu $x[n] = 5e^{j2\pi\frac{1}{128}n}$ pro $n = 0 \dots 127$. Označte pečlivě hodnoty na reálné, imaginární i časové ose.

viz A

Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků je stejnosměrný: $x[n] = 6$. Analyzační signál je cosinusovka: $a[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{256}n\right)$.

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.

$c = \dots 0 \dots$



Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 4$ vzorky má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty $x[n] = 1, 0, -1, 0$. Určete všechny koeficienty jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) a napište je ve **složkovém** tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz B

$X[0] = \dots X[1] = \dots X[2] = \dots X[3] = \dots$

Příklad 8 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) $X(e^{j\omega})$ pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci ω_1 . Signál $x[n]$ je v poli x o délce N vzorků. Výsledkem necht' je koeficient $Xe^{j\omega_1}$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

$\omega_1 = 0.2$

viz A

Příklad 9 DFT reálného signálu je uložena v poli X pouze od koeficientu 0 do $\frac{N}{2}$ (tedy od nuly do poloviny vzorkovací frekvence). Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění koeficientů DFT od $\frac{N}{2} + 1$ do $N - 1$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

viz A

Příklad 10 Určete všechny frekvence pro oběh Země okolo Slunce. Vzorkovací frekvence je $F_s = 0.001$ Hz. Výsledky stačí ve formě výrazů bez úpravy.

běžná frekvence:

kruhová frekvence:

normovaná frekvence:

normovaná kruhová frekvence:

viz A