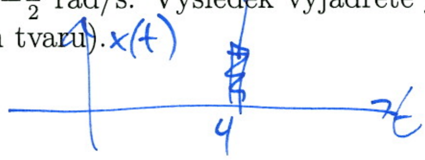
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 30.1.2014, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda je signál $x(t) = \cos(100\pi t) + 0.01t$ periodický

ANO / NE.

Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t-4)$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce na kruhové frekvenci $\omega_1 = -\frac{\pi}{2}$ rad/s. Výsledek vyjádřete jako jedno číslo (reálné nebo komplexní ve složkovém nebo exponenciálním tvaru).



$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = e^{-j\omega 4}$

$X(j\omega_1) = e^{-j(-\frac{\pi}{2})4} = e^{+j2\pi} = 1$

Příklad 3 Zapište signál v elektrické zásuvce. Efektivní hodnota napětí je 230 V, frekvence 50 Hz. Pomůcka: $2\sqrt{2}\,230 = 650$, $230\sqrt{2} = 325$, $2\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 325$, $\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 162$.

amplituda

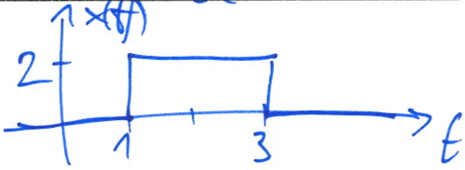
$\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$ rad/s

$x(t) = 325\cos(100\pi t)$

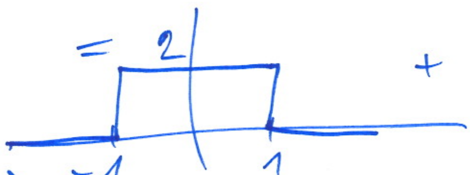
může být i sin i jakákoliv počáteční fáze

Příklad 4 Signál se spojitým časem je definován jako:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [1,\ 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

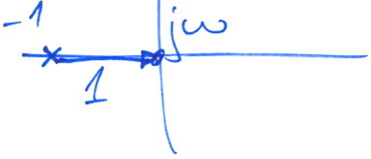


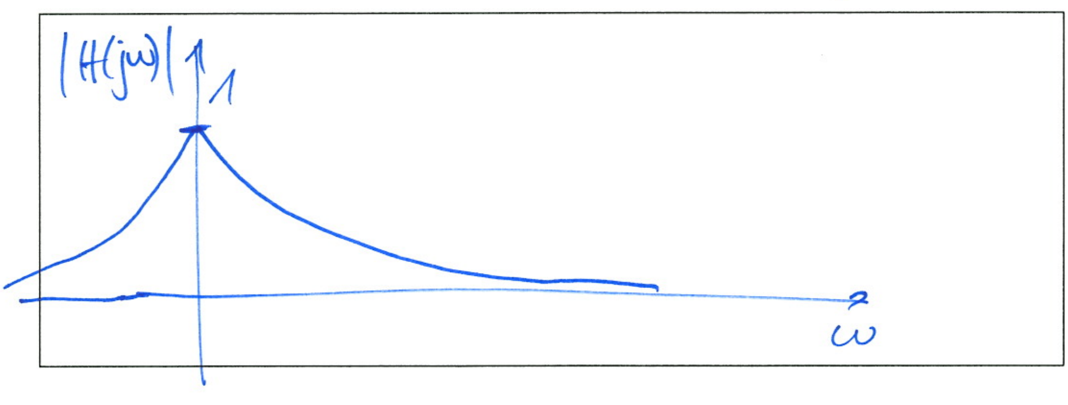
Napište jeho spektrální funkci.

=  + posun

$X(j\omega) = D\vartheta\, \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\omega\right) e^{-j\omega\tau} = 2 \cdot 2 \cdot \text{sinc}\left(\frac{2}{2}\omega\right) e^{-j\omega 2} = 4\,\text{sinc}(\omega)\, e^{-j2\omega}$

Příklad 5 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky systému se spojitým časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{1+s} = \frac{1}{j\omega - (-1)}$

