Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 16.1.2015, skupina A

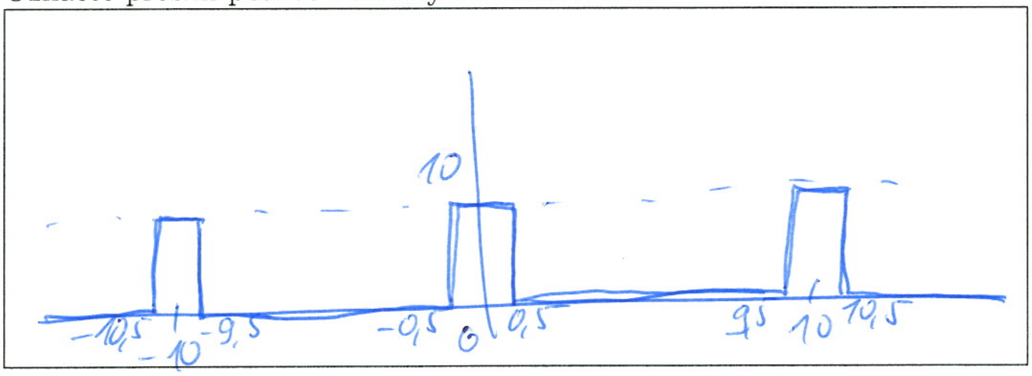
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s}, 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-10) + \delta(t+10)$$

Diracovy impulsy "kopírují" signál na svá místa...

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

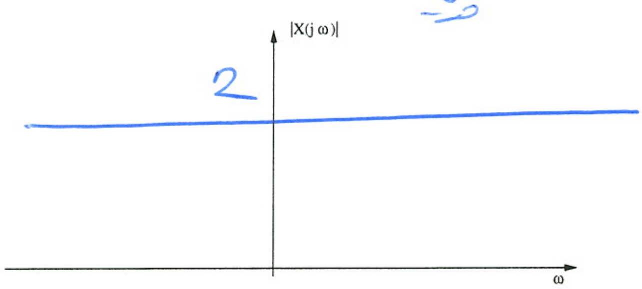


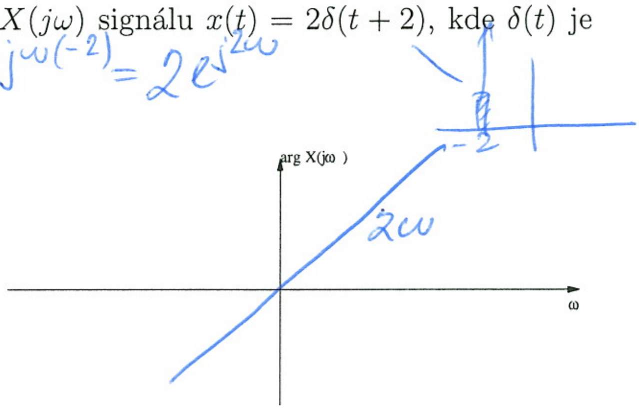
Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1-1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2-1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

$N =$ $N_1 + N_2 - 1$

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t+2)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

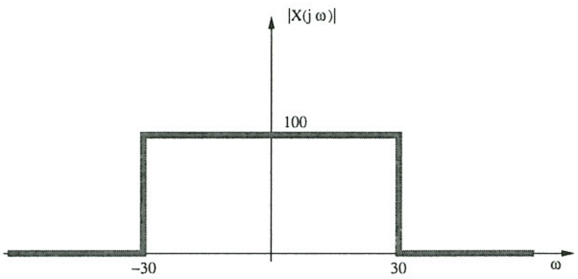
$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = 2 e^{-j\omega(-2)} = 2 e^{j2\omega}$

