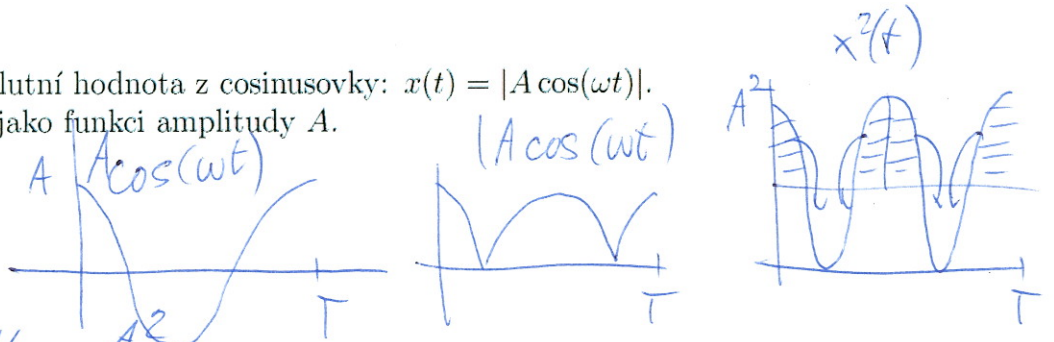


Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2013, skupina A

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je absolutní hodnota z cosinusovky: $x(t) = |A \cos(\omega t)|$.
Určete jeho střední výkon jako funkci amplitudy A .



$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \frac{A^2}{2}$$

Příklad 2 Fourierova transformace reálného signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega = 0.5$ rad/s hodnotu $X(j0.5) = 14j$.

Určete hodnotu $Y(j\omega)$ pro signál $y(t)$, který je zpomalenou variantou $x(t)$: $y(t) = x(0.5t)$, na zadané kruhové frekvenci. Pokud není možné určit, jasně to napište.

jsme schopni určit $Y(j \frac{0.5}{m})$, tedy $Y(j1)$

$Y(j0.5) = \dots$ *nejde*

Příklad 3 Obraz signálu $x(t)$ získaný pomocí Laplaceovy transformace, je $X(s) = 1 + s^2$.

Signál $y(t)$ je derivace signálu $x(t)$ podle času: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Určete Laplaceův obraz signálu $y(t)$.

$$Y(s) = s X(s)$$

$Y(s) = \dots$ $s + s^3$

Příklad 4 Periodický signál se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 200\pi$ rad/s má koeficienty Fourierovy řady $c_1 = 3e^{-j0.1\pi}$, $c_{-1} = 3e^{+j0.1\pi}$, $c_3 = 2e^{+j0.1\pi}$, $c_{-3} = 2e^{-j0.1\pi}$.

Zapište signál pomocí cosinusovek.

$x(t) = \dots$ $6 \cos(200\pi t - 0,1\pi) + 4 \cos(600\pi t + 0,1\pi)$

Příklad 5 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru **periodická** se vzorkovací frekvencí.

Protože je to DTFT impulsní odezvy a DTFT je periodická.
NEBO Protože impulsní odezva je diskretní signál.
Odpověď: Protože vezmeme odečítací signál hodnot $H(z)$ pro $e^{j\omega}$ (pořád dokola) ATD.

Příklad 6 Napište hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{j0.3\pi n}$ pro zadané n .

$$x[10] = \dots\dots\dots 5e^{j3\pi} = \underline{\underline{-5}}$$

Příklad 7 Výsledkem kruhové konvoluce dvou posloupností $x_1[n]$, $x_2[n]$ o délce 5 je posloupnost $y[n]=[1 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1]$. Napište, jak bude vypadat $y[n]$, pokud každý vzorek $x_1[n]$ vynásobíme čtyřmi.

Kruhová konvoluce je lineární, takže násobení vstupu \Rightarrow násobení výstupu.

$$y[n] = \dots\dots\dots 4 \ -16 \ 4 \ 4 \ 4$$

Příklad 8 Má-li být splněn vzorkovací teorém, kterou normovanou frekvencí musí být omezeno spektrum vzorkovaného signálu ?

Odpověď: $\dots\dots\dots \frac{1}{2}$ (bez jednotky)

Příklad 9 Diskrétní Fourierova řada má v intervalu $k \in [0, N-1]$ čtyři nenulové vzorky:

$$X[1] = 20j, \quad X[N-1] = -20j, \quad X[2] = 10j, \quad X[N-2] = -10j$$

Napište odpovídající signál.