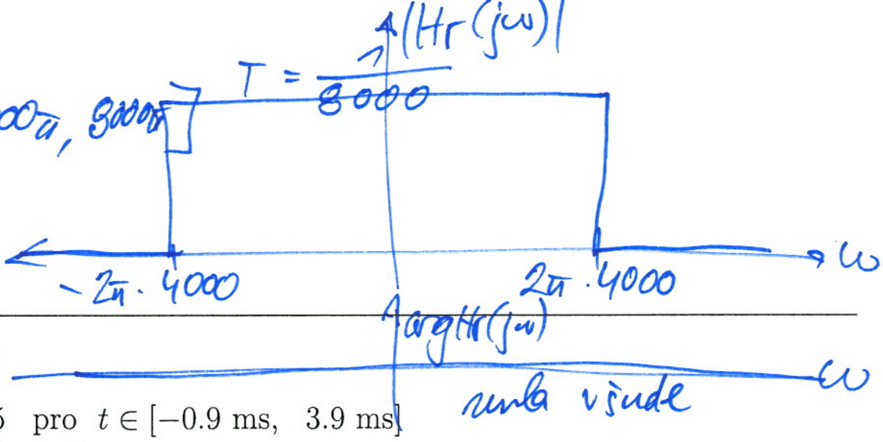




A

Příklad 6 Napište nebo nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního rekonstrukčního filtru pro vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz.

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} \frac{1}{8000} & \text{pro } \omega \in [-8000\pi, 8000\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Příklad 7 Analogový signál je obdélník:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } t \in [-0.9 \text{ ms}, \quad 3.9 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Napište, kolik bude mít výsledný diskrétní signál nenulových vzorků.

4

Příklad 8 Signál s diskrétním časem o délce $N = 256$ je definován jako:

$$x[n] = 10 \cos\left(\frac{2\pi n}{256} + \frac{\pi}{2}\right).$$

$|X[1]| = |X[N-1]| = \frac{N C_1}{2} = \frac{256 \cdot 10}{2} = 1280$

Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$. Hodnoty vyjádřete jako jedno komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$\arg X[1] = -\arg X[N-1] = \varphi$

$X[1] = 1280 e^{j\frac{\pi}{2}} = 1280j$ $\qquad X[255] = -1280j$

Příklad 9 Diskrétní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ mají délku 4. V tabulce je uveden signál $x_1[n]$ a výsledek kruhové konvoluce. Doplňte signál $x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	2	1
$x_2[n]$	0	1	0	0
$x_1[n] \circledast_4 x_2[n]$	1	4	3	2

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má pro vzorky $n = 49, \quad 50, \quad 51, \quad 52$ hodnoty 2, 5, 2, 3. Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty 3, 2, 1, -1, ostatní vzorky jsou nulové. Určete hodnotu výstupního vzorku $y[52]$, pokud má systém na vstupu signál $x[n]$

2 5 2 3
-1 1 2 3

$y[52] =$ 16

A

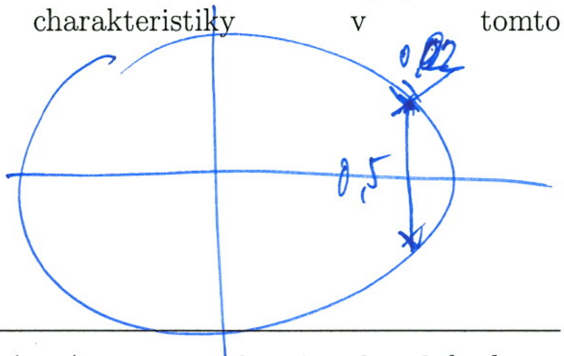
Příklad 11 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1 - 0{,}2\, z^{-1} + 0{,}1\, z^{-2}}{1 + 0{,}3\, z^{-1} - 0{,}4\, z^{-2}}$

Příklad 12 Číslicový filtr IIR má dva póly: $p_1 = 0.98e^{j0.256}$, $p_2 = 0.98e^{-j0.256}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky v tomto maximu. Pomůcka: $\sin 0.256$ rad $= 0.25$.



$|H(\omega_{max})| = \dfrac{1}{0{,}5 \cdot 0{,}02} = \underline{\underline{100}}$

Příklad 13 Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0,\ 1,\ 3,\ 3$ hodnoty 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, ostatní vzorky jsou nulové. Určete, zda je filtr typu dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť nebo pásmová zádrž.

průměrování sousedních vzorků $\Rightarrow$ vyhlazení.