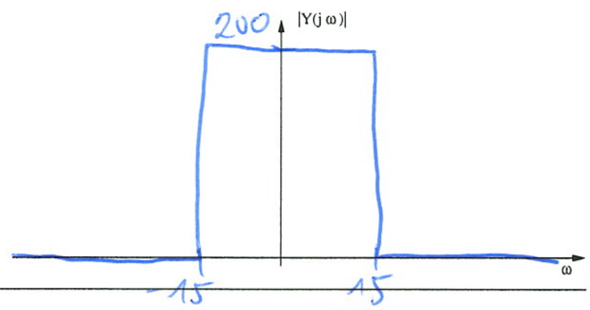




Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(\frac{t}{2})$

$m = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{\frac{1}{2}} X\left(\frac{\omega}{\frac{1}{2}}\right) = 2X(2\omega)$ → větší, rychlejší





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$0{,}5s\,Y(s) + Y(s) = X(s)$

$Y(s)(1 + 0{,}5s) = X(s)$

$\frac{Y(s)}{X(s)} = \ldots$

$H(s) =$ $\frac{1}{1 + 0{,}5s}$

4

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 10000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

```
n = 1:10000;
x = cos(2*pi*440/100000*n)
```

Příklad 7 Signál $x(t) = 6\cos(14000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. Před vzorkováním **je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál.

7000 Hz → řeže na 4000 Hz

neprojde :(

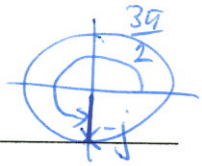
$x_r(t)$ = 0

Příklad 8 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	3	3	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	22	24	28	26

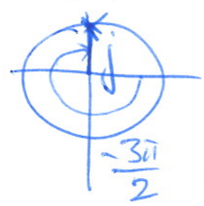
Příklad 9 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = -2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{3\pi}{2}$ rad Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_n x[n] e^{-j\omega n} = 1\cdot e^0 + (-2)\cdot e^{-j\frac{3\pi}{2}} =$$
$$= 1 - 2(+j) = 1 - 2j$$



$\tilde{X}(e^{j\omega_1})$ = 1−2j

Příklad 10 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:



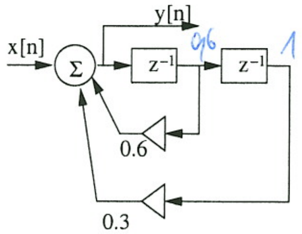
n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	4	2	4
	1	j	-1	-j

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 3$

$\tilde{X}[k]$ = 2

A

Příklad 11 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy (předpokládejte, že jsou paměti filtru správně inicialisovány na nulu).

$h[0] =$ 1 $\quad h[1] =$ 0,6 $\quad h[2] =$ 0,36 + 0,3 = 0,66

Příklad 12 Určete přenosovou funkci filtru z příkladu 11.

$H(z) = \dfrac{1}{1-0{,}6z^{-1}-0{,}3z^{-2}}$

Příklad 13 Napište funkci v C implementující číslicový filtr z příkladu 11. Doporučuji nepoužívat cykly.

```
float ~~filter~~ iir (float x) {
static float y1, y2;
float y;
y = x + 0,6 * y1 + 0.3 * y2;
y2 = y1; y1 = y;
return y;
}
```

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.01z^{-2}}$.

$z^2 + 0{,}01 = 0$

$z_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \dfrac{-0 \pm \sqrt{0-4\cdot 0{,}01}}{2} = \dfrac{\pm 0{,}2j}{2} = \pm 0{,}1j$

