

# Půlsestrální zkouška ISS, 22.10.2024, zadání B

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete komplexní čísla  $z_1 = 1 + j$  a  $z_2 = 1 - 2j$  do komplexní roviny jako vektory a sečtěte je jako vektory. Vypočtěte součet také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.

$z_1 + z_2 = \dots\dots\dots$

---

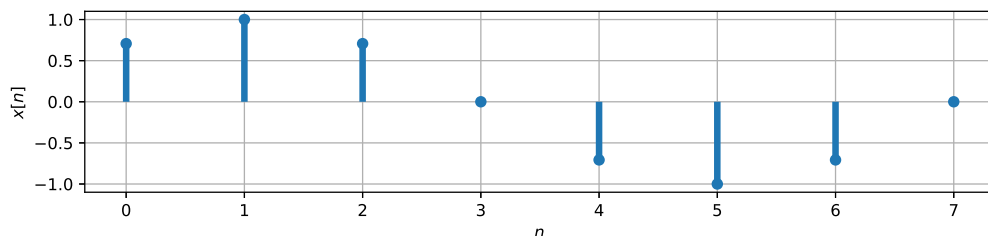
**Příklad 2** Vynásobte komplexní čísla  $z_1 = 3e^{j\frac{\pi}{4}}$  a  $z_2 = 4e^{j\frac{\pi}{4}}$  a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$z_1 z_2 = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 3** Odvoďte vztahy pro reálnou a imaginární složku součtu dvou komplexně sdružených čísel:  $z + z^*$

**Příklad 4** Napište vztah pro diskretní cosinovou na obrázku.



$x[n] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 5** Do tabulky запишіte hodnoty komplexní exponenciály  $x[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$  ve složkovém tvaru pro  $n = 0 \dots 7$ . Pro jednoduchost zapisujte  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  jako  $q$ .

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								

**Příklad 6** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 256$  vzorků obsahuje dvojici vzorků 3 a -1, která se neustále opakuje – dal by se vygenerovat např. jako  $x[n] = 1 + 2 \cos(\pi n)$ . Analyzační signál o délce  $N = 256$  obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 10 \leq n \leq 59 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}.$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce  $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$ .

---

**Příklad 7** Signál  $x[n]$  o délce  $N = 8$  vzorků má hodnoty  $x[n] = [0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0]$ .

Určete koeficient  $X[1]$  jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište jej ve **složkovém** tvaru.

Pomůcka:  $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ . Výraz  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  můžete zapsat jako  $q$ .

$X[1] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 8** Napište kód v C pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Vstupní signál  $x[n]$  je reálný a je v poli `x`, které má `N` vzorků. Reálné složky koeficientů  $X[k]$  nechtě jsou v poli `Xre` a imaginární v poli `Xim`. O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce `cos` a `sin`, ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK.

---

**Příklad 9** Vzorkovací frekvence je  $F_s = 16000$  Hz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je  $N = 200$ . Vypočtěte frekvenční rozlišení (vzdálenost mezi vedlejšími koeficienty  $X[k]$  a  $X[k+1]$ ) v Hertzech.

---

**Příklad 10** Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro generování  $N = 10000$  vzorků analyzačního signálu  $a[n] = e^{j\omega n}$  Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT)  $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\omega n}$  tak, abychom analyzovali frekvenci  $f = 450$  Hz. Vzorkovací frekvence je  $F_s = 16000$  Hz. Funkce `exp` zde umí pracovat s komplexními čísly.