Typ filtru: DP

Příklad 14 Obrázek o velikosti 10×10 pixelů má horní řádek bílý, zbytek je černý:

$$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } k = 0 \text{ a } l \in [0,\ 9] \\ 0 & \text{pro } k \in [1,\ 9] \text{ a } l \in [0,\ 9] \end{cases}$$

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT).

$$X[m,n] = \sum\sum x[k,l]\, e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$$

$e^0 = 1$

$X[0,\ 0] =$ suma všech pixelů $= \underline{\underline{10}}$

Příklad 15 Obrázek o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50, 50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula). Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 3×3, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{9}$. Popište, co bude výsledkem filtrace (můžete zapsat nebo nakreslit, uveďte hodnoty pixelů).

okolo prostředního pixelu šedý čtverec 3×3 s hodnotami $\frac{1}{9}$.

A

Příklad 16 Soubor relizací diskrétního náhodného procesu $\xi_\omega[n]$ je uložen ve dvourozměrném poli `xi`, první index udává číslo realizace, druhý index je diskrétní čas: `xi[omega][n]`. Realizací je celkem $\Omega = 10000$. Napište v jazyce C kód pro souborový odhad jedné hodnoty dvourozměrné distribuční funkce $F(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro $x_1 = 0.7, \quad x_2 = 0.5, \quad n_1 = 10, \quad n_2 = 20$
Pomůcka: $F(x_1, x_2, n_1, n_2) = P(\xi(n_1) < x_1$ a zároveň $\xi(n_2) < x_2)$.

```
cnt = 0;
~~acc = 0.0;~~
for (om = 0; om < 10000; om++) {
  if (xi[om][10] < 0.7)
    if (xi[om][20] < 0.5)
      cnt++;
}
P = (float) cnt) / 10000.0;
```

Příklad 17 Pracujeme se stacionárním náhodným signálem. Souborový odhad směrodatné odchylky pro čas $t_1 = 6$ s je $\hat{\sigma}(t_1) = 5$. Odhadněte směrodatnou odchylku pro čas $t_2 = 12$ s. Pokud to nejde, napište proč.

$\hat{\sigma}(t_2) =$ 5

Příklad 18 Vychýlený odhad autokorelačního koeficientu diskrétního signálu délky $N = 240$ je $R[5] = 11$.
Určete hodnotu koeficientu $R[-5]$. Pokud to nejde, napište jasně "nejde to".

$R[-k] = R[k]$

$R[-5] =$ 11

Příklad 19 Zapište nebo nakreslete spektrální hustotu výkonu pro náhodný signál s diskrétním časem, víme-li, že jeho nultý autokorelační koeficient: $R[0] = 16$ a ostatní autokorelační koeficienty jsou nulové.

Wiener-Chinchin:

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R[k] e^{-j\omega k} = 16 \cdot e^{-j\omega 0} = 16$$

$G(e^{j\omega}) =$ 16

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = 100$. Střední výkon kvantovacího šumu je $P_e = 10$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

$$10 \log_{10} \frac{P_s}{P_e} = 10 \log_{10} \frac{100}{10} = 10 \cdot 1$$

$SNR =$ 10 dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 30.1.2014, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda je signál $x(t) = \cos(200\pi t) + 0.01t$ periodický

ANO / NE.

Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t-4)$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce na kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad/s. Výsledek vyjádřete jako jedno číslo (reálné nebo komplexní ve složkovém nebo exponenciálním tvaru).

viz A

$X(j\omega_1) = e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)4} = e^{-j2\pi} = \underline{\underline{1}}$

Příklad 3 Zapište signál v elektrické zásuvce. Efektivní hodnota napětí je 230 V, frekvence 50 Hz. Pomůcka: $2\sqrt{2}\,230 = 650$, $230\sqrt{2} = 325$, $2\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 325$, $\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 162$.

viz A

$x(t) =$ ....

Příklad 4 Signál se spojitým časem je definován jako:

viz A

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [0,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$D = 2 \quad \vartheta = 4 \quad \tau = 2$

Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) = 2 \cdot 4\,\mathrm{sinc}\left(\frac{4}{2}\omega\right) e^{-j\omega 2} = \underline{8\,\mathrm{sinc}(2\omega)\, e^{-j2\omega}}$

Příklad 5 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky systému se spojitým časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{1+s}$

viz A

B

Příklad 6 Napište nebo nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního rekonstrukčního filtru pro vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz.

