

Půlsestrální zkouška ISS, 2.11.2023, zadání A

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převeďte komplexní číslo $z = \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}}$ do složkového tvaru.

Příklad 2 Pro komplexní číslo $z = 10e^{-j\frac{3\pi}{4}}$ spočítejte kvadrát jeho absolutní hodnoty (1) jako $|z|^2$, (2) jako $z z^*$, a ukažte, že výsledek je stejný.

Příklad 3 Rozložte cosinusovku s diskretním časem $x[n] = 4 \cos(2\frac{2\pi}{100}n + \frac{\pi}{2})$ na dvě komplexní exponenciály. Jasně oddělte a označte komplexní konstanty a vlastní komplexní exponenciály. Pomůcka: $\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

Příklad 4 Do tabulky запиšte hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q .

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								

Příklad 5 Nakreslete ve 3D komplexní exponenciálu $x[n] = 5e^{j2\pi\frac{1}{128}n}$ pro $n = 0 \dots 127$. Označte pečlivě hodnoty na reálné, imaginární i časové ose.

Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků je stejnosměrný: $x[n] = 6$. Analyzační signál je cosinusovka: $a[n] = \cos(\frac{8\pi}{256}n)$.

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.

$c = \dots\dots\dots$

Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 4$ vzorky má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty $x[n] = 1, 0, 1, 0$. Určete všechny koeficienty jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) a napište je ve **složkovém** tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$X[0] = \dots\dots\dots$ $X[1] = \dots\dots\dots$ $X[2] = \dots\dots\dots$ $X[3] = \dots\dots\dots$

Příklad 8 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) $X(e^{j\omega})$ pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci ω_1 . Signál $x[n]$ je v poli x o délce N vzorků. Výsledkem nechtě je koeficient $Xe^{j\omega_1}$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.
om1 = 0.45

Příklad 9 DFT reálného signálu je uložena v poli X pouze od koeficientu 0 do $\frac{N}{2}$ (tedy od nuly do poloviny vzorkovací frekvence). Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění koeficientů DFT od $\frac{N}{2} + 1$ do $N - 1$. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla.

Příklad 10 Určete všechny frekvence pro oběh Země okolo Slunce. Vzorkovací frekvence je $F_s = 0.001$ Hz. Výsledky stačí ve formě výrazů bez úpravy.
běžná frekvence: $\dots\dots\dots$
kruhová frekvence: $\dots\dots\dots$
normovaná frekvence: $\dots\dots\dots$
normovaná kruhová frekvence: $\dots\dots\dots$