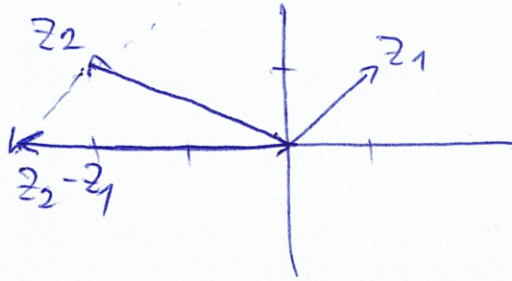


# Půlsemestrální zkouška ISS, 24.10.2024, zadání E

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete komplexní čísla  $z_1 = 1 + j$  a  $z_2 = -2 + j$  do komplexní roviny jako vektory a nakreslete vektor jejich rozdílu:  $z_2 - z_1$ . Vypočtěte rozdíl také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.



$$z_2 - z_1 = \dots = -2 + j - 1 - j = -3$$

**Příklad 2** Vynásobte komplexní čísla  $z_1 = 3e^{j0.4}$  a  $z_2 = 4e^{j1.4}$  a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = \dots = 12 e^{j1.8}$$

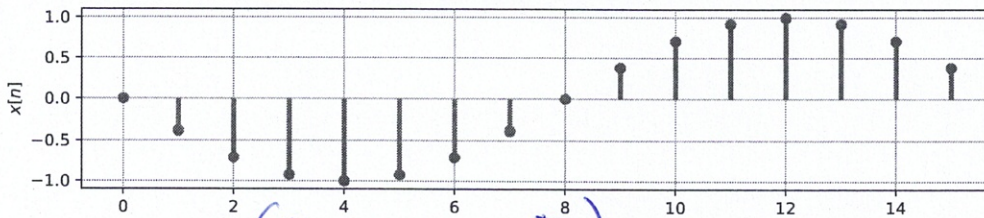
$e^{j2\pi \cdot \frac{1}{8} \cdot 1} = e^{j\frac{\pi}{4}}$

**Příklad 3** Určete hodnotu komplexní exponenciály  $x[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$  pro vzorek  $x[9]$ . Výsledek zapište ve složkovém tvaru. Pro jednoduchost můžete použít  $\frac{5}{\sqrt{2}} = q$ .

$$x[9] = \dots = 5 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = 9 - j9$$

perioda je 8, takže  $x[9] = x[1]$

**Příklad 4** Napište vztah pro diskrétní cosinusovku na obrázku.



$$x[n] = \dots = \cos\left(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{2}\right)$$

**Příklad 5** Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet součtu kvadrátů absolutních hodnot vzorků **komplexního** signálu  $x[n]$ :  $\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ . Je zakázáno použít funkci abs.

$$\downarrow = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot x^*[n]$$

$$\text{np.sum}(x * \text{np.conj}(x))$$

**Příklad 6** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 256$  vzorků obsahuje cosinusovku o periodě 50 vzorků. dal by se vygenerovat např. jako  $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{50}n)$ . Analyzační signál o délce  $N = 256$  obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 6 \leq n \leq 55 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce  $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$ .

$$c = 0$$

obdélník pokrývá právě jednu periodu cosinusovky - její součet je nula

**Příklad 7** Napište kód v C pro výpočet inverzní diskrétní Fourierovy transformace (IDFT):

$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$ . Reálné složky koeficientů  $X[k]$  jsou v poli Xre a imaginární v poli Xim. Platí  $X[k] = X^*[N-k]$ , takže výsledný signál  $x[n]$  bude reálný, očekávám ho v poli x. O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce cos a sin, ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK. Upozorňuji, že imaginární složky koeficientů  $X[k]$  jsou potřeba.

```
for (n=0; n<N; n++) {
    x[n] = 0.0;
    for (k=0; k<N; k++) {
        arg = 2 * PI / N * k * n;
        x[n] += (Xre[k] * cos(arg)
                - Xim[k] * sin(arg)) / N;
    }
}
```

zbytek není potřeba počítat

**Příklad 8** Vzorkovací frekvence je  $F_s = 100$  kHz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je  $N = 1000$ . Určete, pro který index  $k$  je koeficient  $X[k]$  nejbližší frekvenci zadaného tónu:

B1b 466 Hz → 500 Hz

krok je 100 kHz / 1000, tedy 100 Hz.

$$k = 5$$

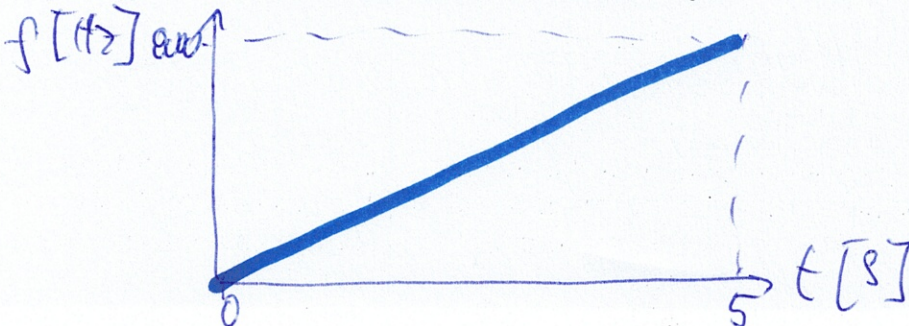
**Příklad 9** Pole Xre a Xim o velikosti sudé  $N$  obsahují reálné a imaginární složky koeficientů DFT reálného signálu. Jsou naplněny od prvku  $k=0$  do  $k=N/2$ . Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění hodnot pro  $k=N/2+1$  až  $N-1$ .

```
for (k=N/2+1; k<=N-1; k++) {
    Xre[k] = Xre[N-k];
    Xim[k] = -Xim[N-k];
}
```

komplexní sdružení

... nebo obdobně Python nebo pseudo-kód.

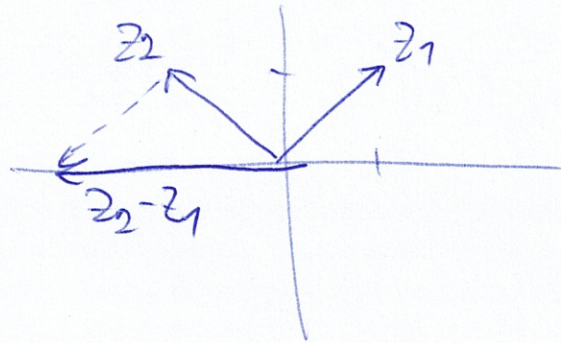
**Příklad 10** Signál na vzorkovací frekvenci  $F_s = 16000$  Hz trvá 5 sekund a obsahuje cosinusovku, jejíž frekvence se v čase lineárně zvyšuje od 0 až po 8000 Hz. Nakreslete jeho spektrogram (bílá barva = 0, tmavá barva = velká hodnota). Řádně popište osy.



# Půlsemestrální zkouška ISS, 24.10.2024, zadání F

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete komplexní čísla  $z_1 = 1 + j$  a  $z_2 = -1 + j$  do komplexní roviny jako vektory a nakreslete vektor jejich rozdílu:  $z_2 - z_1$ . Vypočtěte rozdíl také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.



$$z_2 - z_1 = \dots -1 + j - 1 - j = -2$$

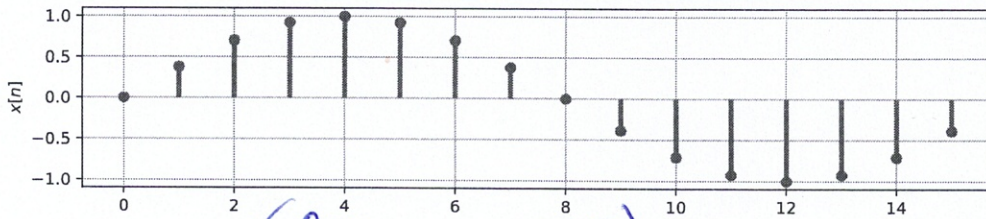
**Příklad 2** Vynásobte komplexní čísla  $z_1 = 3e^{j0.4}$  a  $z_2 = 4e^{j0.7}$  a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = \dots 12 e^{j1.1}$$

