Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t+\tau))$. Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40\cos(20\pi t + \pi)$

$\tau =$........................

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10\cos(n)$

$N_1 =$........................

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \; t \in [-2\text{ms}, \;\; 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } \; t \in [-4\text{ms}, \;\; -2\text{ms}] \text{ a pro } \; t \in [2\text{ms}, \;\; 4\text{ms}] \end{cases}$$

s periodou $T_1 =$8 ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

$c_{-2} =$.......................

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \; t \in [0, \;\; 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,

druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t-1)$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek

Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	2	1	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14 + 4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y.....}$ =......................

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačen rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l, směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

$x(l)$ =..........................

Příklad 8 Určete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x(t-1) - 1$
časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = \frac{s+2}{s^2+0.5s+1}$

Zapište jeho diferenciální rovnici:

....

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \; t \in [0, \; 1 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 200$ MHz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek

Komentář: ....

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$....................

Příklad 12 Reálný signál s diskrétním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište "nelze určit".

$X[15] =$...................

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskrétním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 3$

$x[0] =$ .... $x[1] =$ .... $x[2] =$ .... $x[3] =$ ....

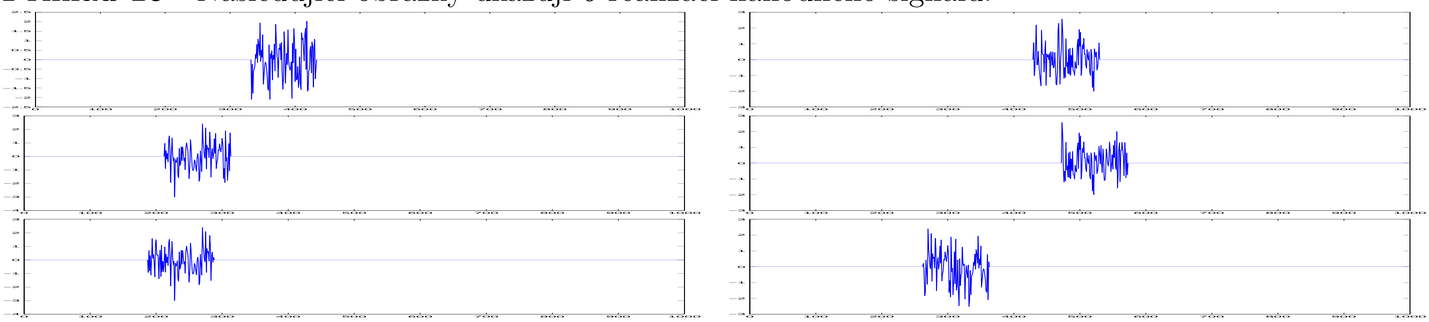
Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad n = 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$\phi_{y1} =$.................

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

Odpověď: ....

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

počet: ...... póly: ....

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro} \;\; x < 0 \\ 0.5x & \text{pro} \;\; x \in [0,\; 1] \\ 0.5 & \text{pro} \;\; x \in [1,\; 2] \\ 0.5(x-2)+0.5 & \text{pro} \;\; x \in [2,\; 3] \\ 1 & \text{pro} \;\; x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = 0.5$ do $b = 2$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ ....

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 24$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

SNR = ...

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i,j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propusť.

Odpověď: ....

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k,l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0,0] = 5000$, $X[1,0] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k,l]$.

výsledek

Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[99,0] = 2500$.