Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2011, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

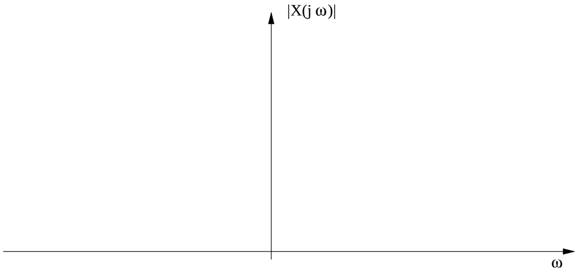
Příklad 1 Popište pohyb jednoho konce vrtule malého letadélka jako funkci dráhy x pomocí komplexní exponenciály. Dráhu označte jako x, osa "doprava-doleva" je reálná, osa "nahoru-dolů" je imaginární. Letadlo letí rychlostí 10m/s, vrtule se otáčí rychlostí 10 otáček za sekundu. Vrtule má poloměr 8 cm. Směr otáčení vrtule (po nebo proti směru hodinových ručiček) si můžete zvolit sami. Počáteční natočení vrtule neuvažujte (komplexní exponenciála tedy nebude mít žádnou počáteční fázi).

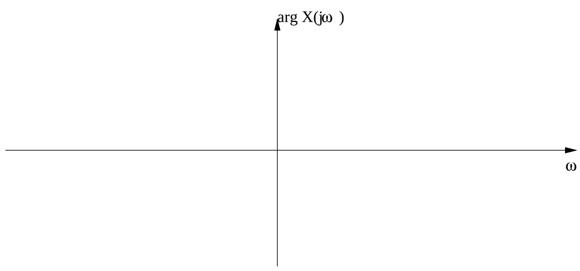
$f(x) =$...............................

Příklad 2 Periodický signál $x(t)$ má periodu $T = 20$ ms. Jeho 2. koeficient Fourierovy řady $c_{x,2} =$ -1+j. Určete koeficient $c_{y,2}$ Fourierovy řady signálu $y(t)$ zpožděného oproti $x(t)$ o 5ms: $y(t) = x(t) - 5$ ms.

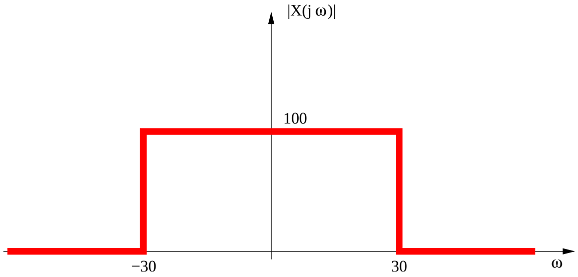
$c_{y,2} =$.........................

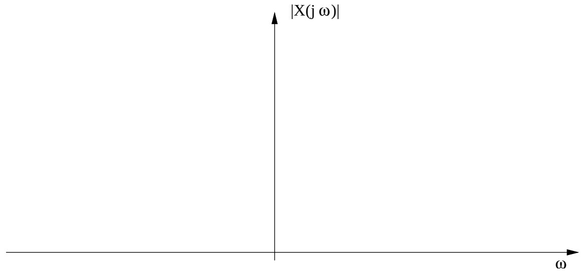
Příklad 3 Nakreslete spektrální funkci signálu $x(t) = 2\delta(t+1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.





Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(4t)$





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$...............................

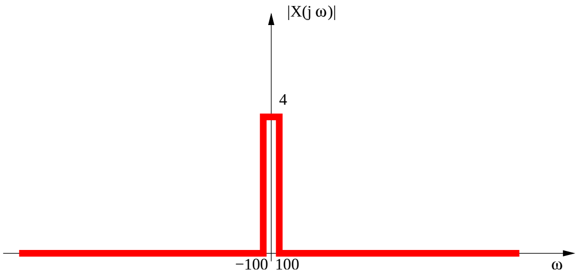
Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

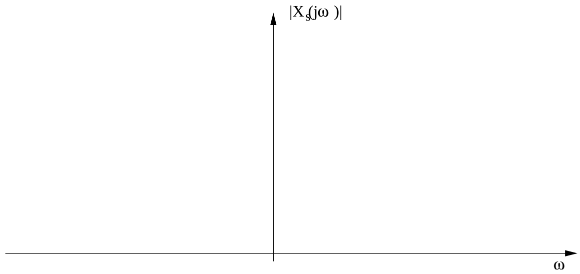
Odpověď (ANO/NE): ....

Příklad 7 Signál $x(t) = 6\cos(16000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$.......................

Příklad 8 Modul spektrální funkce signálu $x(t)$ je na obrázku. Nakreslete modul spektrální funkce tohoto signálu ideálně navzorkovaného na frekvenci F_s=800 Hz.





Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	2	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = 2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad.

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$.........................

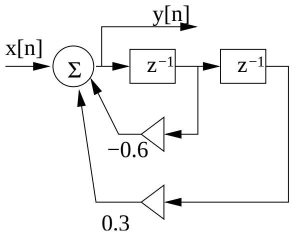
Příklad 11 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	3	1	2

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 3$

$\tilde{X}[k] =$...........................

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] =$............... $h[1] =$............... $h[2] =$...............

Příklad 13 Určete přenosovou funkci filtru z předcházejícího příkladu.

$H(z) =$..................................

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$.

$p_1 =$...................... $p_2 =$......................

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x, t)$ pro $t = 2$ a $x = 6$

$F(x, t) =$...........................

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{8}$ rad.

$G_x(e^{j\frac{\pi}{8}}) =$ ....

Příklad 17 Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $x[n]$ na frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ je $G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu kmitočtové charakteristiky $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $y[n]$ na výstupu filtru na této frekvenci.

$G_y(e^{j\frac{\pi}{4}}) =$ ....

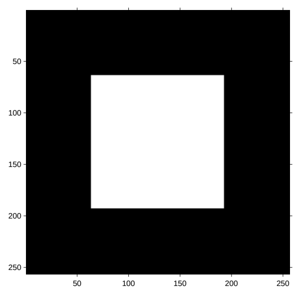
Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{pro } 0 \leq g \leq 5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

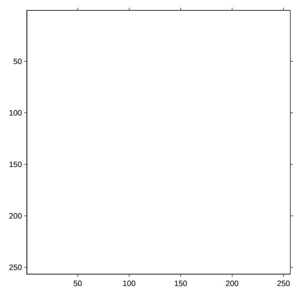
Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$P_s =$ ....

Příklad 19 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$





Příklad 20 Obrázek o rozměrech 256×256 obsahuje polovinu pixelů s hodnotou 100 a polovinu pixelů s hodnotou 200. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku jedním bitem na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 101 a 202 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

SNR = ... dB