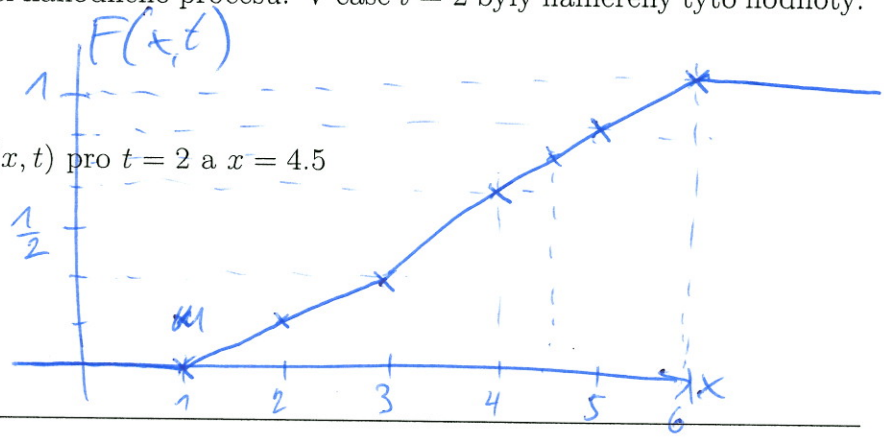
$p_1 = 0{,}1j \quad p_2 = -0{,}1j$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = 4.5$

něco mezi $\frac{4}{6}$ a $\frac{5}{6}$ ...



$F(x,t) = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$

A

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{32}$ rad.

$G(e^{j\omega}) = \sum_k R[k] e^{-j\omega k} = 1 \cdot \underbrace{e^{-j\omega 0}}_{1} = 1$

všude stejná!

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ....1....

Příklad 17 Bílý šum s diskrétním časem $x[n]$ prochází filtrem s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2})$. Napište, zda je výstupní signál $y[n]$ také bílý šum a krátce vysvětlete.

filt zavede závislost mezi vzorky (sousední 3 na sobě závisí) $\Rightarrow$ korel. koeficienty kromě $R[0]$ nebudou nulové $\Rightarrow$ není bílý!

ANO/NE ......

Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } 0 \leq g \leq 12 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

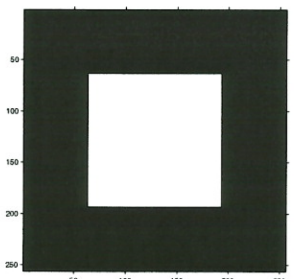
Δ 6

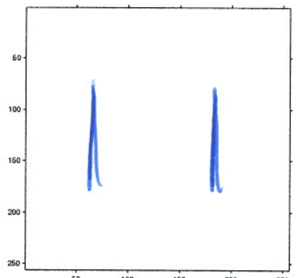
$P_s =$ ....~~48~~ $36 + 12 = 48$.... $D = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{12^2}{12} = 12$ $\mu = 6$

Příklad 19 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

detektor svislých hran





Příklad 20 V obrázku o rozměrech 256×256 mají všechny pixely hodnotu 100. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku dvěma bity na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 0, 110, 220, 255 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

Pomůcka: SNR můžete vypočítat z energie užitečného a chybového signálu takto: $e[k,l] = 10$.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_k \sum_l x^2[k,l]}{\sum_k \sum_l e^2[k,l]} \text{ dB} = 10 \log \frac{\sum\sum 100^2}{\sum\sum 10^2} = 10 \log \frac{\cancel{256} \cdot \cancel{256} \cdot 10000}{\cancel{256} \cdot \cancel{256} \cdot 100} = 10 \log 100 = 20$$

$SNR =$ ....20.... dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 16.1.2015, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-10) + \delta(t+10)$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

viz A, velikost 1

Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1-1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2-1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