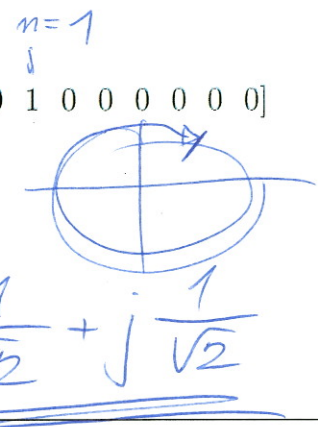
návává cosinusůvek a ještě jedním.

$$x[n] = \dots\dots\dots \frac{40}{N} \cos\left(\frac{2\pi}{N}n + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{20}{N} \cos\left(\frac{2 \cdot 2\pi}{N}n + \frac{\pi}{2}\right)$$

Příklad 10 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) provedená nad 256 vzorky reálného signálu má také 256 vzorků. Napište, zda jde vzorek $X[128]$ spočítat ze vzorku $X[0]$ a pokud ano, napište vztah mezi nimi.

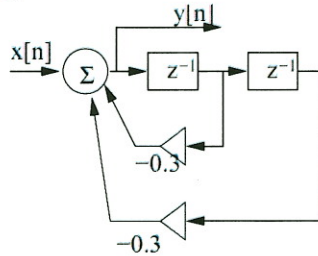
$$X[128] = \dots\dots\dots \text{nelze}$$

Příklad 11 Signál o délce 8 vzorků má pouze jeden nenulový vzorek: $x[n] = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
 Jaká je hodnota jeho diskretní Fourierovy transformace $X[k]$ pro $k = 7$?



$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn} = 1 \cdot e^{-j \frac{2\pi}{8} \cdot 7 \cdot 1} = e^{-j \frac{7}{4} \pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Příklad 12 Schéma číslicového filtru je:



Napište jeho přenosovou funkci

$$H(z) = \frac{1}{1 + 0,3z^{-1} + 0,3z^{-2}}$$

Příklad 13 Filtr IIR má póly: $p_{1,2} = \pm 0,8j$. Určete, jak vypadá jmenovatel jeho přenosové funkce:

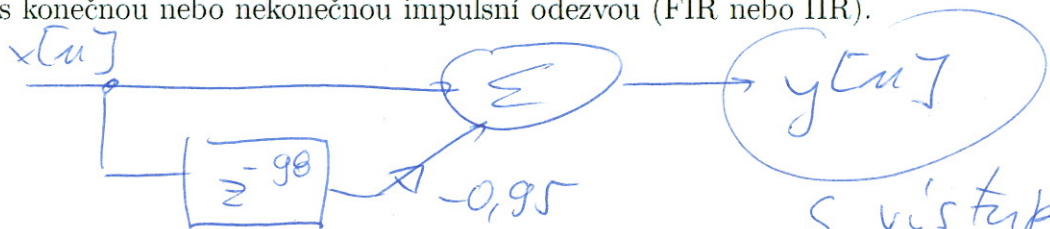
$$H(z) = \frac{z^2}{(z - 0,8j)(z + 0,8j)} = \frac{z^2}{z^2 + 0,64}$$

$$H(z) = \frac{1}{1 + 0,64z^{-2}}$$

Příklad 14 Filtr, který se v mobilních telefonech používá pro odstranění vlivu základního tónu řeči, může mít tvar:

$$H(z) = 1 - 0,95z^{-98}$$

Určete, zda je tento filtr s konečnou nebo nekonečnou impulsní odezvou (FIR nebo IIR).



Odpověď: FIR

S výstupem se mě udeje!

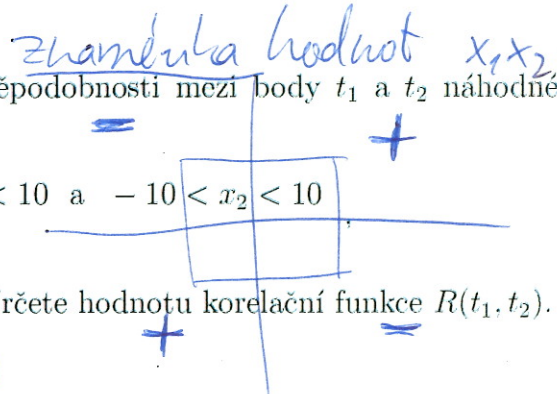
Příklad 15 Hodnota distribuční funkce náhodného procesu pro čas t a hodnotu $x = 5$ je $F(5, t) = 1$. Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného procesu v čase t bude menší než 6.

pro hodnoty $x > 5$ už to bude pořád 1.

$$P(\xi(t) < 6) = 1$$

Příklad 16 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi body t_1 a t_2 náhodného procesu se spojitým časem je:

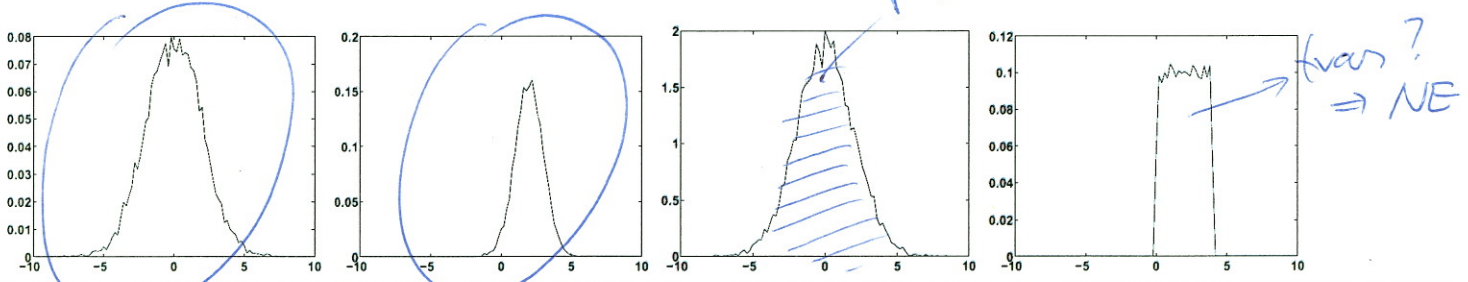
$$p(x_1, x_2, t_1, t_2) = \begin{cases} 0.0025 & \text{pro } -10 < x_1 < 10 \text{ a } -10 < x_2 < 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



takže má tvar čtverečku se středem v bodě $[x_1 = 0, x_2 = 0]$. Určete hodnotu korelační funkce $R(t_1, t_2)$.

$R(t_1, t_2) = \dots \int_{x_1} \int_{x_2} x_1 x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) = \underline{\underline{0}}$

Příklad 17 Zakroužkujte, na kterém obrázku je zobrazen odhad funkce hustoty rozdělení gaussovského bílého šumu. Správných odpovědí může být více nebo to nemusí být žádná... Pomůcka: nepřehlédněte hodnoty na osách.



Příklad 18 Kvantujeme stejnosměrný signál o hodnotě 4.2. Jedna kvantizační hladina leží přesně na hodnotě 4.2. Určete, jaký je poměr signálu k šumu (SNR) při tomto kvantování.

$P_s = (4,2)^2$ $P_e = 0^2$

$SNR = \dots 10 \log_{10} \frac{P_s}{P_e} = 10 \log_{10} \frac{(4,2)^2}{0} = 10 \log_{10} \infty = \underline{\underline{\infty \text{ dB}}}$

Příklad 19 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k, l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Je kompletně černý (všechny pixely mají hodnotu nula), pouze jeden pixel je bílý (hodnota 1).

Uvedte vztah pro modul jeho 2D-DFT.

$|X[m, n]| = \dots \sum_{k=0}^{99} \sum_{l=0}^{99} x[k, l] e^{j(\dots)}$

*v sumě bude přesně jeden člen = 1, ostatní 0. |1 * e^{j...}| = 1 takže 1*

Příklad 20 Z levého obrázku byl filtrováním 2D maskou o rozměrech 5×5 získán pravý obrázek



Jaká maska byla použita ?

$\frac{1}{25}$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

nebo celou, co dělá sumaci, resp. průměrování vzorků. Žádají rozdíl !!

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2013, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je jednoduše usměrněná cosinusovka, jeho jedna perioda je definována jako:

$$x(t) = \begin{cases} A \cos(\omega t) & \text{pro } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \text{ kde } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Určete jeho střední výkon jako funkci amplitudy A .

$P_s = \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{T/4} x^2(t) dt = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{T/2}{T} = \frac{A^2}{4}$

chyba v zadání, mělo být od $-\frac{T}{4}$ do $\frac{T}{4}$, budu acceptovat i jiná řešení!

Příklad 2 Fourierova transformace reálného signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega = 0.5$ rad/s hodnotu $X(j0.5) = 14j$.

Určete hodnotu $Y(j\omega)$ pro signál $y(t)$, který je zpomalenou variantou $x(t)$: $y(t) = x(0.5t)$, na zadané kruhové frekvenci. Pokud není možné určit, jasně to napište.

$Y(-j0.5) = \dots$ *nejde*

Příklad 3 Obraz signálu $x(t)$ získaný pomocí Laplaceovy transformace, je $X(s) = s$.

