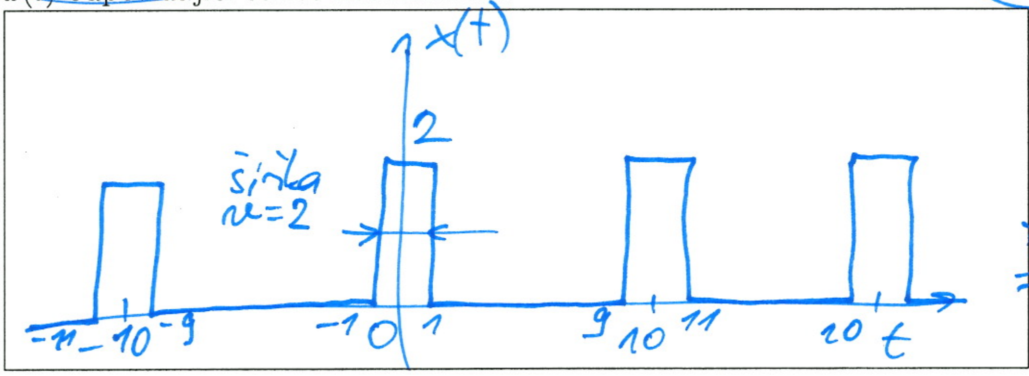
Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2015, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Koeficienty posl. sledu obdélníčku

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 10.$

Příklad 1 Koeficienty Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem jsou dány jako $c_k = 0.4\,\text{sinc}(k\frac{2\pi}{10})$. Víme, že základní kruhová frekvence tohoto signálu je $\omega_1 = \frac{2\pi}{10}$ rad/s. Nakreslete signál $x(t)$ odpovídající těmto koeficientům.



$c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\,\text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1\right)$

$\frac{\vartheta}{2} = 1$ tedy $\vartheta = 2$

$\frac{D\cdot 2}{10} = 0{,}4$

$D = \frac{4}{2} = 2$

Příklad 2 Napište spektrální funkci stejnosměrného signálu: $x(t) = 20$.

$X(j\omega) = 2\pi A\delta(\omega)$

Diracův impuls.

$X(j\omega) =$ $40\pi\,\delta(\omega)$

Příklad 3 Argument spektrální funkce reálného signálu se spojitým časem $x(t)$ je nulový: $\arg X(j\omega) = 0$. Napište, jak bude vypadat argument zpožděného signálu: $y(t) = x(t - 0.9\,\text{s})$

$Y(j\omega) = X(j\omega)\cdot e^{-j\omega\tau}$

$\arg Y(j\omega) = \arg X(j\omega) + \arg(e^{-j\omega\tau}) =$

$\arg Y(j\omega) =$ $-0{,}9\omega$ $= 0 - \omega\tau$

toto je argument!

Příklad 4 Diferenciální rovnice popisující lineární systém se spojitým časem je:

$$x(t) + 0.5\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.1\frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému. $X(s) + 0{,}5s\,X(s) = Y(s) - 0{,}1s\,Y(s)$

$X(s)(1 + 0{,}5s) = Y(s)(1 - 0{,}1s)$

$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 + 0{,}5s}{1 - 0{,}1s}$

$H(s) =$ $\frac{1 + 0{,}5s}{1 - 0{,}1s}$

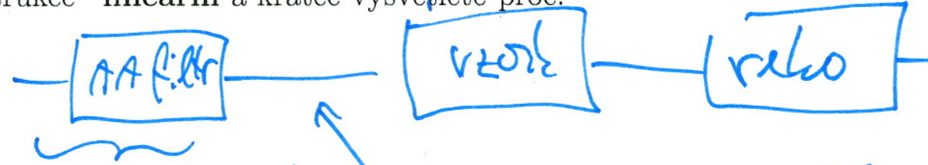
Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = s^2 - 1$.
Určete, zda je systém stabilní a krátce vysvětlete proč.

nemá póly, JE stabilní!