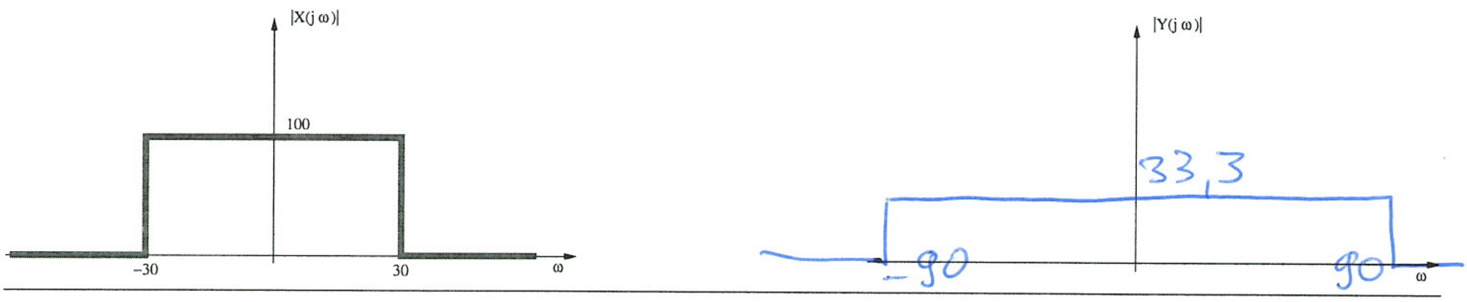
$N =$........................ viz A

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

viz A

Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(3t)$

viz A menší, pomalejší



Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.16\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

viz A

$H(s) = \frac{1}{1 + 0{,}16s}$

B

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 50000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

$n = 1:50000$

dále viz A

Příklad 7 Signál $x(t) = 8\cos(14000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. Před vzorkováním **je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál.

viz A

$x_r(t) =$ 0

Příklad 8 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	3	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	18	16	22	24

Příklad 9 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = -2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

viz A

$1 - 2(-j) = 1 + 2j$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ $1 + 2j$

Příklad 10 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

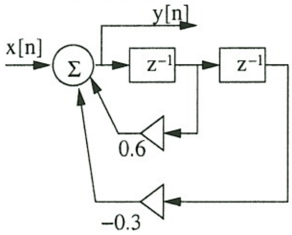
n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	4	2	4
	1	$-j$	-1	j

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 5$ $\Rightarrow k = 1$ (periodicita)

$\tilde{X}[k] =$ 2

B

Příklad 11 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy (předpokládejte, že jsou paměti filtru správně inicialisovány na nulu).

$h[0] =$ 1 $\quad h[1] =$ 0,6 $\quad h[2] =$ 0,36 − 0,3 = 0,06

Příklad 12 Určete přenosovou funkci filtru z příkladu 11.

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0{,}6z^{-1} + 0{,}3z^{-2}}$$

Příklad 13 Napište funkci v C implementující číslicový filtr z příkladu 11. Doporučuji nepoužívat cykly.

viz A

```
:
y = x + 0.6 * y1 - 0.3 * y2;
:
```

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.09z^{-2}}$.

viz A

$p_1 = 0{,}3j \quad p_2 = -0{,}3j$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

viz A

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = 2.5$

mezi $\frac{1}{6}$ a $\frac{2}{6}$

$F(x,t) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

B

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{16}$ rad

viz A

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ......1......

Příklad 17 Bílý šum s diskrétním časem $x[n]$ prochází filtrem s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2})$. Napište, zda je výstupní signál $y[n]$ také bílý šum a krátce vysvětlete.

viz A

ANO/NE ....

Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } 0 \leq g \leq 12 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

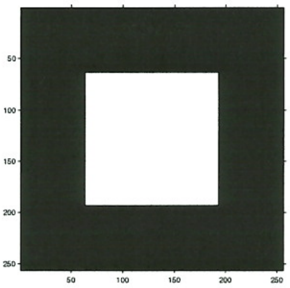
viz A

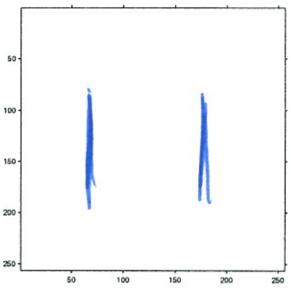
$P_s =$ ....