Signál $y(t)$ je derivace signálu $x(t)$ podle času: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Určete Laplaceův obraz signálu $y(t)$.

$Y(s) = \dots$ *s^2*

Příklad 4 Periodický signál se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 200\pi$ rad/s má koeficienty Fourierovy řady $c_1 = 3e^{-j0.1\pi}$, $c_{-1} = 3e^{+j0.1\pi}$, $c_3 = 2e^{+j0.1\pi}$, $c_{-3} = 2e^{-j0.1\pi}$.

Zapište signál pomocí cosinusovek.

$x(t) = \dots$ *$6 \cos(200\pi t - 0.1\pi) + 4 \cos(600\pi t + 0.1\pi)$*

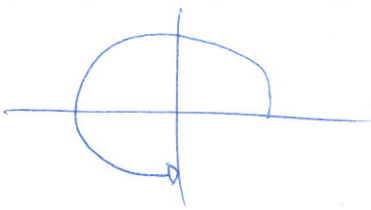
Příklad 5 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru **periodická** se vzorkovací frekvencí.

viz A

Odpověď:

Příklad 6 Napište hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{j0.3\pi n}$ pro zadané n .

$x[5] = \dots$



$5e^{j1.5\pi} = \underline{\underline{-5j}}$

Příklad 7 Výsledkem kruhové konvoluce dvou posloupností $x_1[n]$, $x_2[n]$ o délce 5 je posloupnost $y[n] = [1 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1]$. Napište, jak bude vypadat $y[n]$, pokud každý vzorek $x_1[n]$ vynásobíme hodnotou $\frac{1}{2}$.

$y[n] = \dots$

viz A

$0,5 \ -2 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,5$

Příklad 8 Má-li být splněn vzorkovací teorém, kterou frekvencí (standardní v Hz) musí být omezeno spektrum vzorkovaného signálu ?

Odpověď: \dots

$\frac{F_s}{2} \quad [Hz]$

Příklad 9 Diskrétní Fourierova řada má v intervalu $k \in [0, N - 1]$ čtyři nenulové vzorky:

$X[1] = 20j, \quad X[N - 1] = -20j, \quad X[2] = 10j, \quad X[N - 2] = -10j$

Napište odpovídající signál.

$x[n] = \dots$

viz A

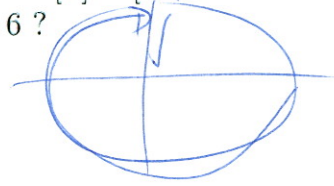
$x[n] = \dots$

Příklad 10 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) provedená nad 256 vzorky reálného signálu má také 256 vzorků. Napište, zda jde vzorek $X[128]$ spočítat ze vzorku $X[127]$ a pokud ano, napište vztah mezi nimi.

$X[128] = \dots$

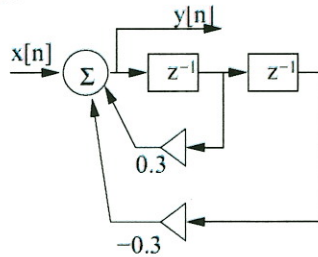
než

Příklad 11 Signál o délce 8 vzorků má pouze jeden nenulový vzorek: $x[n] = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$. Jaká je hodnota jeho diskrétní Fourierovy transformace $X[k]$ pro $k = 6$?



$$X[k] = \dots e^{-j \frac{2\pi}{8} \cdot 6 \cdot 1} = e^{-j \frac{3}{2} \pi} = \underline{1}$$

Příklad 12 Schéma číslicového filtru je:



Napište jeho přenosovou funkci

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.3z^{-1} + 0.3z^{-2}}$$

Příklad 13 Filtr IIR má póly: $p_{1,2} = \pm 0.8j$. Určete, jak vypadá jmenovatel jeho přenosové funkce:

viz A

$$H(z) = \frac{1}{\dots}$$

Příklad 14 Filtr, který se v mobilních telefonech používá pro odstranění vlivu základního tónu řeči, může mít tvar:

$$H(z) = 1 - 0.95z^{-98}$$

Určete, zda je tento filtr s konečnou nebo nekonečnou impulsní odezvou (FIR nebo IIR).

