

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:

- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď:

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (7 \cos(100\pi t))^2$

$\bar{x} =$

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = 4j$.

Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

$Y(j\omega_1) =$

Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-2, 2] \\ 1 & \text{pro } t \in [-4, -2] \text{ a pro } t \in [2, 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit...

$X(j\omega) =$

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } t \in [0, 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.

Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.

JDE / NEJDE, $h(t) =$

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [-100\pi, 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [0, 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 5 \cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$.
Zapište signál na výstupu systému.

$y(t) = \dots\dots\dots$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = 2s^2 + 4s + 2$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Je dána diskretní Fourierova řada (DFŘ) diskretního periodického signálu o periodě $N = 16$.
Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$\tilde{X}[21] = \dots\dots\dots$

Příklad 9 Máme k dispozici diskretní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskretním časem (DTFT) a Diskretní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

JE / NENÍ, $\dots\dots\dots$

Příklad 10 Diskretní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 -1 0 0 0 0 0 0
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

$X[1] = \dots\dots\dots$

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	-1	0	-1	0
$x_1[n] \circledast x_2[n]$					

Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{4}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0, \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky. Pomůcka: $\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0.35$.

$\omega_{max} = \dots\dots\dots$ rad, $|H(\omega_{max})| = \dots\dots\dots$

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] - 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.

Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {
    .....
    return yn;
}
```

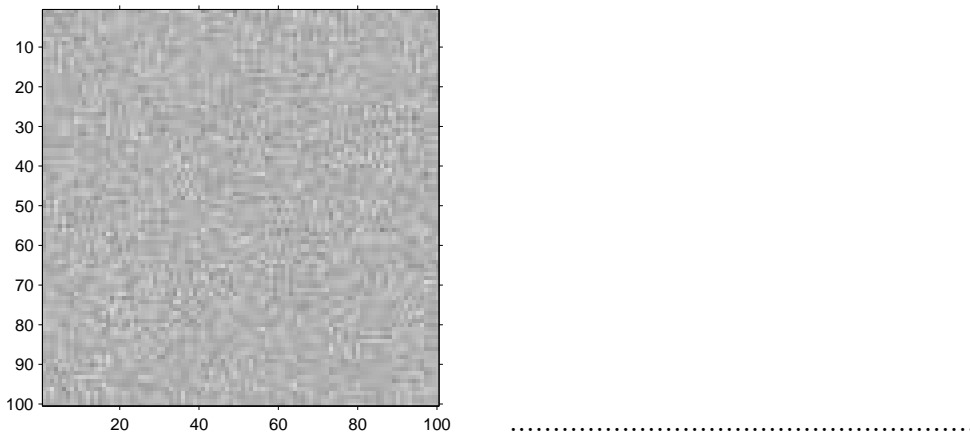
Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

$$X(f, g) = \int \int x(a, b) e^{-j2\pi(fa+gb)} da db,$$

kde a a b jsou rozměry v metrech.

.....

Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.7$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9 , jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.



Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem $+3$. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.

$$P(\xi(t) \in [2, 2.5]) = \dots\dots\dots$$

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

$$SNR_{24} - SNR_{16} = \dots\dots\dots \text{ dB}$$

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

3 5 2 -1 -2 -3

Proveďte nevyčíslený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$$R[2] = \dots\dots\dots$$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$$G(e^{j0.6\pi}) = \dots\dots\dots$$