A

Příklad 6 Určete, zda je systém, který se skládá z bloků "antialiasingový filtr", "ideální vzorkování", "ideální rekonstrukce" **lineární** a krátce vysvětlete proč.

pro signály < $\frac{F_s}{2}$ prochází naprosto to samé



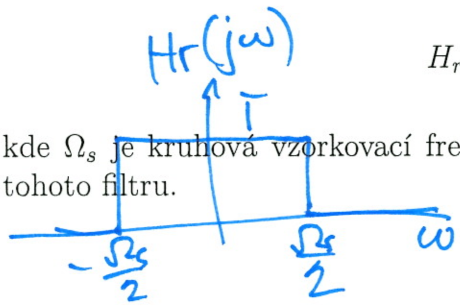
zde už jen signály, které splňují vzorkovací teorém

JE LINEÁRNÍ

Příklad 7 Ideální rekonstrukční filtr má kmitočtovou charakteristiku

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & \text{pro} \quad -\Omega_s/2 < \omega < \Omega_s/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases},$$

kde Ω_s je kruhová vzorkovací frekvence a T je vzorkovací perioda. Napište vztah pro impulsní odezvu tohoto filtru.



$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int X(j\omega)e^{+j\omega t}\,d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\Omega_s}{2}}^{\frac{\Omega_s}{2}} T e^{+j\omega t}\,d\omega =$$

$$= \text{Šebestova pomůcka} \ldots = \frac{T}{2\pi} 2 \cdot \frac{\Omega_s}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_s}{2}t\right) =$$

$$= \frac{1}{\cancel{\Omega_s}} \cdot \cancel{2} \cdot \frac{\cancel{\Omega_s}}{\cancel{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_s}{2}t\right)$$

$h_r(t) =$ $\operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_s}{2}t\right)$

Příklad 8 Napište hodnoty amplitudy C_1, normované kruhové frekvence ω_1 a počáteční fáze ϕ_1 diskrétní cosinusovky $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$, která bude odpovídat cosinusovce se spojitým časem $x(t) = 11\cos(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$ vzorkované na vzorkovací frekvenci $F_s = 10000$ Hz.

$$\omega_1 = \frac{2000\pi}{2 \cdot 10000\pi} = 0{,}1$$

$C_1 =$ 11, $\omega_1 =$ 0,1 rad, $\phi_1 =$ $\frac{\pi}{2}$ rad

---

Příklad 9 Tabulka obsahuje hodnoty vzorků diskrétního signálu $x[n]$. Doplňte hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[\bmod_4(n-3)]$

zpoždění a periodisace...

n	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	0	3	1	2	-5	0	0	0	0
$y[n]$	3	1	2	-5	3	1	2	-5	3

Příklad 10 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskrétním časem:
$x_1[n] = 7e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{100}n}$, $x_2[n] = 7e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{100}n}$
Jejich součet $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ je cosinusovka s diskrétním časem. Zapište ji.

$x[n] =$ $14\cos\left(\frac{\pi}{100}n + \frac{\pi}{4}\right)$

4

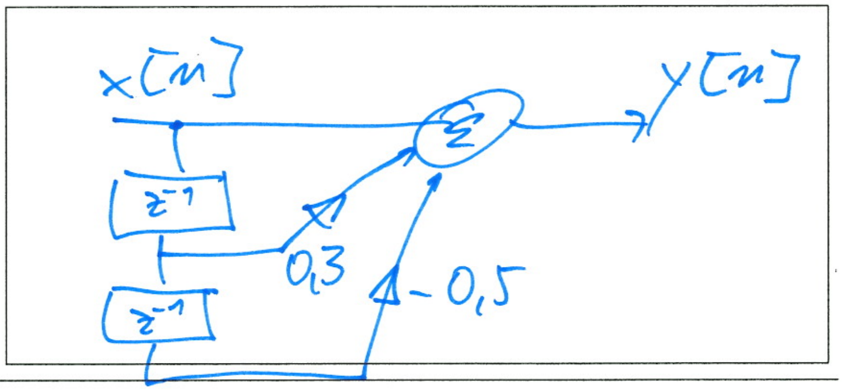
Příklad 11 Diskrétní Fourierova transformace (DTFT) reálného diskrétního signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.1\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 5 + 4j$. Rozhodněte, zda je možné určit hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = -0.1\pi$ rad a pokud ano, hodnotu napište.

$$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = \tilde{X}^*\left(e^{j(-\omega_1 + 2k\pi)}\right)$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ $5 - 4j$

