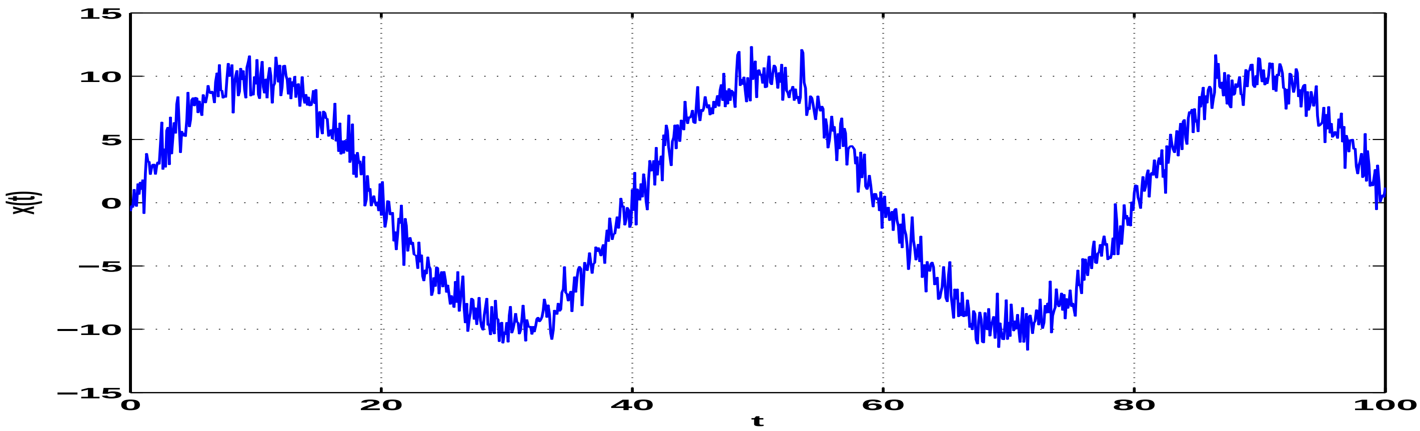
Semestrální zkouška ISS, 2.1.2013, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda jsou signály $x_1(t) = 1$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ \frac{T}{2}] \\ -1 & \text{pro } t \in [\frac{T}{2},\ T] \end{cases}$ na intervalu $[0,\ T]$ ortogonální.

Ortogonální: JSOU / NEJSOU

Příklad 2 Nakreslete do obrázku, jak bude přibližně vypadat zadaný signál po průchodu systémem s impulsní odezvou $h(t) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } t \in [0,\ 10] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$



Příklad 3 Hodnota spektrální funkce signálu $x(t)$ na kruhové frekvenci $\omega_1 = 5$ rad/s je $X(j\omega_1)$ =10+1j. Signál $y(t)$ je dán jako $y(t) = x(\frac{t}{2})$. Určete hodnotu spektrální funkce tohoto signálu na kruhové frekvenci $\omega_2 = 2.5$ rad/s.

$Y(j\omega_2)$ =.......................

Příklad 4 Zapište spektrální funkci signálu skládajícího se ze dvou Diracových impulsů:
$x(t) = -\delta(t+1) + \delta(t-1)$

$X(j\omega)$ =..

Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je určeno diferenciální rovnicí:

$$x(t) + 0.5\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.2\frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému.

$H(s)$ = ...

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = s^2 + 2s + 1$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE

Příklad 7 Stejnosměrný signál je vzorkován na frekvenci F_s =44100 Hz
Určete, zda dojde k aliasingu a doplňte velmi krátké vysvětlení.

ALIASING: ANO / NE
Proč? ....

Příklad 8 Hodnota Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) **reálného** signálu $x[n]$ na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{10}$ rad je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10j$. Určete hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = -\frac{\pi}{10}$ rad

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ ....

Příklad 9 Je zadán diskrétní periodický signál s periodou $N = 13$:
$\tilde{x}[n] = 10\cos(\frac{2\pi}{13}n + \frac{\pi}{4})$. Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho DFŘ v intervalu $k \in [0, \quad N-1]$.

$\tilde{X}[...] =$ ....
$\tilde{X}[...] =$ ....
....