Příklad 19 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

viz A





Příklad 20 V obrázku o rozměrech 256×256 mají všechny pixely hodnotu 100. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku dvěma bity na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 0, 110, 220, 255 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

Pomůcka: SNR můžete vypočítat z energie užitečného a chybového signálu takto:

$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_k \sum_l x^2[k,l]}{\sum_k \sum_l e^2[k,l]}$ dB

viz A

$SNR =$ ......20...... dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 16.1.2015, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-10) + \delta(t+10)$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

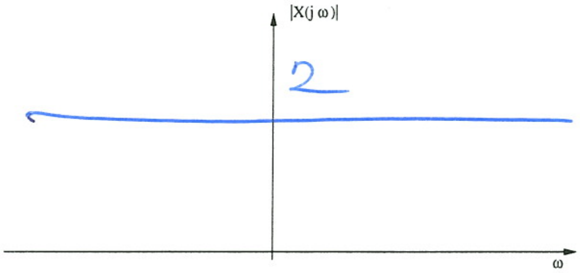
viz A, velikost 2

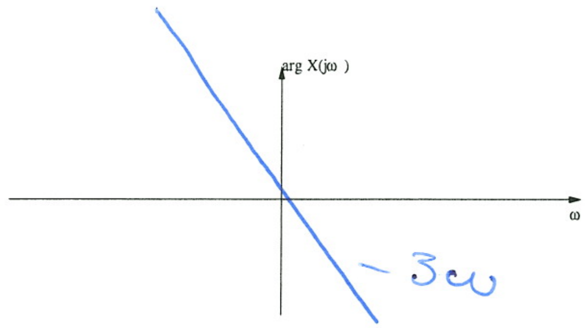
Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1-1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2-1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

$N =$ .... viz A

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t-3)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

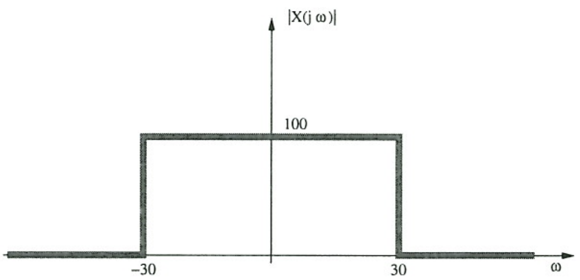
viz A

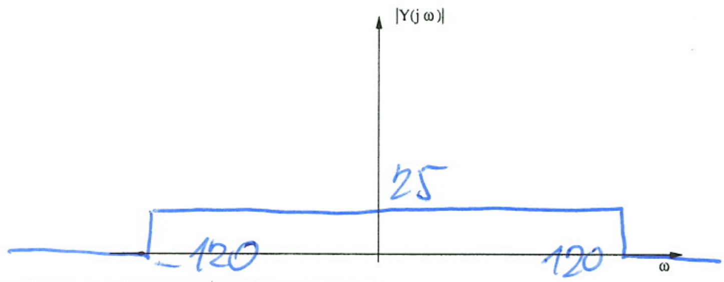




Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(4t)$

viz A a B





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.4\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

viz A

$H(s) = \frac{1}{1+0{,}4s}$

C

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

$n = 1 : 100\,000$

dále viz A

Příklad 7 Signál $x(t) = 10\cos(14000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. Před vzorkováním **je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál.

$x_r(t) =$ 0 .... viz A

Příklad 8 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	1	3
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	16	12	14	18

Příklad 9 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = -2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

viz A

$1 - 2(-1) = 3$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ 3 ....

Příklad 10 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

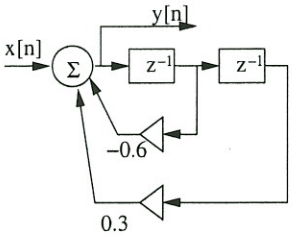
n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	4	2	4
	1	-1	1	-1

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 6$ $\Rightarrow k = 2$ (periodicita)

$\tilde{X}[k] =$ −2 ....

C

Příklad 11 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy (předpokládejte, že jsou paměti filtru správně inicialisovány na nulu).

$h[0] =$ 1 $\quad h[1] =$ −0,6 $\quad h[2] =$ 0,36 + 0,3 = 0,66

Příklad 12 Určete přenosovou funkci filtru z příkladu 11.

