

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s}, 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s}, -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s}, 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s}, 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

Příklad 2 Vypočtete hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

na zadané kruhové frekvenci.

Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j9\pi) = \dots\dots\dots$

Příklad 3 Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$

Nakreslete odpovídající signál.

Příklad 4 Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = 2t$

Určete, zda je systém kauzální.

Odpověď: ANO / NE

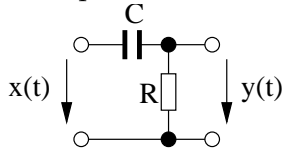
Příklad 5 Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1\text{ms}$ se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 0.5\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ms}, 1\text{ms}] \end{cases}$ Signál prochází

dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \omega \in [-2200\pi\text{ rad/s}, 2200\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FR uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

$y(t) = \dots\dots\dots$

Příklad 6 Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1 \Omega$ a $C = 1 \text{ F}$. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezapomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.



$H(j100) = \dots\dots\dots$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2 - s}$
 Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Signál $x(t) = 5 \cos(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8000 \text{ Hz}$. Určete hodnoty zadaných vzorků

n	0	1	2	3
$x[n]$				

Příklad 9 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci $F_s = 100 \text{ kHz}$ má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

Příklad 10 Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 6 \cos(0.01\pi n - \frac{\pi}{4})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] = \dots\dots\dots$

Příklad 11 Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\text{mod}_N(n-1)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$					

Příklad 12 Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskretním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = -1$, $x[1] = -1$ a vyhodnoťte ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) = \dots\dots\dots$

Příklad 13 Dokažte, že Fourierova transformace s diskretním časem (DTFT) sudého reálného signálu (“sudý” znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

Příklad 14 Vypočtěte hodnoty diskretní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 5$

k	0	1	2	3
$X[k]$				

Příklad 15 Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = -0.5$, $p_1 = 0.5$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

$$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = \dots\dots\dots$$

Příklad 17 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.

$$y[n] = x[n] - 0.5y[n - 1] + 0.2y[n - 2]$$

Příklad 18 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in [-6, 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

$$P = \dots\dots\dots$$

Příklad 19 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x - 1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$. Určete zadanou pravděpodobnost.

$$P(\xi(t) \in [0, 2]) = \dots\dots\dots$$

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:

3 5 2 -1 1

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$$R[2] = \dots\dots\dots$$