Viz A

$H_r(j\omega) =$ ....

Příklad 7 Analogový signál je obdélník:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro} \quad t \in [-1.9 \text{ ms}, \quad 3.9 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Napište, kolik bude mít výsledný diskrétní signál nenulových vzorků.

...5...

Příklad 8 Signál s diskrétním časem o délce $N = 256$ je definován jako:

$$x[n] = 100 \cos\left(\frac{2\pi n}{256} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Viz A

Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$. Hodnoty vyjádřete jako jedno komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$X[1] = 12800j$ $X[255] = -12800j$

Příklad 9 Diskrétní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ mají délku 4. V tabulce je uveden signál $x_1[n]$ a výsledek kruhové konvoluce. Doplňte signál $x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	2	1
$x_2[n]$	0	1	0	0
$x_1[n] \circledast_4 x_2[n]$	1	4	3	2

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má pro vzorky $n = 49, \quad 50, \quad 51, \quad 52$ hodnoty $2, \quad 5, \quad 2, \quad 1$. Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, \ 1, \ 2, \ 3$ hodnoty $3, \quad 2, \quad 1, \quad -1$, ostatní vzorky jsou nulové. Určete hodnotu výstupního vzorku $y[52]$, pokud má systém na vstupu signál $x[n]$

2 5 2 1
-1 1 2 3

$y[52] =$ ...10...

B

Příklad 11 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] + 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$H(z) =$ $\dfrac{1 + 0{,}2z^{-1} + 0{,}1z^{-2}}{1 + 0{,}3z^{-1} - 0{,}4z^{-2}}$

Příklad 12 Číslicový filtr IIR má dva póly: $p_1 = 0.98e^{j0.256}$, $p_2 = 0.98e^{-j0.256}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky v tomto maximu. Pomůcka: $\sin 0.256$ rad $= 0.25$.

viz A

$|H(\omega_{max})| =$ 100

Příklad 13 Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0,\ 1,\ 3,\ 3$ hodnoty $0.25,\ 0.25,\ 0.25,\ 0.25$, ostatní vzorky jsou nulové. Určete, zda je filtr typu dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť nebo pásmová zádrž.

viz A

Typ filtru: ....

Příklad 14 Obrázek o velikosti 10×10 pixelů má horní řádek bílý, zbytek je černý:

$$x[k,l] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad k = 0 \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \\ 0 & \text{pro} \quad k \in [1,\ 9] \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \end{cases}$$

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT).

viz A

$X[0,\ 0] =$ 10

Příklad 15 Obrázek o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50,50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula). Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 3×3, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{9}$. Popište, co bude výsledkem filtrace (můžete zapsat nebo nakreslit, uveďte hodnoty pixelů).

viz A

....

B

Příklad 16 Soubor relizací diskrétního náhodného procesu $\xi_\omega[n]$ je uložen ve dvourozměrném poli `xi`, první index udává číslo realizace, druhý index je diskrétní čas: `xi[omega][n]`. Realizací je celkem $\Omega = 10000$. Napište v jazyce C kód pro souborový odhad jedné hodnoty dvourozměrné distribuční funkce $F(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro $x_1 = 0.5, \quad x_2 = 0.7, \quad n_1 = 10, \quad n_2 = 20$
Pomůcka: $F(x_1, x_2, n_1, n_2) = P(\xi(n_1) < x_1$ a zároveň $\xi(n_2) < x_2)$.

viz A

Příklad 17 Pracujeme s nestacionárním náhodným signálem. Souborový odhad směrodatné odchylky pro čas $t_1 = 6$ s je $\hat{\sigma}(t_1) = 5$. Odhadněte směrodatnou odchylku pro čas $t_2 = 12$ s. Pokud to nejde, napište proč.

$\hat{\sigma}(t_2) =$ nejde – u nestacionárního odhad pro 6 s v čase 12 s nic neznamená.

Příklad 18 Vychýlený odhad autokorelačního koeficientu diskrétního signálu délky $N = 240$ je $R[5] = 10$.
Určete hodnotu koeficientu $R[-5]$. Pokud to nejde, napište jasně "nejde to".

