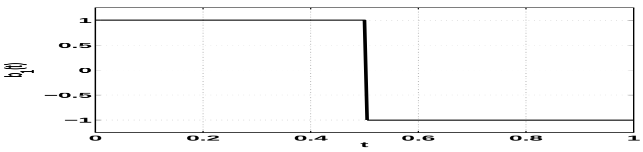
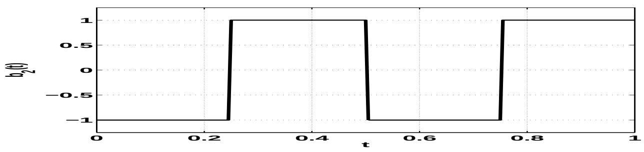
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2012, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je rozkládán v intervalu $t \in [0,\ 1]$ do bází $b_1(t)$ a $b_2(t)$, které jsou na obrázcích.





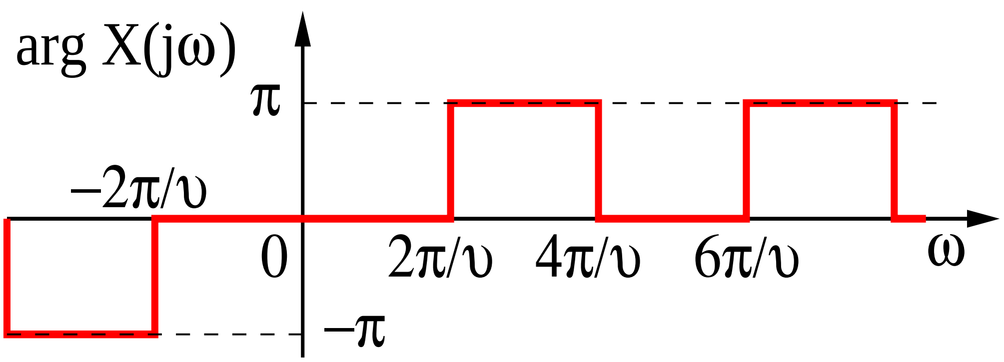
Určete, zda jsou tyto báze ortonormální.

Odpověď: ....

Příklad 2 Spektrální funkce signálu se spojitým časem je $X(j\omega) = 12\pi\delta(\omega - 5)$. Napište signál odpovídající této spektrální funkci. Upozornění: zvažte pečlivě, zda bude signál reálný…

$x(t) =$........................

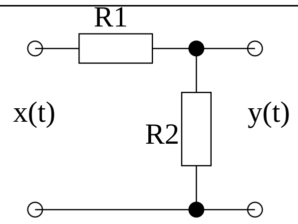
Příklad 3 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$.



Příklad 4 Systém se spojitým časem má přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{s^2+0.1s+100.0025}$
Určete jeho rezonanční frekvenci (polohu maxima jeho kmitočtové charakteristiky pro $\omega > 0$). Pomůcka: póly jmenovatele leží v $p_{1,2} = -0.05 \pm j10$.

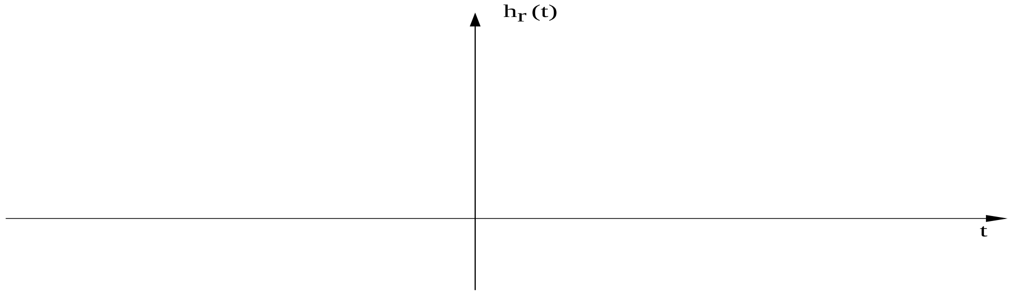
$\omega_{max} =$................. rad/s

Příklad 5 Zaškrtněte ANO/NE u všech vlastností systému se spojitým časem — odporového děliče. Uvažujeme ideální odpory bez parazitních indukčností či kapacit.



Lineární — ANO / NE
Časově invariantní — ANO / NE
S pamětí — ANO / NE
Kauzální — ANO / NE

Příklad 6 Nakreslete impulsní odezvu $h_r(t)$ ideálního rekonstrukčního filtru pro rekonstrukci diskrétního signálu vzorkovaného na F_s =10 kHz. Označte přesně alespoň dva důležité body na časové ose.



Příklad 7 Je analyzován signál se vzorkovací frekvencí F_s =48 kHz. Počítáme DFT s počtem N = 24000 vzorků. Určete frekvenční rozlišení DFT, tedy vzdálenost mezi koeficienty $X[k]$ a $X[k+1]$ na standardní kmitočtové ose v Hz.

.... Hz.

