

Půlsemetrální zkouška ISS, 3.11.2023, zadání E

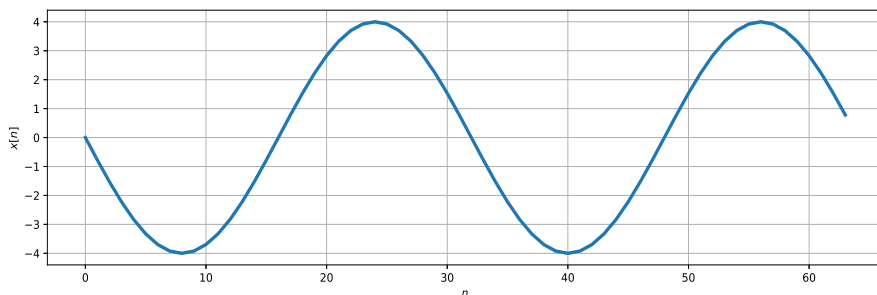
Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Vydělte komplexní čísla: $z_1 = e^{j\frac{\pi}{4}}$, $z_2 = 2e^{j\frac{\pi}{8}}$.

$$\frac{z_1}{z_2} = \dots\dots\dots$$

Příklad 2 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet určitého integrálu $\int_{t_1}^{t_2} x(t)dt$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Signál je uložen v poli `x`, časový krok (vzorkovací perioda) je `Delta`, indexy do pole `x` odpovídající časům t_1 a t_2 už jsou nalezeny a jsou v proměnných `i1` a `i2`.

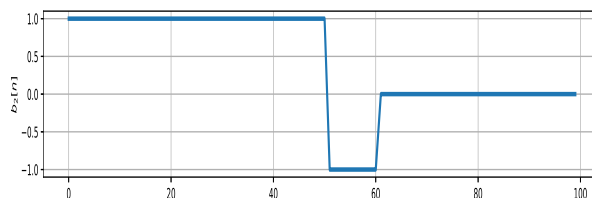
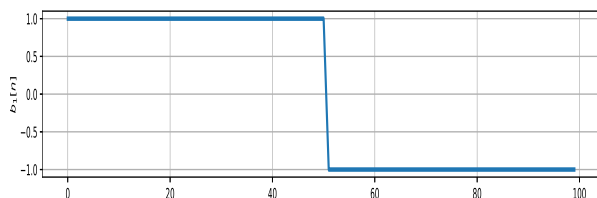
Příklad 3 Signál na obrázku je diskretní cosinusovka $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ s amplitudou C_1 , normovanou kruhovou frekvencí ω_1 a fází ϕ_1 . Určete hodnoty těchto parametrů.



Příklad 4 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskretním časem:
 $e_1[n] = 8e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j0.1\pi n}$, $e_2[n] = 8e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j0.1\pi n}$. Napište cosinusovku, která vznikne jejich součtem:
 $x[n] = e_1[n] + e_2[n]$, se správnými hodnotami všech parametrů.

Příklad 5 Popište šroub velikosti M5 pomocí spojitě komplexní exponenciály. Jeho průměr je 5 mm (poloměr je tedy 2.5 mm), stoupání závitu je 0.8 mm.

Příklad 6 Na obrázku jsou zadány dvě báze: $b_1[n]$ a $b_2[n]$, obě o délce $N = 100$ vzorků. Zjistěte, zda jsou ortogonální.



Příklad 7 Určete frekvenční rozlišení diskrétní Fourierovy transformace DFT (vzdálenost mezi $X[k]$ a $X[k + 1]$). Počet vzorků je $N = 100$. Vzorkovací frekvence je $F_s = 10$ kHz. Výsledek napište pro všechny používané typy frekvencí:

běžná frekvence:

kruhová frekvence:

normovaná frekvence:

normovaná kruhová frekvence:

Příklad 8 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má pro $n = 0 \dots 7$ hodnoty $x[n] = 1, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0$. Určete zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište jej ve **složkovém** tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$X[2] = \dots$

Příklad 9 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet všech koeficientů DFT. Signál je uložen v poli \mathbf{x} , o délce N vzorků, koeficienty uložte do pole \mathbf{X} , o délce také N vzorků. Pokud budete psát v C, předpokládejte, že umí komplexní čísla. Funkce `dft`, `fft`, atd. jsou zakázány.

Příklad 10 Dokažte periodicitu Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT), tedy platnost $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+m2\pi)})$, kde m je libovolné celé číslo. Pomůcka: $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\omega n}$.