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 2 3 4 5 6 7 8
Jeho 2. koeficient diskrétní Fourierovy transformace (DFT) je: $X[2]$ = -4+4j. Jaká bude hodnota 2. koeficientu DFT $Y[2]$ signálu $y[n]$, jehož vzorky $y[0]$ až $y[7]$ jsou: 5 6 7 8 1 2 3 4

$Y[2] =$ ....

Příklad 11 Vzorkovací frekvence je F_s =8000 Hz. Máme N =256 vzorků diskrétního signálu. Kolika nulami je potřeba doplnit signál ("zero padding"), abychom po výpočtu DFT dostali ve frekvenci rozlišení minimálně 8Hz ?

N_{zeros} =....................

Příklad 12 Nakreslete frekvenční charakteristiku (modulovou i argumentovou) číslicového filtru, který realizuje pouze zpoždění a má impulsní odezvu:

$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad n = 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Stačí kreslit pro interval normovaných kruhových frekvencí $\omega \in [0, \pi]$.

výsledek

Příklad 13 Napište funkci v C pro implementaci filtru s diferenční rovnicí: $y[n] = x[n] - 0.5x[n-1]$
Nezapomeňte na statické proměnné!

```
float filtr (float xn) {




return yn;
}
```

Příklad 14 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 + z^{-2}$.
Určete, na jaké normované kruhové frekvenci v intervalu $\omega \in [0, \pi]$ bude minimum jeho frekvenční charakteristiky. Pomůcka: Řešení kvadratické rovnice $z^2 + 1 = 0$ je $z_{1,2} = \pm j$.

ω_{min} = ...

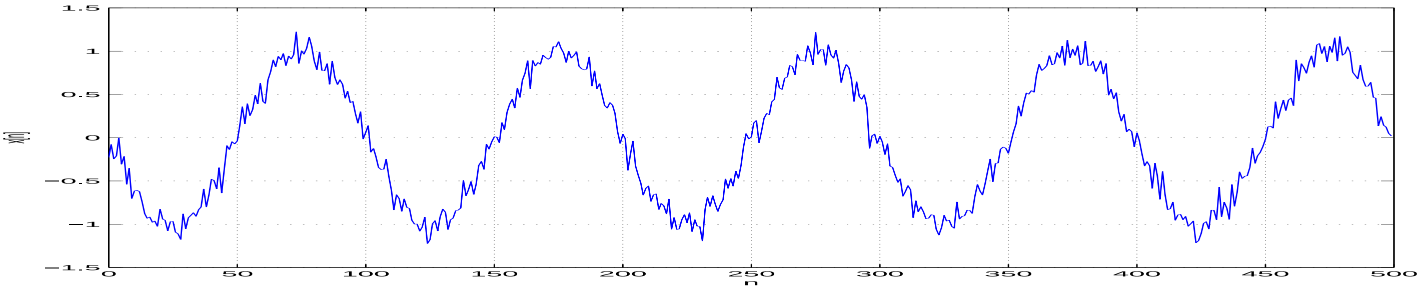
Příklad 15 Na Ω = 1000 realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-10, 0]	intervaly x_2 [0, 10]
[0, 10]	100	400
[-10, 0]	400	100

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2]$ =.......................

Příklad 16 Pro zadaný náhodný signál $x[n]$ určete, pro kterou hodnotu k bude autokorelační koeficient $R[k]$ maximální. Používáme vychýlený odhad. Neuvažujte triviální řešení $k = 0$.



$k_{max} =$ ....

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem a maximem, jeho funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti je: $p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro} \;\; 8 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete jeho střední výkon.

$P_s =$ ....

Příklad 18 Máme k disposici $N = 10$ vzorků náhodného signálu. Koeficienty DFT $X[0 \ldots 4]$ jsou následující:
$X[0] = 5$
$X[1] = 1+j$
$X[2] = 2-j$
$X[3] = 3+j$
$X[4] = 4-j$.
Odhadněte jeho spektrální hustotu výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.6\pi$ rad

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ....

Příklad 19 Vypočítejte zadaný koeficient $X[m, n]$ pro 2D-DFT pro obrázek o velikosti 256×256, který je zadán: $x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; k = 0, \quad l \in [0, \; 255] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ (tedy pouze první řádek bílý, jinak černo). k indexuje řádky obrázku, l sloupce. m indexuje svislé obrazové frekvence, n vodorovné.

$X[0, 0] =$ ....

Příklad 20 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro detekci šikmých (zprava nahoře doleva dolů) hran v obrázku.