$R[-5] =$ 10

Příklad 19 Zapište nebo nakreslete spektrální hustotu výkonu pro náhodný signál s diskrétním časem, víme-li, že jeho nultý autokorelační koeficient: $R[0] = 16$ a ostatní autokorelační koeficienty jsou nulové.

$G(e^{j\omega}) =$ 16

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = 1000$. Střední výkon kvantovacího šumu je $P_e = 10$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

$10 \log_{10} \frac{1000}{10}$

$SNR =$ 20 dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 30.1.2014, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda je signál $x(t) = \cos(100\pi t) + 0.01$ periodický

ANO / NE.

Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t-4)$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce na kruhové frekvenci $\omega_1 = -\frac{\pi}{4}$ rad/s. Výsledek vyjádřete jako jedno číslo (reálné nebo komplexní ve složkovém nebo exponenciálním tvaru).

viz A

$X(j\omega_1) = e^{-j\left(-\frac{\pi}{4}\right)4} = e^{+j\pi} = \underline{-1}$

Příklad 3 Zapište signál v elektrické zásuvce. Efektivní hodnota napětí je 230 V, frekvence 50 Hz. Pomůcka: $2\sqrt{2}\,230 = 650$, $230\sqrt{2} = 325$, $2\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 325$, $\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 162$.

viz A

$x(t) =$ ....

Příklad 4 Signál se spojitým časem je definován jako:

viz A

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [1,\ 5] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$D = 2$ $\vartheta = 4$
$\tau = 3$

Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) = 2 \cdot 4 \,\mathrm{sinc}\left(\frac{4}{2}\omega\right) e^{-j\omega 3} = \underline{8\,\mathrm{sinc}(2\omega) e^{-j3\omega}}$

Příklad 5 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky systému se spojitým časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{1+s}$

viz A

C

Příklad 6 Napište nebo nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního rekonstrukčního filtru pro vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz.

viz A

$H_r(j\omega) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Příklad 7 Analogový signál je obdélník:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro} \quad t \in [-1.9 \text{ ms}, \quad 2.9 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Napište, kolik bude mít výsledný diskrétní signál nenulových vzorků.

4

Příklad 8 Signál s diskrétním časem o délce $N = 256$ je definován jako:

$$x[n] = 100 \cos\left(\frac{2\pi n}{256} - \frac{\pi}{2}\right).$$

viz A

Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$. Hodnoty vyjádřete jako jedno komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$X[1] = -12800j$ $X[255] = 12800j$

Příklad 9 Diskrétní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ mají délku 4. V tabulce je uveden signál $x_1[n]$ a výsledek kruhové konvoluce. Doplňte signál $x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	2	1
$x_2[n]$	0	1	0	0
$x_1[n] \circledast_4 x_2[n]$	1	4	3	2

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má pro vzorky $n = 49, \quad 50, \quad 51, \quad 52$ hodnoty $2, \quad 5, \quad 2, \quad 8$. Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, \ 1, \ 2, \ 3$ hodnoty $3, \quad 2, \quad 1, \quad -1$, ostatní vzorky jsou nulové. Určete hodnotu výstupního vzorku $y[52]$, pokud má systém na vstupu signál $x[n]$

2 5 2 8
−1 1 2 3

$y[52] = $ 31

C

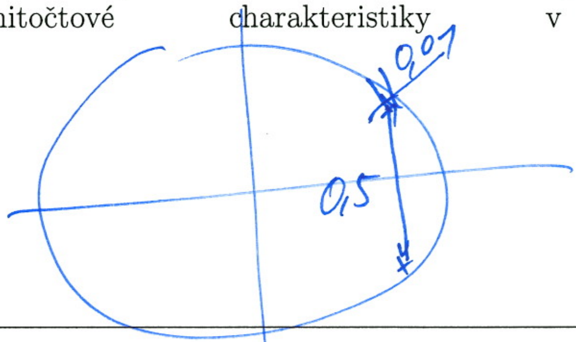
Příklad 11 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] + 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1 - 0{,}2z^{-1} + 0{,}1z^{-2}}{1 - 0{,}3z^{-1} - 0{,}4z^{-2}}$

Příklad 12 Číslicový filtr IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j0.256}$, $p_2 = 0.99e^{-j0.256}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky v tomto maximu. Pomůcka: $\sin 0.256$ rad $= 0.25$.



