Semestrální zkouška ISS, 6.1.2012, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

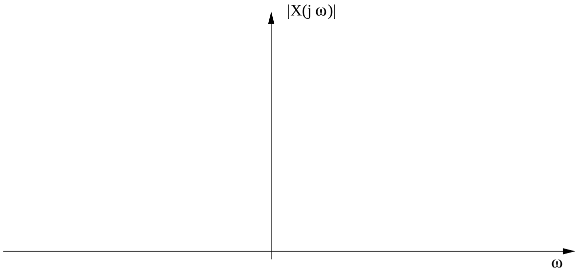
Příklad 1 Signál je periodický sled obdélníkových impulsů o periodě T_1, jejichž délka je $\vartheta = \frac{T_1}{4}$
Určete, které koeficienty jeho Fourierovy řady c_k budou nulové.

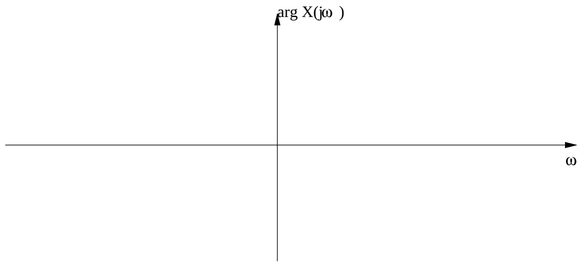
....

Příklad 2 Napište signál odpovídající Fourierově řadě s jediným nenulovým koeficientem: $c_1 = 2e^{j\frac{\pi}{2}}$

$x(t) =$ ....

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t+2)$





Příklad 4 Systém se spojitým časem je popsán přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{s-1}$
Nakreslete přibližný průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $H(j\omega)$ pro kladné kruhové frekvence ω, přesně jej určete pro $\omega = 0$.

výsledek

Příklad 5 Spektrální funkce signálu $x(t)$ se spojitým časem má tvar obdélníka:

$$X(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1\,\text{rad/s},\ 1\,\text{rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$. Vzorkovací frekvence je $F_s = 20$ Hz.

Určete hodnotu spektrální funkce $X_s(j\omega)$ ideálně navzorkovaného signálu $x_s(t)$ pro kruhovou frekvenci: $\omega = 20\pi$ rad/s

$X_s(j\omega) =$

Příklad 6 Jsou dány dvě cosinusovky s diskrétním časem: $x_1[n] = \cos(\frac{2\pi}{32}n)$ a $x_2[n] = \cos(\frac{2\pi}{4}n)$
Určete hodnotu 16tého vzorku signálu, který vznikl vynásobením těchto cosinusovek: $y[n] = x_1[n]x_2[n]$.

$y[16]$ =..........................

Příklad 7 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	4	0	0	0
$x_2[n]$	1	0	2	0	0

Určete hodnotu jejich periodické konvoluce $y[n] = x_1[n] \tilde{\star} x_2[n]$ pro $n = 9$.

$y[9]$ =....................

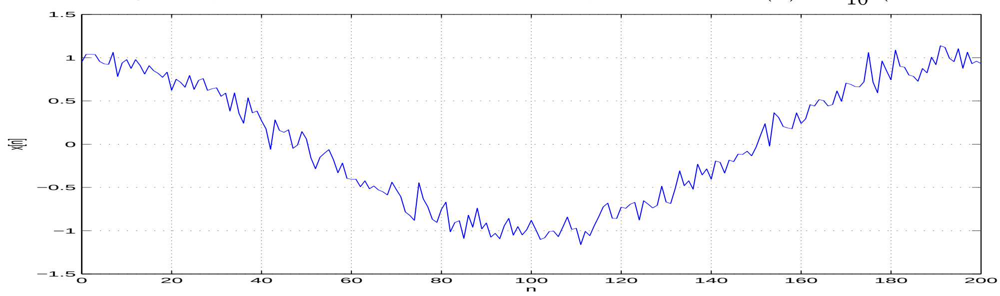
Příklad 8 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s přenosovou funkcí $H(z) = 1+0.5z^{-1}+0.2z^{-2}$

```
float filtr_zkouska (float x) {









}
```

Příklad 9 Určete polohu (normovaná kruhová frekvence v intervalu $[0, \pi]$) a hodnotu maxima modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.9801z^{-2}}$. Pomůcka: póly jmenovatele leží v tomto případě v $p_{1,2} = 0.99e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$

ω_{max} = ... rad, $|H(e^{j\omega})|_{max}$ = ...

Příklad 10 Na obrázku je signál s diskrétním časem: jedna perioda zašuměné cosinusovky. Nakreslete do téhož obrázku, jak bude signál vypadat po průchodu číslicovým filtrem $H(z) = \frac{1}{10}\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + \cdots + z^{-9}\right)$



Příklad 11 Určete impulsní odezvu číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = 1 - 0.2z^{-1} - 0.4z^{-2}$

n	0	1	2	3
$h[n]$				

Příklad 12 Nakreslete modul Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) $|\tilde{X}(e^{j\omega})|$ pro signál o délce $N = 4$: $x[0] = 0, \quad x[1] = 0, \quad x[2] = 4, \quad x[3] = 0.$
pro normované kruhové frekvence $\omega \in [0, \quad 2\pi]$.

výsledek

Příklad 13 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků, všechny hodnoty jsou nulové kromě $x[1] = 1$.
Vypočtěte koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)

$X[2] =$ ....

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 5, \quad X[1] = 1 - j, \quad X[2] = 0, \quad X[3] = 1 + j$
Určete koeficient $Y[0]$ signálu kruhově zpožděného o dva vzorky: $y[n] = R_4(n)x[\mod_4(n-2)]$.

$Y[0] =$ ....

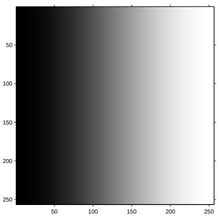
Příklad 15 Je dán 2D-filtr (někdy nazývaný také "konvoluční jádro" nebo "maska"):

$$h[k,l] = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix}$$

Vlevo jsou pixely původního obrázku $x[k,l]$. Vyplňte vpravo hodnoty pixelů filtrovaného obrázku $y[k,l]$.

	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	
	0	0	100	0	0	
	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	

Příklad 16 Obrázek $x[k,l]$ má 256x256 pixelů. Uveďte, které z modulů jeho prvních 4 koeficientů 2D-DFT: $X[0,0]$, $X[0,1]$, $X[1,0]$, $X[1,1]$ jsou kladné (značkou '+'), a které nulové (značkou '0').



$X[m,n]$:

$m \downarrow$ $n \rightarrow$	0	1
0		
1		

Příklad 17 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu s diskrétním časem je: $p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } x \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Určete střední výkon tohoto signálu.

$P_s =$......................

Příklad 18 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je definována jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{x}{2} & \text{pro } x \in [0,2] \\ 1 & \text{pro } x > 2 \end{cases}$$

Napište nebo nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ odpovídající této distribuční funkci.

výsledek

Příklad 19 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	1000
[0, 2]	0	0	1500	0
[-2, 0]	0	1500	0	0
[-4, -2]	0	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1,n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1,x_2,n_1,n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 20 Kvantizační hladiny kvantizéru jsou lichá čísla: ...,-11,-9,-7,-5,-3,-1,1,3,5,7,9,11,.... Kvantování probíhá standardně zaokrouhlováním na nejbližší hladinu. Do kvantizéru přichází vstupní signál $x[n]$, který nabývá pouze dvou hodnot: 0 nebo 10.

Určete poměr signálu k šumu v dB při kvantování tohoto signálu.

SNR= .... dB