**Příklad 3** Určete hodnotu komplexní exponenciály  $x[n] = 5e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$  pro vzorek  $x[9]$ . Výsledek zapíšte ve složkovém tvaru. Pro jednoduchost můžete použít  $\frac{5}{\sqrt{2}} = q$ . viz A

$$x[9] = \dots 5 e^{j\frac{3\pi}{4}} = -q + j q$$

**Příklad 4** Napište vztah pro diskrétní cosinusovku na obrázku.



$$x[n] = \dots \cos\left(\frac{2\pi}{16}n - \frac{\pi}{2}\right)$$

**Příklad 5** Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet součtu kvadrátů absolutních hodnot vzorků **komplexního** signálu  $x[n]$ :  $\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ . Je zakázáno použít funkci `abs`.

viz A

**Příklad 6** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 256$  vzorků obsahuje cosinusovku o periodě 50 vzorků: dal by se vygenerovat např. jako  $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{50}n)$ . Analyzační signál o délce  $N = 256$  obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 10 \leq n \leq 59 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce  $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$ .

$$c = 0$$

viz A

**Příklad 7** Napište kód v C pro výpočet inverzní diskrétní Fourierovy transformace (IDFT):

$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$ . Reálné složky koeficientů  $X[k]$  jsou v poli  $Xre$  a imaginární v poli  $Xim$ . Platí  $X[k] = X^*[N-k]$ , takže výsledný signál  $x[n]$  bude reálný, očekávám ho v poli  $x$ . O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce  $\cos$  a  $\sin$ , ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK. Upozorňuji, že imaginární složky koeficientů  $X[k]$  jsou potřeba.

viz A

**Příklad 8** Vzorkovací frekvence je  $F_s = 100$  kHz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je  $N = 1000$ . Určete, pro který index  $k$  je koeficient  $X[k]$  nejbližší frekvenci zadaného tónu:

G2b 740 Hz  $\rightarrow$  700 Hz

viz A

$k = 7$

**Příklad 9** Pole  $Xre$  a  $Xim$  o velikosti sudé  $N$  obsahují reálné a imaginární složky koeficientů DFT reálného signálu. Jsou naplněny od prvku  $k=0$  do  $k=N/2$ . Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění hodnot pro  $k=N/2+1$  až  $N-1$ .

viz A

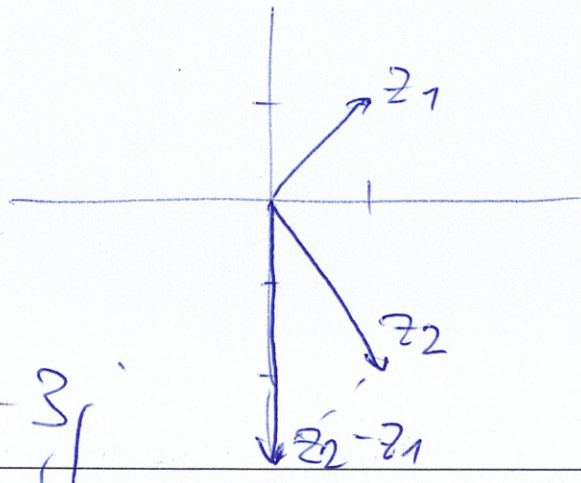
**Příklad 10** Signál na vzorkovací frekvenci  $F_s = 16000$  Hz trvá 5 sekund a obsahuje cosinusovku, jejíž frekvence se v čase lineárně zvyšuje od 0 až po 8000 Hz. Nakreslete jeho spektrogram (bílá barva = 0, tmavá barva = velká hodnota). Řádně popište osy.

viz A

# Půlsemestrální zkouška ISS, 24.10.2024, zadání G

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete komplexní čísla  $z_1 = 1 + j$  a  $z_2 = 1 - 2j$  do komplexní roviny jako vektory a nakreslete vektor jejich rozdílu:  $z_2 - z_1$ . Vypočtěte rozdíl také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.