$|H(\omega_{max})| = \dfrac{1}{0{,}5 \cdot 0{,}01} = \underline{\underline{200}}$

Příklad 13 Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0,\ 1,\ 3,\ 3$ hodnoty $0.25,\ 0.25,\ 0.25,\ 0.25$, ostatní vzorky jsou nulové. Určete, zda je filtr typu dolní propust, horní propust, pásmová propust nebo pásmová zádrž.

viz A

Typ filtru: ....

Příklad 14 Obrázek o velikosti 10×10 pixelů má horní řádek bílý, zbytek je černý:

$$x[k,l] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad k = 0 \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \\ 0 & \text{pro} \quad k \in [1,\ 9] \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \end{cases}$$

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT).

viz A

$X[0,\ 0] =$ 10

Příklad 15 Obrázek o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50,50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula). Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 3×3, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{9}$. Popište, co bude výsledkem filtrace (můžete zapsat nebo nakreslit, uveďte hodnoty pixelů).

viz A

....

C

Příklad 16 Soubor relizací diskrétního náhodného procesu $\xi_\omega[n]$ je uložen ve dvourozměrném poli `xi`, první index udává číslo realizace, druhý index je diskrétní čas: `xi[omega][n]`. Realizací je celkem $\Omega = 10000$. Napište v jazyce C kód pro souborový odhad jedné hodnoty dvourozměrné distribuční funkce $F(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro $x_1 = 0.7, \quad x_2 = 0.5, \quad n_1 = 20, \quad n_2 = 40$
Pomůcka: $F(x_1, x_2, n_1, n_2) = P(\xi(n_1) < x_1 \quad \text{a zároveň} \quad \xi(n_2) < x_2)$.

Viz A

Příklad 17 Pracujeme se stacionárním náhodným signálem. Souborový odhad směrodatné odchylky pro čas $t_1 = 6$ s je $\hat{\sigma}(t_1) = 5$. Odhadněte směrodatnou odchylku pro čas $t_2 = 12$ s. Pokud to nejde, napište proč.

$\hat{\sigma}(t_2) =$ ...5...

Příklad 18 Vychýlený odhad autokorelačního koeficientu diskrétního signálu délky $N = 240$ je $R[5] = 9$.
Určete hodnotu koeficientu $R[-5]$. Pokud to nejde, napište jasně "nejde to".

$R[-5] =$ ...9...

Příklad 19 Zapište nebo nakreslete spektrální hustotu výkonu pro náhodný signál s diskrétním časem, víme-li, že jeho nultý autokorelační koeficient: $R[0] = 16$ a ostatní autokorelační koeficienty jsou nulové.

$G(e^{j\omega}) =$ ...16...

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = 1000$. Střední výkon kvantovacího šumu je $P_e = 100$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

$SNR =$ ...10... dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 30.1.2014, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda je signál $x(t) = \cos(200\pi t) - 0.01t$ periodický

ANO / NE.

Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t-4)$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce na kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ rad/s. Výsledek vyjádřete jako jedno číslo (reálné nebo komplexní ve složkovém nebo exponenciálním tvaru).

viz A

$X(j\omega_1) = e^{-j\left(\frac{\pi}{4}\right)4} = e^{-j\pi} = \underline{-1}$

Příklad 3 Zapište signál v elektrické zásuvce. Efektivní hodnota napětí je 230 V, frekvence 50 Hz. Pomůcka: $2\sqrt{2}\,230 = 650$, $230\sqrt{2} = 325$, $2\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 325$, $\frac{1}{\sqrt{2}}230 = 162$.

viz A

$x(t) =$ ....

Příklad 4 Signál se spojitým časem je definován jako:

viz A

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-1,\ 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$D = 2$ $\quad \vartheta = 4$

$\tau = 1$

Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) = 2 \cdot 4\, \mathrm{sinc}\left(\frac{4}{2}\omega\right) e^{-j\omega 1} = \underline{8\, \mathrm{sinc}(2\omega) e^{-j\omega}}$

Příklad 5 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky systému se spojitým časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{1+s}$

viz A

D

Příklad 6 Napište nebo nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního rekonstrukčního filtru pro vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz.

Viz A

$H_r(j\omega) =$ ....

Příklad 7 Analogový signál je obdélník:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } t \in [-1.9 \text{ ms}, \quad 0.9 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Napište, kolik bude mít výsledný diskrétní signál nenulových vzorků.