Odpověď: FIR

Příklad 15 Hodnota distribuční funkce náhodného procesu pro čas t a hodnotu $x = 5$ je $F(5, t) = 1$. Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného procesu v čase t bude menší než 6.

$$P(\xi(t) < 6) = \underline{1}$$

Příklad 16 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi body t_1 a t_2 náhodného procesu se spojitým časem je:

$$p(x_1, x_2, t_1, t_2) = \begin{cases} 0.0025 & \text{pro } -10 < x_1 < 10 \text{ a } -10 < x_2 < 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

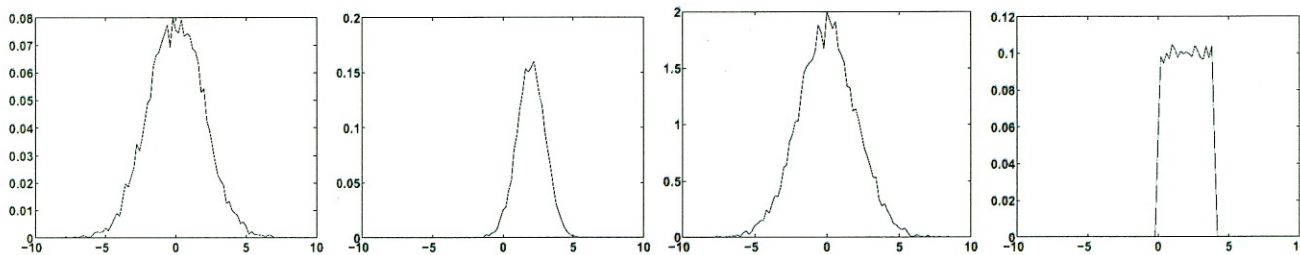
takže má tvar čtverečku se středem v bodě $[x_1 = 0, x_2 = 0]$. Určete hodnotu korelační funkce $R(t_1, t_2)$.

$R(t_1, t_2) = \underline{0}$

viz A

Příklad 17 Zakroužkujte, na kterém obrázku je zobrazen odhad funkce hustoty rozdělení gaussovského bílého šumu. Správných odpovědí může být více nebo to nemusí být žádná... Pomůcka: nepřehlédněte hodnoty na osách.

viz A



Příklad 18 Kvantujeme stejnosměrný signál o hodnotě 4.2. Jedna kvantizační hladina leží přesně na hodnotě 4.2. Určete, jaký je poměr signálu k šumu (SNR) při tomto kvantování.

SNR = ∞ dB

Příklad 19 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k, l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Je kompletně černý (všechny pixely mají hodnotu nula), pouze jeden pixel je bílý (hodnota 1). Uvedte vztah pro modul jeho 2D-DFT.

$|X[m, n]| = \underline{1}$

viz A

Příklad 20 Z levého obrázku byl filtrováním 2D maskou o rozměrech 5×5 získán pravý obrázek



viz A

Jaká maska byla použita ?

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2013, skupina C

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je absolutní hodnota z cosinusovky: $x(t) = |A \cos(\omega t)|$.
Určete jeho střední výkon jako funkci amplitudy A .

viz A

$P_s = \dots\dots\dots$

Příklad 2 Fourierova transformace reálného signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega = 0.5$ rad/s hodnotu $X(j0.5) = 14j$.

Určete hodnotu $Y(j\omega)$ pro signál $y(t)$, který je zpomalenou variantou $x(t)$: $y(t) = x(0.5t)$, na zadané kruhové frekvenci. Pokud není možné určit, jasně to napište.

$$\left. \begin{array}{l} X(j\omega) \\ X(j0.5) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \frac{1}{m} X(j \frac{\omega}{m}) \\ \frac{1}{0.5} X(j \frac{0.5}{0.5}) \end{array}$$

$Y(j1) = \dots\dots\dots$
 $2 \cdot 14j = \underline{\underline{28j}}$

Příklad 3 Obraz signálu $x(t)$ získaný pomocí Laplaceovy transformace, je $X(s) = 1$.

Signál $y(t)$ je derivace signálu $x(t)$ podle času: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Určete Laplaceův obraz signálu $y(t)$.

$Y(s) = \dots\dots\dots$
S

Příklad 4 Periodický signál se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 200\pi$ rad/s má koeficienty Fourierovy řady $c_1 = 3e^{-j0.1\pi}$, $c_{-1} = 3e^{+j0.1\pi}$, $c_3 = 2e^{+j0.1\pi}$, $c_{-3} = 2e^{-j0.1\pi}$.

Zapište signál pomocí cosinusovek.

