

# Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina C

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Cosinusovka může být zapsána jako  $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$  nebo jako  $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t + \tau))$ .  
Určete hodnotu  $\tau$  pro cosinusovku:  $x(t) = 40 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$

$\tau =$ .....

---

**Příklad 2** Určete základní periodu  $N_1$  diskrétního harmonického signálu:  $x[n] = 10 \cos(\frac{2}{17}n)$

$N_1 =$ .....

---

**Příklad 3** Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms}, 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms}, -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms}, 4\text{ms}] \end{cases}$$

s periodou  $T_1 = 8$  ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

$c_4 =$ .....

---

**Příklad 4** První signál je obdélníkový impuls zadaný jako  $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ ,

druhý je Diracův impuls:  $x_2(t) = \delta(t)$

Nakreslete jejich konvoluci  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ .

výsledek

---

**Příklad 5** Vypočtete a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce  $N = 4$ :

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	1	2	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

**Příklad 6** Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem  $x(t)$  je  $c_{x3} = 14 + 4j$ . Signál  $y(t) = x(3t)$ . Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu  $y(t)$ , napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y\dots} = \dots$

---

**Příklad 7** Hnětač těsta má poloměr  $r = 2$  cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačén rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály  $x(l)$ . Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta  $l$ , směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

$x(l) = \dots$

---

**Příklad 8** Určete, zda je systém popsán rovnicí  $y(t) = x^t(t - 1)$  časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

---

**Příklad 9** Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce:  $H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.5s + 1}$

Zapište jeho diferenciální rovnici:

.....

---

**Příklad 10** Obdélníkový signál  $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 1 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci  $F_s = 4000$  Hz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek
----------

Komentář: .....

**Příklad 11** Diskrétní signál má dva vzorky nenulové:  $x[0] = 1$ ,  $x[1] = 1$ , ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = \frac{3\pi}{4}$  rad. Pomůcka:  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$

$$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 12** Reálný signál s diskretním časem má délku  $N = 16$ . Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$  je  $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$ .

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište “nelze určit”.

$$X[5] = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 13** Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskretním časem  $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$  pro  $N = 8$  a  $k = 1$

$$x[0] = \dots\dots\dots \quad x[1] = \dots\dots\dots \quad x[2] = \dots\dots\dots \quad x[3] = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 14** Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

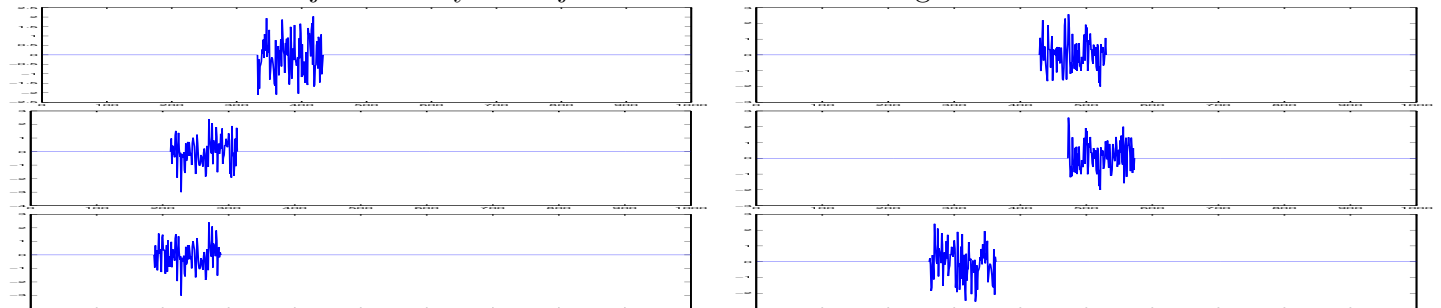
$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze:  $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$ . Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$$\phi_{y1} = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 15** Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

Odpověď: .....

**Příklad 16** Číslicový filtr  $H_a(z)$  má dva póly:  $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$ . Číslicový filtr  $H_b(z)$  má také dva póly:  $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$ . Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením  $H_a(z)$  a  $H_b(z)$  do série (za sebe).

počet: ..... póly: .....

---

**Příklad 17** Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0.5x & \text{pro } x \in [0, 1] \\ 0.5 & \text{pro } x \in [1, 2] \\ 0.5(x - 2) + 0.5 & \text{pro } x \in [2, 3] \\ 1 & \text{pro } x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od  $a = 0$  do  $b = 3$

$$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 18** Signál je kvantován na  $b = 8$  bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

$$\text{SNR} = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 19** Matice (maska) 2D filtru o velikosti  $4 \times 4$  je dána následovně:

$$h[i, j] = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propust.

Odpověď: .....

---

**Příklad 20** Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1)  $x[k, l]$  má rozměry  $100 \times 100$  pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou  $X[0, 0] = 5000$ ,  $X[0, 1] = 2500$ , ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek  $x[k, l]$ .

výsledek

Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový:  $X[0, 99] = 2500$ .