2

Příklad 8 Signál s diskrétním časem o délce $N = 256$ je definován jako:

Viz A

$$x[n] = 5\cos\left(\frac{2\pi n}{256} - \frac{\pi}{2}\right).$$

Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$. Hodnoty vyjádřete jako jedno komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$X[1] = -640j$ $X[255] = 640j$

Příklad 9 Diskrétní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ mají délku 4. V tabulce je uveden signál $x_1[n]$ a výsledek kruhové konvoluce. Doplňte signál $x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	2	1
$x_2[n]$	0	1	0	0
$x_1[n] \circledast_4 x_2[n]$	1	4	3	2

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má pro vzorky $n = 49, \quad 50, \quad 51, \quad 52$ hodnoty 2, 5, 2, 2. Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, 1, 3, 3$ hodnoty 3, 2, 1, -1, ostatní vzorky jsou nulové. Určete hodnotu výstupního vzorku $y[52]$, pokud má systém na vstupu signál $x[n]$

2 5 2 2
-1 1 2 3

$y[52] =$ 13

D

Příklad 11 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] - 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$$H(z) = \frac{1 - 0{,}2z^{-1} - 0{,}1z^{-2}}{1 + 0{,}3z^{-1} - 0{,}4z^{-2}}$$

Příklad 12 Číslicový filtr IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j0.256}$, $p_2 = 0.99e^{-j0.256}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky v tomto maximu. Pomůcka: $\sin 0.256$ rad $= 0.25$.

viz C

$|H(\omega_{max})| =$ 200

Příklad 13 Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ hodnoty $0.25,\ 0.25,\ 0.25,\ 0.25$, ostatní vzorky jsou nulové. Určete, zda je filtr typu dolní propust, horní propust, pásmová propust nebo pásmová zádrž.

viz A

Typ filtru: ....

Příklad 14 Obrázek o velikosti 10×10 pixelů má horní řádek bílý, zbytek je černý:

$$x[k,l] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad k = 0 \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \\ 0 & \text{pro} \quad k \in [1,\ 9] \quad \text{a} \quad l \in [0,\ 9] \end{cases}$$

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT).

viz A

$X[0,\ 0] =$ 10

Příklad 15 Obrázek o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50, 50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula). Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 3×3, jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{9}$. Popište, co bude výsledkem filtrace (můžete zapsat nebo nakreslit, uveďte hodnoty pixelů).

viz A

....

D

Příklad 16 Soubor relizací diskrétního náhodného procesu $\xi_\omega[n]$ je uložen ve dvourozměrném poli `xi`, první index udává číslo realizace, druhý index je diskrétní čas: `xi[omega][n]`. Realizací je celkem $\Omega = 10000$. Napište v jazyce C kód pro souborový odhad jedné hodnoty dvourozměrné distribuční funkce $F(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro $x_1 = 0.7, \quad x_2 = 0.5, \quad n_1 = 20, \quad n_2 = 40$
Pomůcka: $F(x_1, x_2, n_1, n_2) = P(\xi(n_1) < x_1 \quad \text{a zároveň} \quad \xi(n_2) < x_2)$.

viz A

Příklad 17 Pracujeme s nestacionárním náhodným signálem. Souborový odhad směrodatné odchylky pro čas $t_1 = 6$ s je $\hat{\sigma}(t_1) = 5$. Odhadněte směrodatnou odchylku pro čas $t_2 = 12$ s. Pokud to nejde, napište proč.

$\hat{\sigma}(t_2) =$ .... viz A

Příklad 18 Vychýlený odhad autokorelačního koeficientu diskrétního signálu délky $N = 240$ je $R[5] = 5$.
Určete hodnotu koeficientu $R[-5]$. Pokud to nejde, napište jasně “nejde to”.

$R[-5] =$ ....5....

Příklad 19 Zapište nebo nakreslete spektrální hustotu výkonu pro náhodný signál s diskrétním časem, víme-li, že jeho nultý autokorelační koeficient: $R[0] = 16$ a ostatní autokorelační koeficienty jsou nulové.

$G(e^{j\omega}) =$ ....16....

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = 10000$. Střední výkon kvantovacího šumu je $P_e = 100$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

$SNR =$ ....20.... dB