$x(t) = \dots\dots\dots$
 $6 \cos(200\pi t - 0.1\pi) + 4 \cos(600\pi t + 0.1\pi)$

Příklad 5 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru **periodická** se vzorkovací frekvencí.

viz A

Odpověď:

Příklad 6 Napište hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{j0.3\pi n}$ pro zadané n .

$$x[-10] = \dots \frac{5e^{-j3\pi}}{\dots} = \underline{\underline{-5}}$$

Příklad 7 Výsledkem kruhové konvoluce dvou posloupností $x_1[n]$, $x_2[n]$ o délce 5 je posloupnost $y[n]=[1 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1]$. Napište, jak bude vypadat $y[n]$, pokud každý vzorek $x_1[n]$ vynásobíme třemi.

viz A

$$y[n] = \dots \frac{3 \quad -12 \quad 3 \quad 3 \quad 3}{\dots}$$

Příklad 8 Má-li být splněn vzorkovací teorém, kterou kruhovou frekvencí musí být omezeno spektrum vzorkovaného signálu ?

$$\text{Odpověď: } \dots \frac{2\pi F_s}{2} = \underline{\underline{\pi F_s}} \text{ [rad/s]} \dots$$

Příklad 9 Diskrétní Fourierova řada má v intervalu $k \in [0, N - 1]$ čtyři nenulové vzorky: $X[1] = 20j$, $X[N - 1] = -20j$, $X[2] = 10j$, $X[N - 2] = -10j$. Napište odpovídající signál.

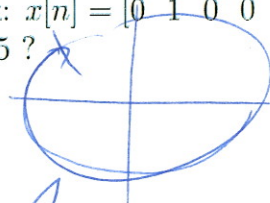
viz A

$$x[n] = \dots$$

Příklad 10 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) provedená nad 256 vzorky reálného signálu má také 256 vzorků. Napište, zda jde vzorek $X[128]$ spočítat ze vzorku $X[129]$ a pokud ano, napište vztah mezi nimi.

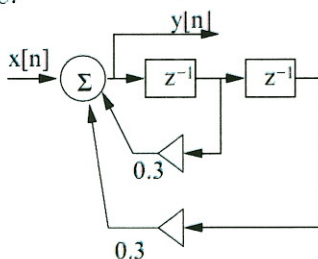
$$X[128] = \dots \text{viz A}$$

Příklad 11 Signál o délce 8 vzorků má pouze jeden nenulový vzorek: $x[n] = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
 Jaká je hodnota jeho diskretní Fourierovy transformace $X[k]$ pro $k = 5$?



$$X[k] = e^{-j \frac{2\pi}{8} \cdot 5 \cdot 1} = e^{-j \frac{5}{4}\pi} = -\frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Příklad 12 Schéma číslicového filtru je:



Napište jeho přenosovou funkci

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.3z^{-1} - 0.3z^{-2}}$$

Příklad 13 Filtr IIR má póly: $p_{1,2} = \pm 0.8j$. Určete, jak vypadá jmenovatel jeho přenosové funkce:

viz A

$$H(z) = \frac{1}{\quad}$$

Příklad 14 Filtr, který se v mobilních telefonech používá pro odstranění vlivu základního tónu řeči, může mít tvar:

$$H(z) = 1 - 0.95z^{-98}$$

Určete, zda je tento filtr s konečnou nebo nekonečnou impulsní odezvou (FIR nebo IIR).

Odpověď: *FIR*

Příklad 15 Hodnota distribuční funkce náhodného procesu pro čas t a hodnotu $x = 5$ je $F(5, t) = 1$. Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného procesu v čase t bude menší než 6.

$$\mathcal{P}(\xi(t) < 6) = 1$$

Příklad 16 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi body t_1 a t_2 náhodného procesu se spojitým časem je:

$$p(x_1, x_2, t_1, t_2) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro } -1 < x_1 < 1 \text{ a } -1 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

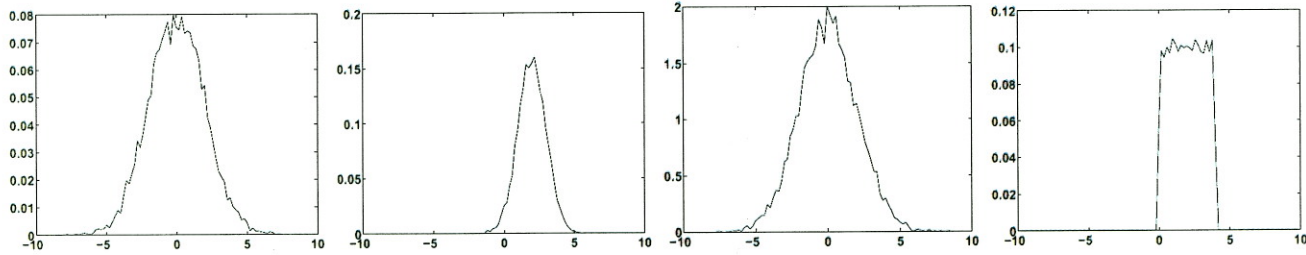
takže má tvar čtverečku se středem v bodě $[x_1 = 0, x_2 = 0]$. Určete hodnotu korelační funkce $R(t_1, t_2)$.