Příklad 8 Diskrétní cosinusovka je násobena okénkovou funkcí:

$$x[n] = R_{20}[n] \cos\left(\frac{2\pi n}{20}\right)$$

Určete hodnotu signálu $x[n]$ pro zadaný vzorek n:

$x[10] =$ ....

Příklad 9 Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) **reálného** signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.05\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 1 + j$.
Určete hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_2})$ pro frekvenci $\omega_2 = -1.05\pi$ rad
Pokud to nejde, napište "nelze určit".

$\tilde{X}(e^{j\omega_2})$ =...........................

Příklad 10 Napište diskrétní Fourierovu transformaci DFT s $N = 4$ jako násobení matice a vektoru: $\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{x}$. Vektor $\mathbf{x}$ je sloupcový a obsahuje vzorky vstupu $x[0] \dots x[3]$. Vektor $\mathbf{X}$ je také sloupcový a obsahuje DFT koeficienty $X[0] \dots X[3]$. Matice $\mathbf{W}$ má rozměr 4×4, doplnit její koeficienty je Vaším úkolem.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Příklad 11 Diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 16$ vzorků byl kruhově posunut:

$$y[n] = R_{16}(n)x[\mathrm{mod}_{16}(n-4)]$$

Napište vztah pro výpočet jeho k-tého koeficientu DFT z k-tého koeficientu DFT signálu $x[n]$. Do vztahu dosaďte všechny známé hodnoty proměnných a co nejvíce jej zjednodušte.

$Y[k] =$ ....$X[k]$.

Příklad 12 Napište začátek impulsní odezvy IIR filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}-0.2z^{-2}}$.

n	0	1	2
$h[n]$			

Příklad 13 Určete argument frekvenční charakteristiky číslicového filtru s přenosovou funkcí

$$H(z) = \frac{1}{1+0.9801z^{-2}}$$

na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0$ rad.
Pomůcka: kořeny polynomu $z^2 + 0.9801$ jsou $0.99e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$

$\arg H(e^{j\omega_1}) =$................... rad

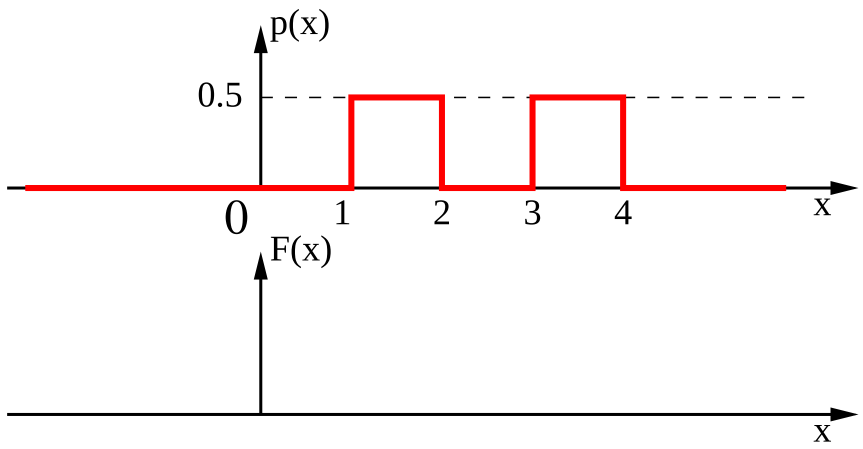
Příklad 14 Diskrétní signál $x[n]$ je Gaussovský bílý šum. Určete jeho autokorelační koeficient.

$R[20] =$ ....

Příklad 15 Určete střední hodnotu stacionárního náhodného signálu, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti je definována jako $p(x) = \begin{cases} \frac{2}{b^2}x & \text{pro } x \in [0,\ b] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.

a = ...

Příklad 16 Je dána funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ stacionárního náhodného signálu. Nakreslete distribuční funkci $F(x)$.



Příklad 17 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2:

intervaly	intervaly x_2			
x_1	[-8, -4]	[-4, 0]	[0, 4]	[4, 8]
[4, 8]	0	0	0	0
[0, 4]	0	1500	0	0
[-4, 0]	0	0	1500	0
[-8, -4]	0	0	0	1000

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 18 2D filtr (konvoluční jádro, maska) je matice 3×3. Navrhněte jeho koeficienty tak, aby filtr zvýrazňoval **svislé hrany** obrázku.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Příklad 19 Obrázek $x[k, l]$ má velikost 4×4. Čtyři pixely v levém horním rohu mají hodnotu jedna, tedy $x[0, 0] = x[0, 1] = x[1, 0] = x[1, 1] = 1$, ostatní jsou nulové.
Spočítejte koeficient jeho 2D-DFT $X[m, n]$ pro $m = 1$ a $n = 0$.

$X[m, n] =$......................

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = \frac{10000}{12}$. Kvantizační krok má velikost $\Delta = 100$ a velikosti kvantizační chyby jsou rovnoměrně rozděleny v intervalu $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

SNR = ... dB