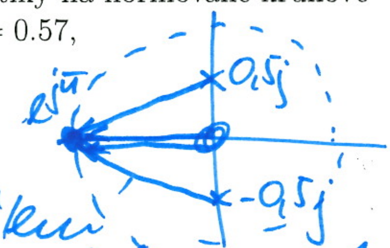
Příklad 12 Je dána funkce pro výpočet n-tého vzorku na výstupu číslicového filtru. Nakreslete blokové schéma tohoto filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0;
  float y;
  y = xn + 0.3 * xn1 - 0.5 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return y;
}
```



Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = 0$, $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = +0.5j$, $p_2 = -0.5j$. Určete hodnotu modulu jeho kmitočtové charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{1.05} = 0.95$, $\frac{1}{1.25} = 0.80$, $\frac{1}{1.5} = 0.67$, $\frac{1}{1.75} = 0.57$,

$$H(e^{j\omega}) = \frac{(e^{j\omega} - n_1)(e^{j\omega} - n_2)}{(e^{j\omega} - p_1)(e^{j\omega} - p_2)}$$



modul: násobení a dělení modulů

$$|H(e^{j\pi})| = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{1+0{,}5^2}\sqrt{1+0{,}5^2}} = \frac{1}{1{,}25}$$

$|H(e^{j\pi})| =$ $0{,}8$

Příklad 14 Je dán diskrétní signál o délce $N = 4$ (viz tabulka). Spočítejte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	4	2	4

$X[0] =$ 14, $X[1] =$ 2, $X[2] =$ -2, $X[3] =$ 2

Příklad 15 Pro diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 4$ je hodnota 2. koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[2] = 1 + 5j$. Určete hodnotu 2. koeficientu DFT signálu $y[n]$, který vznikl z $x[n]$ kruhovým posunutím: $y[n] = R_4[n]x[\bmod_4(n-2)]$.

$$Y[k] = X[k] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}k \cdot m}$$

posunutí kruhové

$$Y[2] = X[2] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}\cdot 2 \cdot 2} = X[2] \cdot e^{-j2\pi} = X[2]$$

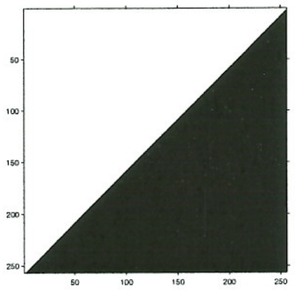
takže totéž.

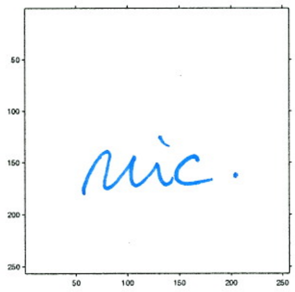
$Y[2] =$ $1 + 5j$

A

Příklad 16 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) je: $h[k,l] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

detektor takovýchto hran

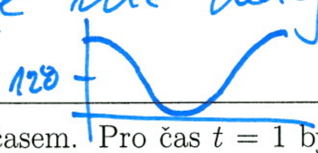




Příklad 17 Pixely obrázku o rozměrech 256×256 jsou dány jako $x[k,l] = 128 + 127\cos(\frac{2\pi}{256}k)$. Určete, které koeficienty $X[m,n]$ jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) budou nenulové. Věnujte se pouze koeficientům $X[m,n]$ pro $m < 128$ a $n < 128$. Pomůcka: k indexuje svisle, l vodorovně, m indexuje svislé obrazové frekvence, n indexuje vodorovné obrazové frekvence.

nenulové budou
X[0,0] (stejnosměr. složka) a
X[1,0] (nejpomalejší ~~vodorovná~~ svislá frekvence)

(~~svisle~~ vodorovně se nic neděje.
~~vodorovně~~ svisle:

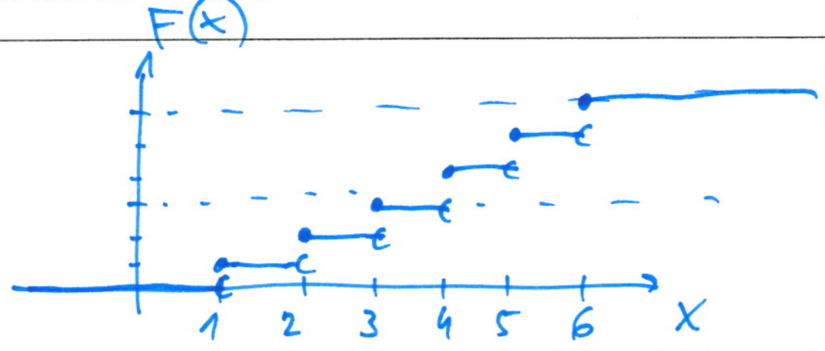


Příklad 18 Proběhl zázam 10000 realizací náhodného procesu se spojitým časem. Pro čas $t = 1$ bylo 100 z nich v intervalu $x \in [-4, \ -2]$. Určete, jakou hodnotu bude mít odhadnutá funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}(x,t)$ pro hodnoty z tohoto intervalu, např. pro $x = -3$.

šířka intervalu

$\hat{p}(-3,1) = \frac{100}{10000 \cdot 2} = \cancel{0{,}01}$ $\underline{0{,}005}$

Příklad 19 Nakreslete, jak bude vypadat distribuční funkce $F(x)$ pro náhodný signál s diskrétním časem, kde hodnota každého vzorku bude dána hodem kostkou. Považujte takový signál za stacionární, takže $F(x)$ nebude záviset na vzorku n.



"schodečky" mohou být i propojené.

Příklad 20 Napište v jazyce C kód pro vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[2]$. Signál je uložen v poli `float x[N]`, jeho délka je v `int N`.