$R(t_1, t_2) = \dots\dots\dots 0$

viz A

Příklad 17 Zakroužkujte, na kterém obrázku je zobrazen odhad funkce hustoty rozdělení gaussovského bílého šumu. Správných odpovědí může být více nebo to nemusí být žádná... Pomůcka: nepřehlédněte hodnoty na osách.

viz A



Příklad 18 Kvantujeme stejnosměrný signál o hodnotě 4.2. Jedna kvantizační hladina leží přesně na hodnotě 4.2. Určete, jaký je poměr signálu k šumu (SNR) při tomto kvantování.

SNR = dB

Příklad 19 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k, l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Je kompletně černý (všechny pixely mají hodnotu nula), pouze jeden pixel je bílý (hodnota 1). Uvedte vztah pro modul jeho 2D-DFT.

$|X[m, n]| = \dots\dots\dots 1$

viz A

Příklad 20 Z levého obrázku byl filtrováním 2D maskou o rozměrech 5×5 získán pravý obrázek



viz A

Jaká maska byla použita ?

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2013, skupina D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je jednoduše usměrněná cosinusovka, jeho jedna perioda je definována jako:

$$x(t) = \begin{cases} A \cos(\omega t) & \text{pro } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \text{ kde } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Určete jeho střední výkon jako funkci amplitudy A .

viz B

$$P_s = \dots\dots\dots$$

Příklad 2 Fourierova transformace reálného signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega = 0.5$ rad/s hodnotu $X(j0.5) = 14j$.

Určete hodnotu $Y(j\omega)$ pro signál $y(t)$, který je zpomalenou variantou $x(t)$: $y(t) = x(0.5t)$, na zadané kruhové frekvenci. Pokud není možné určit, jasně to napište.

$$Y(j2) = \dots\dots\dots \text{užde}$$

Příklad 3 Obraz signálu $x(t)$ získaný pomocí Laplaceovy transformace, je $X(s) = 1 + s$.

Signál $y(t)$ je derivace signálu $x(t)$ podle času: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Určete Laplaceův obraz signálu $y(t)$.

$$Y(s) = \dots\dots\dots \underline{s + s^2}$$

Příklad 4 Periodický signál se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 200\pi$ rad/s má koeficienty Fourierovy řady $c_1 = 3e^{-j0.1\pi}$, $c_{-1} = 3e^{+j0.1\pi}$, $c_3 = 2e^{+j0.1\pi}$, $c_{-3} = 2e^{-j0.1\pi}$.

Zapište signál pomocí cosinusovek.

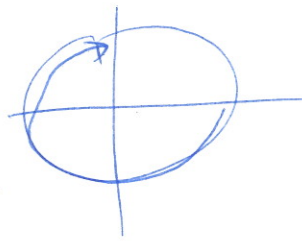
$$x(t) = \dots\dots\dots 6 \cos(200\pi t - 0,1\pi) + 4 \cos(600\pi t + 0,1\pi)$$

Příklad 5 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru **periodická** se vzorkovací frekvencí.

viz A

Odpověď:

Příklad 6 Napište hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{j0.3\pi n}$ pro zadané n .

$$x[-5] = \dots\dots\dots 5e^{-j1.5\pi} = \underline{\underline{+5j}}$$


Příklad 7 Výsledkem kruhové konvoluce dvou posloupností $x_1[n]$, $x_2[n]$ o délce 5 je posloupnost $y[n]=[1 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1]$. Napište, jak bude vypadat $y[n]$, pokud každý vzorek $x_1[n]$ vynásobíme dvěma.

viz A

$$y[n] = \dots\dots\dots 2 \quad -8 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

Příklad 8 Má-li být splněn vzorkovací teorém, kterou normovanou kruhovou frekvencí musí být omezeno spektrum vzorkovaného signálu ?