$H(z) = \dfrac{1}{1 + 0{,}6z^{-1} - 0{,}3z^{-2}}$

Příklad 13 Napište funkci v C implementující číslicový filtr z příkladu 11. Doporučuji nepoužívat cykly.

viz A

⋮

```
y = x ~~+~~ - 0.6 * y1 + 0.3 * y2;
```

⋮

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.16z^{-2}}$.

viz A

$p_1 = 0{,}4j \qquad p_2 = -0{,}4j$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = -1$

viz A

$F(x,t) =$ 0

C

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{8}$ rad

viz A

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ....1....

Příklad 17 Bílý šum s diskrétním časem $x[n]$ prochází filtrem s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2})$. Napište, zda je výstupní signál $y[n]$ také bílý šum a krátce vysvětlete.

viz A

ANO/NE ....

Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } 0 \le g \le 12 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

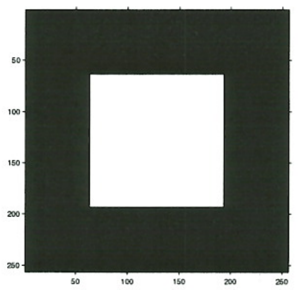
viz A

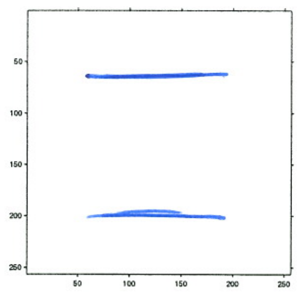
$P_s =$ ....

Příklad 19 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

detektor vodorovných hran





Příklad 20 V obrázku o rozměrech 256×256 mají všechny pixely hodnotu 100. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku dvěma bity na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 0, 101, 202, 255 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

Pomůcka: SNR můžete vypočítat z energie užitečného a chybového signálu takto: $e[k,l] = 1$

$$SNR = 10\log_{10}\frac{\sum_k \sum_l x^2[k,l]}{\sum_k \sum_l e^2[k,l]} \text{ dB} = 10\log\frac{\sum\sum 100^2}{\sum\sum 1^2} = 10\log\frac{256 \cdot 256 \cdot 10000}{256 \cdot 256 \cdot 1} =$$

$$= 10\log 10\,000 = 40$$

$SNR =$ ....40.... dB

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 16.1.2015, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-10) + \delta(t+10)$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

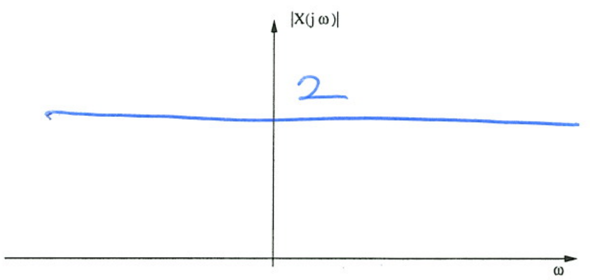
Viz A, velikost 4

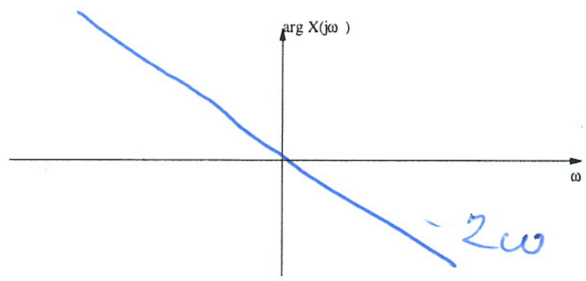
Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1-1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2-1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

$N =$........................ Viz A

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t-2)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