```
k = 2;
Rk = 0.0;
for (n = 0; n < (N-k); n++) {
    Rk += x[n]*x[n+k];
}
Rk /= float(N);
```

… možno napsat mnoha dalšími způsoby…

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2015, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Koeficienty Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem jsou dány jako $c_k = 0.6\,\mathrm{sinc}(k\frac{2\pi}{10})$. Víme, že základní kruhová frekvence tohoto signálu je $\omega_1 = \frac{2\pi}{10}$ rad/s. Nakreslete signál $x(t)$ odpovídající těmto koeficientům.

viz A, $\cancel{D} = 3$

Příklad 2 Napište spektrální funkci stejnosměrného signálu: $x(t) = 11$.

$X(j\omega) =$ $22\pi\,\delta(\omega)$

Příklad 3 Argument spektrální funkce reálného signálu se spojitým časem $x(t)$ je nulový: $\arg X(j\omega) = 0$. Napište, jak bude vypadat argument zpožděného signálu: $y(t) = x(t - 0.7\,\mathrm{s})$

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $-0{,}7\,\omega$

Příklad 4 Diferenciální rovnice popisující lineární systém se spojitým časem je:

$$x(t) + 0.1\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.1\frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému.

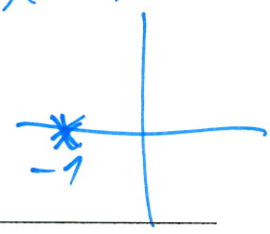
viz A

$H(s) =$ $\dfrac{1+0{,}1s}{1-0{,}1s}$

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}$. $= \dfrac{1}{(s+1)(s+1)} =$

Určete, zda je systém stabilní a krátce vysvětlete proč.

$\dfrac{1}{(s-(-1))(s-(-1))}$



póly v levé části komplexní roviny, je stabilní

B

Příklad 6 Určete, zda je systém, který se skládá z bloků "antialiasingový filtr", "ideální vzorkování", "ideální rekonstrukce" **lineární** a krátce vysvětlete proč.

Viz A

....

Příklad 7 Ideální rekonstrukční filtr má kmitočtovou charakteristiku

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & \text{pro} \quad -\Omega_s/2 < \omega < \Omega_s/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases},$$

kde Ω_s je kruhová vzorkovací frekvence a T je vzorkovací perioda. Napište vztah pro impulsní odezvu tohoto filtru.

Viz A

$h_r(t) =$ ....

Příklad 8 Napište hodnoty amplitudy C_1, normované kruhové frekvence ω_1 a počáteční fáze ϕ_1 diskrétní cosinusovky $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$, která bude odpovídat cosinusovce se spojitým časem $x(t) = 12\cos(4000\pi t + \frac{\pi}{2})$ vzorkované na vzorkovací frekvenci $F_s = 10000$ Hz.

$$\omega_1 = \frac{4000\pi}{20\,000\pi}$$

$C_1 =$ 12, $\omega_1 =$ $\frac{1}{5}$ rad, $\phi_1 =$ $\frac{\pi}{2}$ rad

Příklad 9 Tabulka obsahuje hodnoty vzorků diskrétního signálu $x[n]$. Doplňte hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[\bmod_4(n-1)]$

n	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	0	3	1	2	-5	0	0	0	0
$y[n]$	2	-5	3	1	2	-5	3	1	2

Příklad 10 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskrétním časem:
$x_1[n] = 7e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{100}n}$, $x_2[n] = 7e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{100}n}$
Jejich součet $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ je cosinusovka s diskrétním časem. Zapište ji.

Viz A

$x[n] =$ ....

B

Příklad 11 Diskrétní Fourierova transformace (DTFT) reálného diskrétního signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.1\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 5 + 4j$. Rozhodněte, zda je možné určit hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = 1.9\pi$ rad a pokud ano, hodnotu napište.

viz A

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ 5 − 4j

Příklad 12 Je dána funkce pro výpočet n-tého vzorku na výstupu číslicového filtru. Nakreslete blokové schéma tohoto filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0;
  float y;
  y = xn + 0.3 * xn1 - 0.5 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return y;
}
```

viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = 0$, $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = +0.5j$, $p_2 = -0.5j$. Určete hodnotu modulu jeho kmitočtové charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{1.05} = 0.95$, $\frac{1}{1.25} = 0.80$, $\frac{1}{1.5} = 0.67$, $\frac{1}{1.75} = 0.57$,

viz A

$|H(e^{j\pi})| =$ ....

Příklad 14 Je dán diskrétní signál o délce $N = 4$ (viz tabulka). Spočítejte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	4	1	4

$X[0] =$ 13, $X[1] =$ 3, $X[2] =$ −3, $X[3] =$ 3

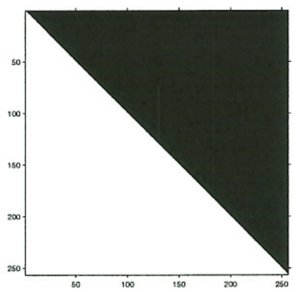
Příklad 15 Pro diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 4$ je hodnota 2. koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[2] = 2 + 5j$. Určete hodnotu 2. koeficientu DFT signálu $y[n]$, který vznikl z $x[n]$ kruhovým posunutím: $y[n] = R_4[n]x[\bmod_4(n-2)]$.

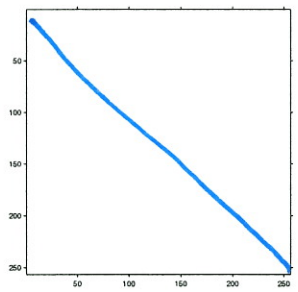
viz A

$Y[2] =$ 2+5j

B

Příklad 16 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) je: $h[k,l] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.





Příklad 17 Pixely obrázku o rozměrech 256×256 jsou dány jako $x[k,l] = 128 + 127\cos(\frac{2\pi}{256}l)$. vodorovně ~~svisle~~ Určete, které koeficienty $X[m,n]$ jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) budou nenulové. Věnujte se pouze koeficientům $X[m,n]$ pro $m < 128$ a $n < 128$. Pomůcka: k indexuje svisle, l vodorovně, m indexuje svislé obrazové frekvence, n indexuje vodorovné obrazové frekvence.

$X[0,0]$ a $X[0,1]$ .... viz A

Příklad 18 Proběhl zázam 10000 realizací náhodného procesu se spojitým časem. Pro čas $t = 1$ bylo 200 z nich v intervalu $x \in [-4, \quad -2]$. Určete, jakou hodnotu bude mít odhadnutá funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}(x,t)$ pro hodnoty z tohoto intervalu, např. pro $x = -3$.

$\hat{p}(-3,1) = \frac{200}{10000 \cdot 2} \cancel{\cdot 4} = \cancel{0{,}04}$ $0{,}01$

Příklad 19 Nakreslete, jak bude vypadat distribuční funkce $F(x)$ pro náhodný signál s diskrétním časem, kde hodnota každého vzorku bude dána hodem kostkou. Považujte takový signál za stacionární, takže $F(x)$ nebude záviset na vzorku n.

viz A

Příklad 20 Napište v jazyce C kód pro vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[3]$. Signál je uložen v poli `float x[N]`, jeho délka je v `int N`.

k=3

viz A

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2015, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Koeficienty Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem jsou dány jako $c_k = 0.8\,\mathrm{sinc}(k\frac{2\pi}{10})$. Víme, že základní kruhová frekvence tohoto signálu je $\omega_1 = \frac{2\pi}{10}$ rad/s. Nakreslete signál $x(t)$ odpovídající těmto koeficientům.

viz A, = 4

Příklad 2 Napište spektrální funkci stejnosměrného signálu: $x(t) = 7$.