Odpověď: $\dots\dots\dots \frac{2\pi}{2} = \underline{\underline{\pi}} \text{ [rad]}$

Příklad 9 Diskrétní Fourierova řada má v intervalu $k \in [0, N - 1]$ čtyři nenulové vzorky: $X[1] = 20j$, $X[N - 1] = -20j$, $X[2] = 10j$, $X[N - 2] = -10j$. Napište odpovídající signál.

viz A

$$x[n] = \dots\dots\dots$$

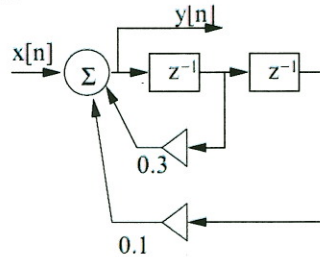
Příklad 10 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) provedená nad 256 vzorky reálného signálu má také 256 vzorků. Napište, zda jde vzorek $X[128]$ spočítat ze vzorku $X[255]$ a pokud ano, napište vztah mezi nimi.

$$X[128] = \dots\dots\dots \text{viz A}$$

Příklad 11 Signál o délce 8 vzorků má pouze jeden nenulový vzorek: $x[n] = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
 Jaká je hodnota jeho diskrétní Fourierovy transformace $X[k]$ pro $k = 4$?

$X[k] = \dots e^{-j \frac{2\pi}{8} \cdot 4 \cdot 1} = e^{-j\pi} = \underline{\underline{-1}}$

Příklad 12 Schéma číslicového filtru je:



Napište jeho přenosovou funkci

$H(z) = \frac{1}{1 - 0.3z^{-1} - 0.1z^{-2}}$

Příklad 13 Filtr IIR má póly: $p_{1,2} = \pm 0.8j$. Určete, jak vypadá jmenovatel jeho přenosové funkce:

viz A

$H(z) = \frac{1}{\dots}$

Příklad 14 Filtr, který se v mobilních telefonech používá pro odstranění vlivu základního tónu řeči, může mít tvar:

$$H(z) = 1 - 0.95z^{-98}$$

Určete, zda je tento filtr s konečnou nebo nekonečnou impulsní odezvou (FIR nebo IIR).

FIR

Odpověď:

Příklad 15 Hodnota distribuční funkce náhodného procesu pro čas t a hodnotu $x = 5$ je $F(5, t) = 1$. Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného procesu v čase t bude menší než 6.

$P(\xi(t) < 6) = \dots 1 \dots$

Příklad 16 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi body t_1 a t_2 náhodného procesu se spojitým časem je:

$$p(x_1, x_2, t_1, t_2) = \begin{cases} 25 & \text{pro } -0.1 < x_1 < 0.1 \text{ a } -0.1 < x_2 < 0.1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

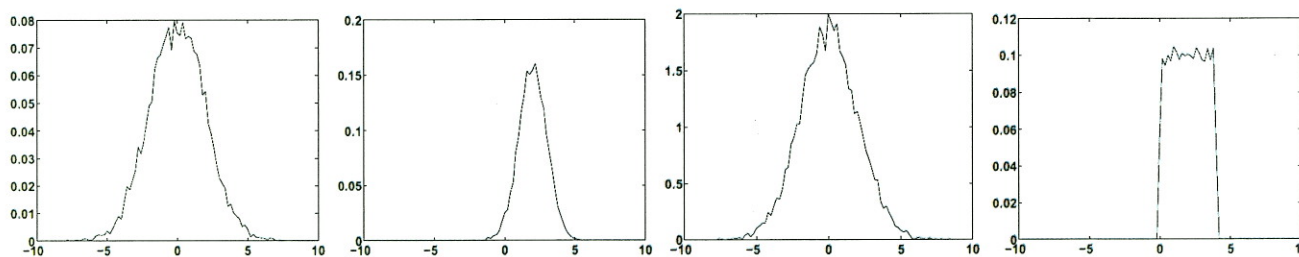
takže má tvar čtverečku se středem v bodě $[x_1 = 0, x_2 = 0]$. Určete hodnotu korelační funkce $R(t_1, t_2)$.

$R(t_1, t_2) = \dots\dots\dots 0$

viz A

Příklad 17 Zakroužkujte, na kterém obrázku je zobrazen odhad funkce hustoty rozdělení gaussovského bílého šumu. Správných odpovědí může být více nebo to nemusí být žádná... Pomůcka: nepřehlédněte hodnoty na osách.

viz A



Příklad 18 Kvantujeme stejnosměrný signál o hodnotě 4.2. Jedna kvantizační hladina leží přesně na hodnotě 4.2. Určete, jaký je poměr signálu k šumu (SNR) při tomto kvantování.

SNR = ∞ dB

Příklad 19 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k, l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Je kompletně černý (všechny pixely mají hodnotu nula), pouze jeden pixel je bílý (hodnota 1). Uvedte vztah pro modul jeho 2D-DFT.

$|X[m, n]| = \dots\dots\dots 1$

viz A

Příklad 20 Z levého obrázku byl filtrováním 2D maskou o rozměrech 5×5 získán pravý obrázek



viz A

Jaká maska byla použita ?