

## Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2011, skupina A

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Krasobruslař se při skoku otočí dvakrát za sekundu. Určete jeho úhlovou rychlost.

$\omega = \dots\dots\dots$  rad/s

---

**Příklad 2** Periodický signál je komplexní exponenciála:  $x(t) = 44e^{j2000\pi t + \frac{\pi}{6}}$ .  
Určete všechny nenulové koeficienty  $c_k$  jeho Fourierovy řady.

.....

---

**Příklad 3** Signál se spojitým časem je stejnosměrný:  $x(t) = 6$ .  
Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 4** Hodnota Fourierovy transformace (spektrální funkce) signálu  $x(t)$  na frekvenci  $\omega = 100\pi$  rad/s je  $X(j100\pi) = 1 + j$ . Určete hodnotu Fourierovy transformace (spektrální funkce)  $Y(j\omega)$  zpožděného signálu  $y(t) = x(t) - 0.01s$  také na frekvenci  $\omega = 100\pi$  rad/s.

$Y(j100\pi) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 5** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{1}{s+1}$ .  
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci  $\omega = \infty$  rad/s.

$H(j\infty) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 6** Na vstupu systému se spojitým časem je signál  $x(t) = 40 \cos(200\pi t)$ . Na výstupu je signál  $y(t) = \sin(200\pi t)$ .

Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci  $\omega = 200\pi$  rad/s.

$H(j200\pi) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 7** Na vstupu vzorkovače je periodický signál: sled obdélníkových impulsů o šířce  $\vartheta = 1 \mu s$ , výšce  $D = 50$  a periodě  $T_1 = 3 \mu s$ . Určete, zda lze zkonstruovat anti-aliasingový filtr tak, abychom po vzorkování a rekonstrukci na vzorkovací frekvenci  $F_s = 44100$  Hz dostali na výstupu přesně stejný signál. Pokud ano, napište, jak by měla vypadat jeho frekvenční charakteristika.

LZE/NELZE: .....  $H_{aa}(j\omega) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 8** Diskrétní signál má  $N = 8$  vzorků:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	4	3	8	5	1	2	11	67

Určete 3. vzorek signálu kruhově zpožděného o 5 vzorků:  $y[n] = R_8[n]x[\text{mod}_8(n - 5)]$

$y[3] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 9** Diskrétní signál má jediný vzorek nenulový:  $x[n] = \begin{cases} 40 & \text{pro } n = 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište modul a argument jeho Fourierovy transformace s diskretním časem.

$|\tilde{X}(e^{j\omega})| = \dots\dots\dots, \quad \arg \tilde{X}(e^{j\omega}) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 10** Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskretním časem o délce  $N = 4$ :

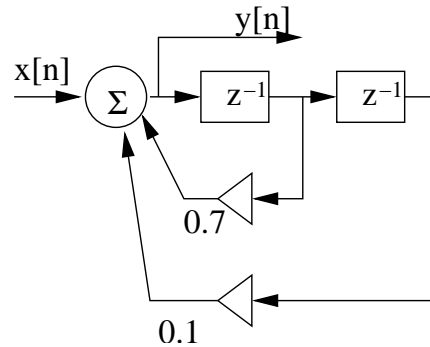
n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-1	-1	2
$x_2[n]$	1	2	1	2
$x_1[n] \otimes x_2[n]$				

---

**Příklad 11** Vstup a impulsní odezva číslicového filtru FIR jsou v následující tabulce. Doplňte řádek pro jeho výstup (všechny hodnoty).

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h[n]$	0	-1	-1	2	0	0	0	0
$y[n]$								

**Příklad 12** Na obrázku je blokové schéma číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dots\dots\dots$

**Příklad 13** Určete hodnotu frekvenční charakteristiky filtru z předcházejícího příkladu na normované kruhové frekvenci  $\omega = 0$  rad.

$H(e^{j0}) = \dots\dots\dots$

**Příklad 14** Filtry se impulsními odezvami  $h_1[n]$  a  $h_2[n]$  v tabulce jsou zapojeny **paralelně**. Určete reakci tohoto celého systému  $y[n]$  na jednotkový impuls  $x[n] = \delta[n]$ :

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h_2[n]$	0	2	1	2	0	0	0	0
$y[n]$								

**Příklad 15** Distribuční funkce náhodného signálu pro čas  $t$  je dána jako:  $F(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1, 1] \\ 1 & \text{pro } x > 1 \end{cases}$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu v čase  $t$  bude větší než:  $a = 0.6$

$\mathcal{P}\{\xi(t) > a\} = \dots\dots\dots$

**Příklad 16** Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána jako:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } x \in [-2, -1] \text{ a pro } x \in [1, 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl tohoto náhodného signálu.

$$D = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 17** Náhodný signál má  $N = 5$  nenulových vzorků, pro  $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$ :  $x[n] = [4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 2]$ . Jaký je nevychýlený odhad jeho autokorelačního koeficientu pro  $k = 4$  ?

$$R[k] = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 18** Tabulka udává 8 hodnot diskrétní Fourierovy transformace náhodného signálu o délce  $N = 8$  vzorků.

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7
$X[k]$	4	-1-2j	-2 -3j	2j	1	-2j	-2 -3j	-1+2j

Odhadněte hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = \frac{3\pi}{4}$  rad.

$$\hat{G}(e^{j\omega_1}) = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 19** Cosinusovka s amplitudou  $A = 1024$  plně využívá dynamického rozsahu kvantizéru od -1024 do 1024. Poměr signálu k šumu  $SNR = 49.76$  dB. Jaký je kvantovací krok ?

$$\Delta = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 20** Určete, jaký bude výsledek operace  $y[k, l] = |x[k, l] \star h[k, l]|$ . Vstup  $x[k, l]$  je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k, l] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