$X(j\omega) =$ $14\pi\delta(\omega)$

Příklad 3 Argument spektrální funkce reálného signálu se spojitým časem $x(t)$ je nulový: $\arg X(j\omega) = 0$. Napište, jak bude vypadat argument zpožděného signálu: $y(t) = x(t - 0.11\,\mathrm{s})$

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $-0{,}11\omega$

Příklad 4 Diferenciální rovnice popisující lineární systém se spojitým časem je:

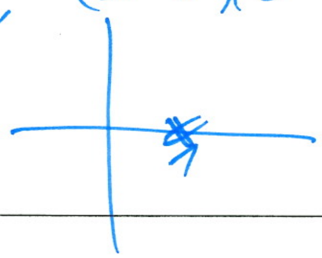
$$x(t) + 0.3\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.1\frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému. viz A

$H(s) =$ $\dfrac{1+0{,}3s}{1-0{,}1s}$

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-2s+1}$. Určete, zda je systém stabilní a krátce vysvětlete proč. $= \dfrac{1}{(s-1)(s-1)}$

póly v pravé části komplexní roviny, není stabilní!



C

Příklad 6 Určete, zda je systém, který se skládá z bloků "antialiasingový filtr", "ideální vzorkování", "ideální rekonstrukce" **lineární** a krátce vysvětlete proč.

viz A

....

Příklad 7 Ideální rekonstrukční filtr má kmitočtovou charakteristiku

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & \text{pro} \quad -\Omega_s/2 < \omega < \Omega_s/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases},$$

kde Ω_s je kruhová vzorkovací frekvence a T je vzorkovací perioda. Napište vztah pro impulsní odezvu tohoto filtru.

viz A

$h_r(t) =$ ....

Příklad 8 Napište hodnoty amplitudy C_1, normované kruhové frekvence ω_1 a počáteční fáze ϕ_1 diskrétní cosinusovky $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$, která bude odpovídat cosinusovce se spojitým časem $x(t) = 15\cos(6000\pi t + \frac{\pi}{2})$ vzorkované na vzorkovací frekvenci $F_s = 10000$ Hz.

$\omega_1 = \dfrac{6000\pi}{20000\pi}$

$C_1 =$ 15, $\omega_1 =$ 0,3 rad, $\phi_1 =$ $\frac{\pi}{2}$ rad

Příklad 9 Tabulka obsahuje hodnoty vzorků diskrétního signálu $x[n]$. Doplňte hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[\bmod_4(n+2)]$

předběhnutí a periodisace

n	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	0	3	1	2	-5	0	0	0	0
$y[n]$	1	2	-5	3	1	2	-5	3	1

Příklad 10 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskrétním časem:
$x_1[n] = 7e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{100}n}, \quad x_2[n] = 7e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{100}n}$
Jejich součet $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ je cosinusovka s diskrétním časem. Zapište ji.

viz A

$x[n] =$ ....

C

Příklad 11 Diskrétní Fourierova transformace (DTFT) reálného diskrétního signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.1\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 5 + 4j$. Rozhodněte, zda je možné určit hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = -\pi$ rad a pokud ano, hodnotu napište.