$$z_2 - z_1 = \dots\dots\dots$$

$$1 - 2j - 1 - j = -3j$$

**Příklad 2** Vynásobte komplexní čísla  $z_1 = 3e^{j0.4}$  a  $z_2 = 4e^{-j1.4}$  a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = \dots\dots\dots$$

$$12e^{-j}$$

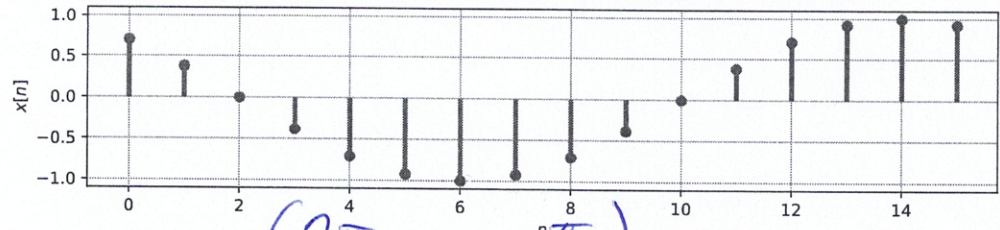
**Příklad 3** Určete hodnotu komplexní exponenciály  $x[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$  pro vzorek  $x[9]$ . Výsledek запиšte ve složkovém tvaru. Pro jednoduchost můžete použít  $\frac{5}{\sqrt{2}} = q$ .

$$x[9] = \dots\dots\dots$$

$$5 \cdot e^{j0} = 5$$

viz A

**Příklad 4** Napište vztah pro diskretní cosinusovku na obrázku.



$$x[n] = \dots\dots\dots$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{16}n + \frac{n\pi}{4}\right)$$

**Příklad 5** Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet součtu kvadrátů absolutních hodnot vzorků **komplexního** signálu  $x[n]$ :  $\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ . Je zakázáno použít funkci `abs`.

viz A

**Příklad 6** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 256$  vzorků obsahuje cosinusovku o periodě 50 vzorků: dal by se vygenerovat např. jako  $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{50}n)$ . Analyzační signál o délce  $N = 256$  obsahuje obdélík o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 100 \leq n \leq 149 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce  $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$ .

$c = 0$

viz A

**Příklad 7** Napište kód v C pro výpočet inverzní diskrétní Fourierovy transformace (IDFT):

$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$ . Reálné složky koeficientů  $X[k]$  jsou v poli  $Xre$  a imaginární v poli  $Xim$ . Platí  $X[k] = X^*[N-k]$ , takže výsledný signál  $x[n]$  bude reálný, očekávám ho v poli  $x$ . O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce `cos` a `sin`, ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK. Upozorňuji, že imaginární složky koeficientů  $X[k]$  jsou potřeba.

viz A

**Příklad 8** Vzorkovací frekvence je  $F_s = 100$  kHz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je  $N = 1000$ . Určete, pro který index  $k$  je koeficient  $X[k]$  nejbližší frekvenci zadaného tónu:

B2b 932 Hz  $\rightarrow$  900 Hz

viz A

$k = 9$

**Příklad 9** Pole  $Xre$  a  $Xim$  o velikosti sudé  $N$  obsahují reálné a imaginární složky koeficientů DFT reálného signálu. Jsou naplněny od prvku  $k=0$  do  $k=N/2$ . Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění hodnot pro  $k=N/2+1$  až  $N-1$ .

viz A

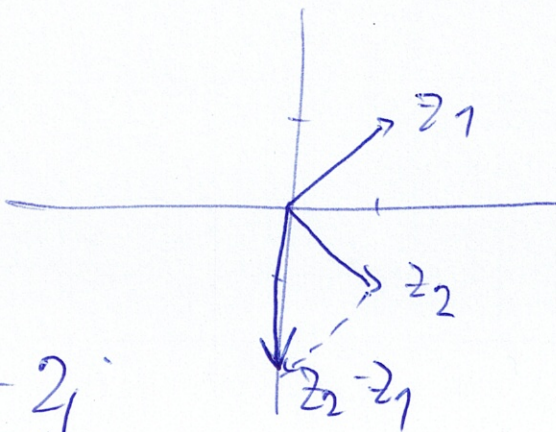
**Příklad 10** Signál na vzorkovací frekvenci  $F_s = 16000$  Hz trvá 5 sekund a obsahuje cosinusovku, jejíž frekvence se v čase lineárně zvyšuje od 0 až po 8000 Hz. Nakreslete jeho spektrogram (bílá barva = 0, tmavá barva = velká hodnota). Řádně popište osy.

