Semetrální zkouška ISS – 1. opravný termín, 28.1.2009, skupina A

Login: .... Podpis: ....

Příklad 1 Spektrální funkce signálů $x_1(t)$ a $x_2(t)$ jsou:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -1 \le \omega \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -3 \le \omega \le -2.5 \\ 4 & \text{pro } 2.5 \le \omega \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je konvolucí: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

A	B	C	D
$\begin{cases} 8 & \text{pro } -1 \le \omega \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$	$\begin{cases} 8 & \text{pro } -2 \le \omega \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$	0	$\begin{cases} 8(\omega+2) & \text{pro } -2 \le \omega \le -1 \\ 8 & \text{pro } -1 \le \omega \le 1 \\ 8(2-\omega) & \text{pro } 1 \le \omega \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Příklad 2 Vzorkovací frekvence je F_s =44100 Hz. Výsledkem vzorkování a ideální rekonstrukce harmonického signálu $x(t)$ o frekvenci f =13000 Hz (bez použití antialiasingového filtru) je:

A	B	C	D
signál s frekvencí 3000 Hz	signál s frekvencí 8000 Hz	signál s frekvencí 13000 Hz	nula

---

Příklad 3 Vypočítejte lineární konvoluci dvou posloupností o délce 3:
$x_1[n] = [3 \;\; 4 \;\; -1]$ a $x_2[n] = [1 \;\; 1 \;\; -1]$

A	B	C	D
[3 7 0 -5 1]	[3 7 6 3 -1]	[3 1 -8 -3 1]	[3 1 -2 5 -1]

Příklad 4 DFŘ reálného periodického signálu $\tilde{x}[n]$ s periodou 16 má v intervalu $k = 0 \ldots 15$ pouze dva nenulové koeficienty: $\tilde{X}[0] = j$, $\tilde{X}[2] = -j$. Určete signál $\tilde{x}[n]$.

A	B	C	D
$\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{4\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$	$\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{2\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$	signál není reálný	signál není periodický

Příklad 5 Koeficient $X[2]$ diskrétní Fourierovy transormace signálu $x[n]$ o délce 8 má hodnotu $X[2] = 4j$. Určete, jakou bude mít hodnotu koeficient $Y[6]$ pro signál $y[n]$, který je kruhově posunutým signálem $x[n]$: $y[n] = R_8[n]x[\text{mod}_8(n-1)]$

A	B	C	D
$Y[6] = 2.82 + j2.82$	$Y[6] = 4$	$Y[6] = 2.82 - j2.82$	$Y[6]$ se nedá určit

Příklad 6 Při průchodu komplexní exponenciály $A_1 e^{j\omega_1 t + \phi_1}$ LTI systémem, který má na frekvenci ω_1 hodnotu komplexní kmitočtové chaerakteristiky $H(j\omega_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$

A	B	C	D
se změní kruhová frekvence ω_1 exponenciály	se vynásobí počáteční fáze ϕ_1 dvakrát	se zvětší amplituda na $2A_1$	se změní počáteční fáze na $\phi_1 + \frac{\pi}{4}$

Příklad 7 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 0.4z^{-1} + 0.25z^{-2}$ je

A	B	C	D
stabilní	nestabilní	na mezi stability	nedá se rozhodnout

Příklad 8 Funkce:

```
double ahoj(double x) {
  y = 2 * x;
  return y;
}
```

implementuje:

A	B	C	D
zesilovač	nerekurzivní filtr	čistě rekurzivní filtr	obecně rekurzivní filtr

---

Příklad 9 Pásmová propusť druhého řádu zpracovávající signály se vzorkovací frekvencí $F_s = 16000\ Hz$ má dva komplexně sdružené póly: $p_1 = \frac{0.99}{\sqrt{2}} + j\frac{0.99}{\sqrt{2}}, p_2 = \frac{0.99}{\sqrt{2}} - j\frac{0.99}{\sqrt{2}}$

Maximum modulové frekvenční charakteristiky tohoto filtru je na frekvenci:

A	B	C	D
1000 Hz	2000 Hz	3000 Hz	4000 Hz

Příklad 10 Funkce $F(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ pro } \ x < -\pi \\ 0.5 + \frac{x}{2\pi} \ \ pro \ \ -\pi \le x \le \pi \\ 1 \ \text{ pro } \ x > \pi \end{cases}$ může být distribuční funkce:

A	B	C	D
ANO	ANO pouze pro náhodné signály se spojitým časem	ANO pouze pro náhodné signály s diskrétním časem	NE

Příklad 11 Je-li hodnota bílého šumu pro čas t_1 rovna $x(t_1) = 5$, co bude platit pro $t_2 \neq t_1$?