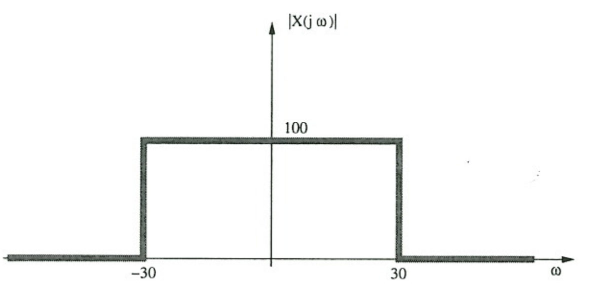
Viz A

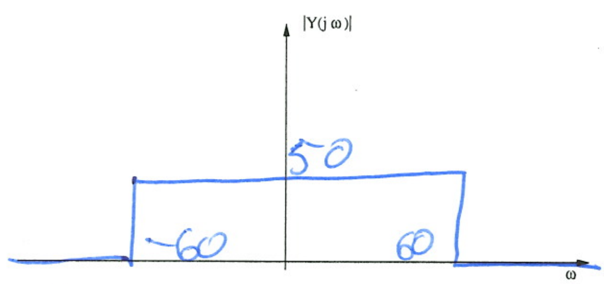




Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(2t)$

Viz A a B





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.7\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

Viz A

$H(s) = \frac{1}{1+0{,}7s}$

D

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 20000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

n = 1 : 20000
dále viz A

Příklad 7 Signál $x(t) = 14\cos(14000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. Před vzorkováním **je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál.

$x_r(t) =$ 0   viz A

Příklad 8 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	3	1	3
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	20	20	20	20

Příklad 9 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = -2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0$ rad Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

viz A

$1 - 2(1) = -1$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ −1

Příklad 10 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

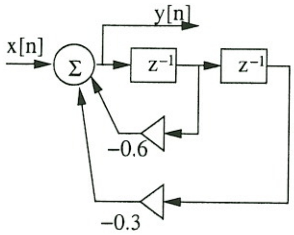
n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	4	2	4

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 7$ k=3 (periodicita)

viz A

$\tilde{X}[k] =$ 2

Příklad 11 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy (předpokládejte, že jsou paměti filtru správně inicialisovány na nulu).

$h[0] =$ 1 $\quad h[1] =$ −0,6 $\quad h[2] =$ 0,36 − 0,3 = 0,06

Příklad 12 Určete přenosovou funkci filtru z příkladu 11.

$$H(z) = \frac{1}{1 + 0{,}6z^{-1} + 0{,}3z^{-2}}$$

Příklad 13 Napište funkci v C implementující číslicový filtr z příkladu 11. Doporučuji nepoužívat cykly.

viz A

```
y = x - 0.6*y1 - 0.3*y2;
```

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$.

viz A

$p_1 = 0{,}5j \qquad p_2 = -0{,}5j$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = 6$

viz A

$F(x,t) =$ 1

D

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{32}$ rad.

viž A

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ......1......

Příklad 17 Bílý šum s diskrétním časem $x[n]$ prochází filtrem s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2})$. Napište, zda je výstupní signál $y[n]$ také bílý šum a krátce vysvětlete.

viž A

ANO/NE ....

Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } 0 \le g \le 12 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

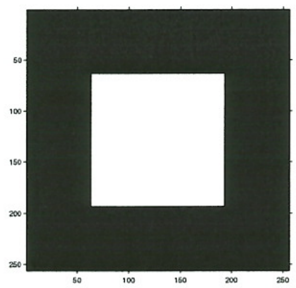
viž A

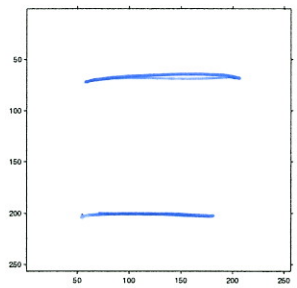
$P_s =$ ....

Příklad 19 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

viž C





Příklad 20 V obrázku o rozměrech 256×256 mají všechny pixely hodnotu 100. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku dvěma bity na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 0, 101, 202, 255 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

Pomůcka: SNR můžete vypočítat z energie užitečného a chybového signálu takto:

$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_k \sum_l x^2[k,l]}{\sum_k \sum_l e^2[k,l]}$ dB

viž C

$SNR =$ ......40...... dB