# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina A

Login: ....................... Příjmení a jméno: .................................................... Podpis: ...........................
(čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s},\ -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s},\ 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s},\ 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

---

**Příklad 2** Vypočtětě hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ na zadané kruhové frekvenci.
Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j\,13\pi) =$ ...............

---

**Příklad 3** Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 20\pi\delta(\omega)$
Nakreslete odpovídající signál.

---

**Příklad 4** Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = \cos(t)$
Určete, zda je systém kauzální.

Odpověď: ANO / NE

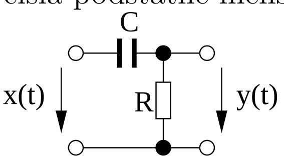
---

**Příklad 5** Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1\text{ms}$ se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 0.5\text{ ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ ms},\ 1\text{ ms}] \end{cases}$ Signál prochází dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2500\pi\text{ rad/s},\ 2500\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FŘ uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

$y(t) =$ .........................................................

---

**Příklad 6** Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1\ \Omega$ a $C = 1$ F. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezpomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.




$H(j200) =$..........................

---

**Příklad 7** Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+s}$
Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE.

---

**Příklad 8** Signál $x(t) = 6\sin(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s$=8000 Hz. Určete hodnoty zadaných vzorků

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | | | | |

---

**Příklad 9** Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci $F_s$ =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

---

**Příklad 10** Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 12\cos(0.01\pi n + \frac{\pi}{4})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] =$ ......................................................

**Příklad 11** Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\mod_N(n-4)]$

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 2 | 3 | 11 | -5 | 4 |
| $y[n]$ | | | | | |

---

**Příklad 12** Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = 1, \quad x[1] = 1$
a vyhodnoťe ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) =$ ..............................

---

**Příklad 13** Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) sudého reálného signálu ("sudý" znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

---

**Příklad 14** Vypočtětě hodnoty diskrétní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 7$

| $k$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $X[k]$ | | | | |

---

**Příklad 15** Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se $z^{-1}$) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

**Příklad 16** Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0.5, \quad p_1 = -0.5$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| =$ ..............................

---

**Příklad 17** Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.
$y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] + 0.2x[n-2]$

---

**Příklad 18** Určete střední výkon $P$ náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro} \quad g \in [-6, \quad 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

$P =$ ........................

---

**Příklad 19** Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, \ 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$.
Určete zadanou pravděpodobnost.

$P(\xi(t) \in [-1, \quad 1.5]) =$ ...........................

---

**Příklad 20** Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:

```
3    5    2    -1    1
```

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$R[1] =$....................

---