A	B	C	D
$x(t_2) < 5$	$x(t_2) = 5$	$x(t_2) > 5$	o $x(t_2)$ se nedá nic říci

---

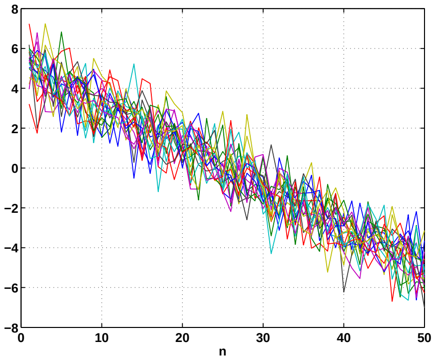
Příklad 12 Hodnoty náhodného signálu v čase $t = 4$ v pěti realizacích byly:

```
1.1909    1.1892    -0.0376    0.3273    0.1746
```

Suborový odhad střední hodnoty je:

A	B	C	D
0.32	0.48	0.51	0.57

Příklad 13 Na obrázku je zachyceno 10 realizací $\xi_\omega[n]$ náhodného procesu s diskrétním časem. Jaký bude odhadnutý autokorelační koeficient $R(10, 40)$?



A	B	C	D
komplexní	reálný kladný	reálný záporný	nulový

Příklad 14 Pro $n = [0\ \ 1\ \ 2\ \ 3]$ je dán náhodný signál s diskrétním časem: $x[n] = [1\quad 0.5\quad \text{-}0.4\quad 0.2]$
Nevychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro $k \in [0, 3]$ je:

A	B
[0.3625 0.0550 -0.0750 0.0500]	[0.3625 0.0733 -0.1500 0.2000]
C	**D**
[0.3625 -0.0550 0.0750 0.0500]	[0.3625 -0.0733 0.1500 0.2000]

Příklad 15 Střední výkon náhodného signálu se střední hodnotou 0 a s rovnoměrným rozložením hustoty pravděpodobnosti je $P_s = 5$. Určete minimální hodnotu signálu.

A	B	C	D
$x_{min} = -7.74$	$x_{min} = -5$	$x_{min} = -3.87$	0

Příklad 16 Gaussovský bílý šum se střední hodnotou $\mu = 0$ a směrodatou odchylkou $\sigma = 8$ prochází systémem s přenosovou funkcí $H(z) = 1 + 0.5z^{-1}$. Výstupní signál:

A	B	C	D
není náhodný	je nulový	má sousední vzorky korelované	má konstantní spektrální hustotu výkonu pro všechny frekvence

---

Příklad 17 Může distribuční funkce obsahovat Diracův impuls ?

A	B	C	D
ano	ne	pouze distribuční funkce bílého šumu	pouze distribuční funkce diskrétních náhodných signálů

Příklad 18 Zelení mužícci z Alfa Centauri mají k disposici počítače s unobity, které mohou nabývat pouze jednoho stavu (nikoliv dvou jako bity). O kolik se zlepší poměr signálu k šumu, pokud zvýšíme počet unobitů alfacentaurského kvantizéru o jeden unobit ?

A	B	C	D
o 6 dB	o 8.52 dB	o 9.54 dB	na Alfacentaurském počítači nepůjde nic počítat

---

Příklad 19 Obrázek o rozměrech 256×256 pixelů $x[k, l]$ má jediný pixel $x[127, 127] = 1$, všechny ostatní jsou nulové (malá bílá tečka uprostřed černého obrázku). Modul jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) je:

A	B	C	D
$\lvert X[m, n]\rvert = 0$ pro všechna m, n	$\lvert X[m, n]\rvert = 1$ pro všechna m, n	$\lvert X[0, 0]\rvert = 1$ $\lvert X[m, n]\rvert = 0$ jinde	$\lvert X[0, 0]\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert X[127, 127]\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert X[m, n]\rvert = 0$ jinde

---

Příklad 20 Z obrázku $x[k, l]$ o rozměrech 256×256 pixelů byly získány filtrováním pomocí masky 3×3 svislé hrany. Určete, jaká byla použita maska.

A	B	C	D
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$