viz A

# Půlsemestrální zkouška ISS, 24.10.2024, zadání H

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete komplexní čísla  $z_1 = 1+j$  a  $z_2 = 1-j$  do komplexní roviny jako vektory a nakreslete vektor jejich rozdílu:  $z_2 - z_1$ . Vypočtěte rozdíl také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.



$$z_2 - z_1 = 1-j - 1-j = -2j$$

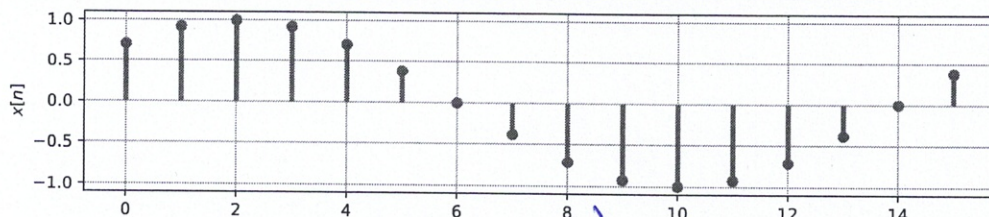
**Příklad 2** Vynásobte komplexní čísla  $z_1 = 3e^{j0.4}$  a  $z_2 = 4e^{-j0.7}$  a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = 12 e^{-j0.3}$$

**Příklad 3** Určete hodnotu komplexní exponenciály  $x[n] = 5e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$  pro vzorek  $x[9]$ . Výsledek zapište ve složkovém tvaru. Pro jednoduchost můžete použít  $\frac{5}{\sqrt{2}} = q$ . *viz A*

$$x[9] = 5 e^{j\frac{\pi}{2}} = 5j$$

**Příklad 4** Napište vztah pro diskretní cosinusovku na obrázku.



$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{16}n - \frac{\pi}{4}\right)$$

**Příklad 5** Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet součtu kvadrátů absolutních hodnot vzorků **komplexního** signálu  $x[n]$ :  $\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ . Je zakázáno použít funkci `abs`. *viz A*

**Příklad 6** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 256$  vzorků obsahuje cosinusovku o periodě 50 vzorků: dal by se vygenerovat např. jako  $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{50}n)$ . Analyzační signál o délce  $N = 256$  obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 150 \leq n \leq 199 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce  $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$ .

$$c = 0$$

viz A

**Příklad 7** Napište kód v C pro výpočet inverzní diskrétní Fourierovy transformace (IDFT):

$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$ . Reálné složky koeficientů  $X[k]$  jsou v poli  $Xre$  a imaginární v poli  $Xim$ . Platí  $X[k] = X^*[N-k]$ , takže výsledný signál  $x[n]$  bude reálný, očekávám ho v poli  $x$ . O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce  $\cos$  a  $\sin$ , ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK. Upozorňuji, že imaginární složky koeficientů  $X[k]$  jsou potřeba.

viz A

**Příklad 8** Vzorkovací frekvence je  $F_s = 100$  kHz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je  $N = 1000$ . Určete, pro který index  $k$  je koeficient  $X[k]$  nejbližší frekvenci zadaného tónu:

E3b 1245 Hz  $\rightarrow$  1200

$$k = 12$$

viz A

**Příklad 9** Pole  $Xre$  a  $Xim$  o velikosti sudé  $N$  obsahují reálné a imaginární složky koeficientů DFT reálného signálu. Jsou naplněny od prvku  $k=0$  do  $k=N/2$ . Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění hodnot pro  $k=N/2+1$  až  $N-1$ .

viz A

**Příklad 10** Signál na vzorkovací frekvenci  $F_s = 16000$  Hz trvá 5 sekund a obsahuje cosinusovku, jejíž frekvence se v čase lineárně zvyšuje od 0 až po 8000 Hz. Nakreslete jeho spektrogram (bílá barva = 0, tmavá barva = velká hodnota). Řádně popište osy.

viz A