Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 16.1.2015, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

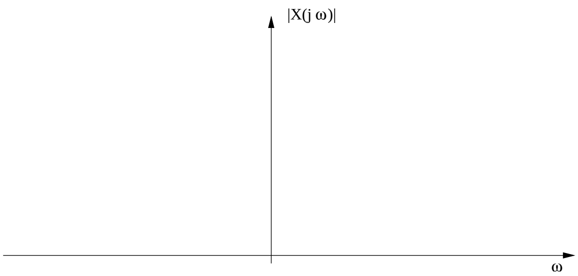
$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \; t \in [-0.5\text{s}, \; 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-10) + \delta(t+10)$$

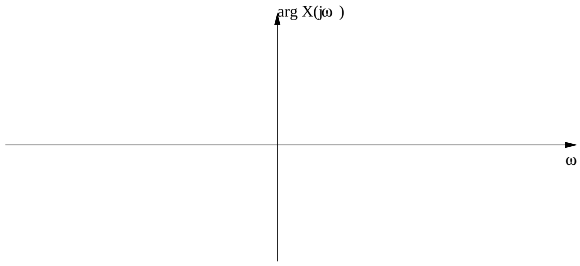
Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1 - 1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2 - 1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

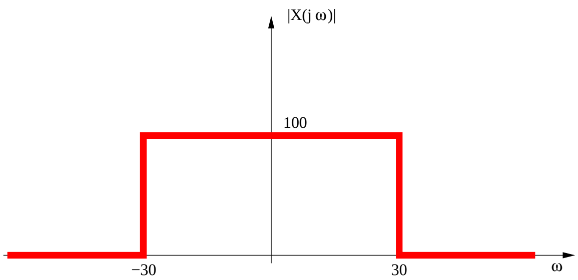
$N =$........................

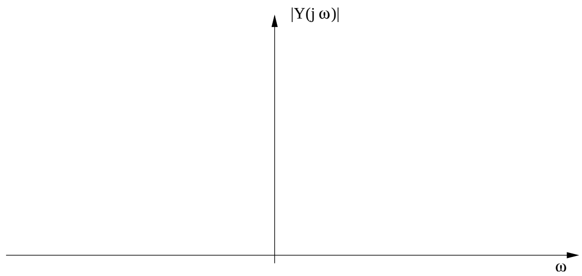
Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t-3)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.





Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(4t)$





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.4\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$...............................

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

Příklad 7 Signál $x(t) = 10\cos(14000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. Před vzorkováním **je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál.

$x_r(t)$ =......................

Příklad 8 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	1	3
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$				

Příklad 9 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = -2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$\tilde{X}(e^{j\omega_1})$ =........................

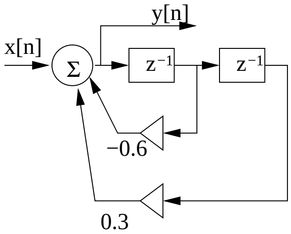
Příklad 10 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	4	2	4

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 6$

$\tilde{X}[k]$ =...........................

Příklad 11 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy (předpokládejte, že jsou paměti filtru správně inicialisovány na nulu).

$h[0] =$............... $h[1] =$............... $h[2] =$...............

Příklad 12 Určete přenosovou funkci filtru z příkladu 11.

$H(z) =$..................................

Příklad 13 Napište funkci v C implementující číslicový filtr z příkladu 11. Doporučuji nepoužívat cykly.

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.16z^{-2}}$.

....

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = -1$

$F(x,t) =$...........................

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{8}$ rad

$G_x(e^{j\omega_1}) =$ ....

Příklad 17 Bílý šum s diskrétním časem $x[n]$ prochází filtrem s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2})$. Napište, zda je výstupní signál $y[n]$ také bílý šum a krátce vysvětlete.

ANO/NE ....

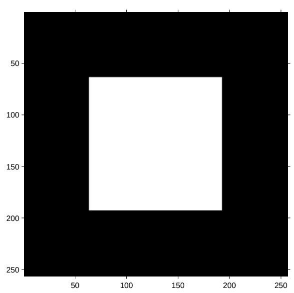
Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro} \quad 0 \le g \le 12 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

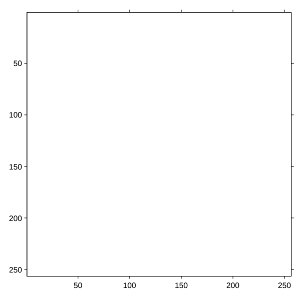
Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$P_s =$ ....

Příklad 19 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$





Příklad 20 V obrázku o rozměrech 256×256 mají všechny pixely hodnotu 100. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku dvěma bity na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 0, 101, 202, 255 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

Pomůcka: SNR můžete vypočítat z energie užitečného a chybového signálu takto:

$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_k \sum_l x^2[k,l]}{\sum_k \sum_l e^2[k,l]}$ dB

$SNR =$ .... dB