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ .... není možné určit

---

Příklad 12 Je dána funkce pro výpočet n-tého vzorku na výstupu číslicového filtru. Nakreslete blokové schéma tohoto filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0;
  float y;
  y = xn + 0.3 * xn1 - 0.5 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return y;
}
```

viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = 0$, $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = +0.5j$, $p_2 = -0.5j$. Určete hodnotu modulu jeho kmitočtové charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{1.05} = 0.95$, $\frac{1}{1.25} = 0.80$, $\frac{1}{1.5} = 0.67$, $\frac{1}{1.75} = 0.57$,

viz A

$|H(e^{j\pi})| =$....................

Příklad 14 Je dán diskrétní signál o délce $N = 4$ (viz tabulka). Spočítejte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	4	0	4

$X[0] =$ 12, $X[1] =$ 4, $X[2] =$ −4, $X[3] =$ 4

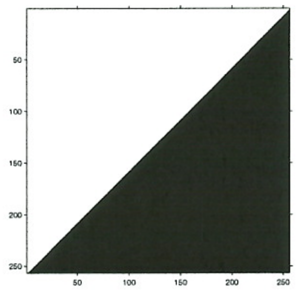
Příklad 15 Pro diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 4$ je hodnota 2. koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[2] = 3 + 5j$. Určete hodnotu 2. koeficientu DFT signálu $y[n]$, který vznikl z $x[n]$ kruhovým posunutím: $y[n] = R_4[n]x[\bmod_4(n-2)]$.

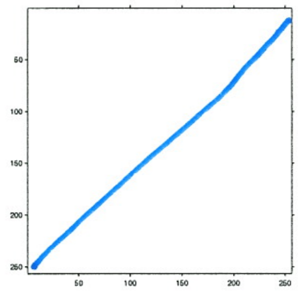
viz A

$Y[2] =$ 3 + 5j

C

Příklad 16 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) je: $h[k,l] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.





Příklad 17 Pixely obrázku o rozměrech 256×256 jsou dány jako $x[k,l] = 128 + 127\cos(\frac{2\pi}{256}k)$. ~~vodorovně~~ svisle
Určete, které koeficienty $X[m,n]$ jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) budou nenulové. Věnujte se pouze koeficientům $X[m,n]$ pro $m < 128$ a $n < 128$. Pomůcka: k indexuje svisle, l vodorovně, m indexuje svislé obrazové frekvence, n indexuje vodorovné obrazové frekvence.

$X[0,0]$ a $X[1,0]$ .... viz A

Příklad 18 Proběhl zázam 10000 realizací náhodného procesu se spojitým časem. Pro čas $t = 1$ bylo 1000 z nich v intervalu $x \in [-4, \ -2]$. Určete, jakou hodnotu bude mít odhadnutá funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}(x,t)$ pro hodnoty z tohoto intervalu, např. pro $x = -3$.

$\hat{p}(-3,1) = \frac{1000}{10000 \cdot 2} = \underline{\underline{0{,}05}}$

Příklad 19 Nakreslete, jak bude vypadat distribuční funkce $F(x)$ pro náhodný signál s diskrétním časem, kde hodnota každého vzorku bude dána hodem kostkou. Považujte takový signál za stacionární, takže $F(x)$ nebude záviset na vzorku n.

viz A

Příklad 20 Napište v jazyce C kód pro vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[4]$. Signál je uložen v poli `float x[N]`, jeho délka je v `int N`.

$k=4$

viz A

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2015, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Koeficienty Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem jsou dány jako $c_k = \mathrm{sinc}(k\frac{2\pi}{10})$. Víme, že základní kruhová frekvence tohoto signálu je $\omega_1 = \frac{2\pi}{10}$ rad/s. Nakreslete signál $x(t)$ odpovídající těmto koeficientům.

viz A, D = 5

Příklad 2 Napište spektrální funkci stejnosměrného signálu: $x(t) = 5$.

$X(j\omega) =$ $10\pi\,\delta(\omega)$

Příklad 3 Argument spektrální funkce reálného signálu se spojitým časem $x(t)$ je nulový: $\arg X(j\omega) = 0$. Napište, jak bude vypadat argument zpožděného signálu: $y(t) = x(t - 0.5\,\mathrm{s})$

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $-0{,}5\,\omega$

Příklad 4 Diferenciální rovnice popisující lineární systém se spojitým časem je:

$$x(t) - 0.5\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.1\frac{dy(t)}{dt}$$

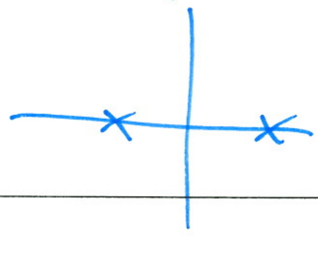
Určete přenosovou funkci systému.

viz A

$H(s) =$ $\dfrac{1 - 0{,}5s}{1 - 0{,}1s}$

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. $= \dfrac{1}{(s+1)(s-1)}$
Určete, zda je systém stabilní a krátce vysvětlete proč.

jeden pól v pravé části komplexní roviny
=> NENÍ stabilní.



D

Příklad 6 Určete, zda je systém, který se skládá z bloků "antialiasingový filtr", "ideální vzorkování", "ideální rekonstrukce" **lineární** a krátce vysvětlete proč.

viz A

....

Příklad 7 Ideální rekonstrukční filtr má kmitočtovou charakteristiku

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & \text{pro} \quad -\Omega_s/2 < \omega < \Omega_s/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases},$$

kde Ω_s je kruhová vzorkovací frekvence a T je vzorkovací perioda. Napište vztah pro impulsní odezvu tohoto filtru.

viz A

$h_r(t) =$ ....

Příklad 8 Napište hodnoty amplitudy C_1, normované kruhové frekvence ω_1 a počáteční fáze ϕ_1 diskrétní cosinusovky $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$, která bude odpovídat cosinusovce se spojitým časem $x(t) = 17\cos(8000\pi t + \frac{\pi}{2})$ vzorkované na vzorkovací frekvenci $F_s = 10000$ Hz.

$\omega_1 = \frac{8000\pi}{20000\pi}$

$C_1 =$ 17, $\omega_1 =$ 0,4 rad, $\phi_1 =$ $\frac{\pi}{2}$ rad

Příklad 9 Tabulka obsahuje hodnoty vzorků diskrétního signálu $x[n]$. Doplňte hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[\bmod_4(n-2)]$

n	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	0	3	1	2	-5	0	0	0	0
$y[n]$	1	2	-5	3	1	2	-5	3	1

Příklad 10 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskrétním časem:
$x_1[n] = 7e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{100}n}$, $x_2[n] = 7e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{100}n}$
Jejich součet $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ je cosinusovka s diskrétním časem. Zapište ji.

viz A

$x[n] =$ ....

D

Příklad 11 Diskrétní Fourierova transformace (DTFT) reálného diskrétního signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.1\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 5 + 4j$. Rozhodněte, zda je možné určit hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = 2.1\pi$ rad a pokud ano, hodnotu napište.

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = \tilde{X}(e^{j(\omega_1 + 2k\pi)})$

(periodicita)

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ ......$5+4j$......

Příklad 12 Je dána funkce pro výpočet n-tého vzorku na výstupu číslicového filtru. Nakreslete blokové schéma tohoto filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0;
  float y;
  y = xn + 0.3 * xn1 - 0.5 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return y;
}
```

viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = 0$, $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = +0.5j$, $p_2 = -0.5j$. Určete hodnotu modulu jeho kmitočtové charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{1.05} = 0.95$, $\frac{1}{1.25} = 0.80$, $\frac{1}{1.5} = 0.67$, $\frac{1}{1.75} = 0.57$,

viz A

$|H(e^{j\pi})| =$ ....

Příklad 14 Je dán diskrétní signál o délce $N = 4$ (viz tabulka). Spočítejte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	4	3	4

$X[0] =$ ......15......, $X[1] =$ ......1......, $X[2] =$ ......-1......, $X[3] =$ ......1......

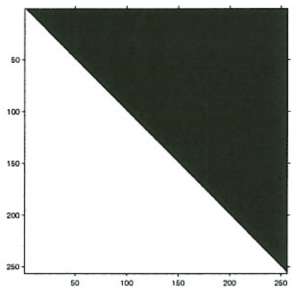
Příklad 15 Pro diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 4$ je hodnota 2. koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[2] = 4 + 5j$. Určete hodnotu 2. koeficientu DFT signálu $y[n]$, který vznikl z $x[n]$ kruhovým posunutím: $y[n] = R_4[n]x[\bmod_4(n-2)]$.

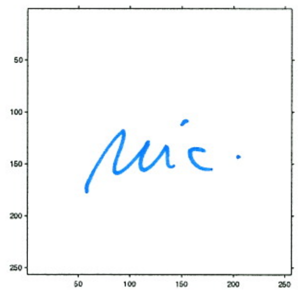
viz A

$Y[2] =$ ......$4+5j$......

D

Příklad 16 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) je: $h[k,l] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.





Příklad 17 Pixely obrázku o rozměrech 256×256 jsou dány jako $x[k,l] = 128 + 127\cos(\frac{2\pi}{256}l)$. vodorovně ~~svisle~~
Určete, které koeficienty $X[m,n]$ jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) budou nenulové. Věnujte se pouze koeficientům $X[m,n]$ pro $m < 128$ a $n < 128$. Pomůcka: k indexuje svisle, l vodorovně, m indexuje svislé obrazové frekvence, n indexuje vodorovné obrazové frekvence.

$X[0,0]$ a $X[0,1]$ .... viz A

Příklad 18 Proběhl zázam 10000 realizací náhodného procesu se spojitým časem. Pro čas $t = 1$ bylo 2000 z nich v intervalu $x \in [-4, \ -2]$. Určete, jakou hodnotu bude mít odhadnutá funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}(x,t)$ pro hodnoty z tohoto intervalu, např. pro $x = -3$.

$\hat{p}(-3,1) = \frac{2000}{10000 \cdot 2} = 0{,}1$

Příklad 19 Nakreslete, jak bude vypadat distribuční funkce $F(x)$ pro náhodný signál s diskrétním časem, kde hodnota každého vzorku bude dána hodem kostkou. Považujte takový signál za stacionární, takže $F(x)$ nebude záviset na vzorku n.

viz A

Příklad 20 Napište v jazyce C kód pro vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[5]$. Signál je uložen v poli `float x[N]`, jeho délka je v `int N`.

$k=5$

viz A