# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 7.1.2016, skupina A

Login: ........................ Příjmení a jméno: ...................................................... Podpis: ............................
(čitelně!)

**Příklad 1** Je zadán diskrétní signál $x[n]$. Napište do tabulky hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[2-n]$. Nulové hodnoty psát nemusíte.

| $n$ | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | | | | | | | 9 | 8 | 7 | | | | |
| $y[n]$ | | | | | | | | | | | | | |

---

**Příklad 2** Je dána diskrétní cosinusovka $x[n] = 12\cos(0.01\pi n + \frac{\pi}{4})$
Určete její základní periodu $N_1$. Pokud to nejde, napište jasně "nejde".

$N_1 =$ ....................

---

**Příklad 3** Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} t & \text{pro } t \in [0, 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\qquad x_2(t) = \delta(t-1) + \delta(t-2) + \delta(t-3)$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

---

**Příklad 4** Napište první čtyři vzorky komplexní exponenciály $x[n] = \sqrt{2}e^{j\frac{3\pi}{4}}e^{j\frac{2\pi}{4}n}$
Komplexní čísla musí být zapsána ve složkovém tvaru. Doporučuji nakreslit si jako pomůcku komplexní rovinu.

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | | | | |

---

**Příklad 5** Signál se spojitým časem je směsí dvou cosinusovek: $x(t) = 12\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) + 6\cos(300\pi t + \frac{\pi}{2})$
Určete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady a jejich hodnoty.

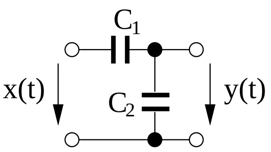
..................................................................................

**Příklad 6** Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} -2 & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Určete jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu v závislosti na kruhové frekvenci $\omega$.

---

**Příklad 7** Odvoďte přenosovou funkci $H(s)$ systému se spojitým časem na obrázku.
Pomůcka: hodnota proudu na kondenzátoru s kapacitou $C$ a napětím $u(t)$ je $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$.




$H(s) =$..........................

---

**Příklad 8** Signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1$ $\mu$s, výškou $D = 1$ a šířkou $\vartheta = 0.5$ $\mu$s. Signál je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ MHz. Pak je ideálně rekonstruován. Napište, zda bude výsledný signál přesně rovný $x(t)$ a pokud ne, nakreslete, jak bude zhruba vypadat a stručně popište proč.

---

**Příklad 9** Diskrétní signál o délce $N = 5$ byl kruhově posunutý podle tabulky. Napište vztah pro kruhové posunutí pomocí funkce modulo. Nezapomeňte na okénkovou funkci $R_5[n]$.

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 1 | 4 | 2 | 3 | 8 |
| $y[n]$ | 2 | 3 | 8 | 1 | 4 |

$y[n] =$ ..............................

---

**Příklad 10** Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $x_1[n]$ | 4 | 3 | 1 | 2 |
| $x_2[n]$ | 1 | 1 | 0 | 3 |
| $x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$ | | | | |

**Příklad 11** Diskrétní signál $x[n]$ má vzorek: $x[3] = 1$, ostatní jsou nulové. Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ tohoto signálu a nakreslete její modul a argument pro normované kruhové frekvence $\omega$ od nuly do $2\pi$.

**Příklad 12** Diskrétní signál má délku $N = 4$: $x[0] = 1, \quad x[1] = -1, \quad x[2] = 0, \quad x[3] = 3.$
Vypočtěte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[2] =$ ................

**Příklad 13** V tabulce jsou znázorněny hodnoty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N$, kde $N$ je sudé. Vyznačte, které hodnoty jsou reálné, které jsou komplexní a zda jsou mezi komplexními čísly nějaké vztahy a jaké.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X[0]$ | $X[1]$ | $\ldots$ | $X[\frac{N}{2}-1]$ | $X[\frac{N}{2}]$ | $X[\frac{N}{2}+1]$ | $\ldots$ | $X[N-1]$ |

**Příklad 14** Diskrétní Fourierova transformace signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 2, \quad X[1] = 1 - j, \quad X[2] = 0, \quad X[3] = 1 + j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o dva vzorky: $y[n] = R_4[n]\ x[\mathrm{mod}_4(n-2)]$.

$Y[1] =$ ...............

**Příklad 15** Odvoďte přenosovou funkci číslicového filtru $H(z)$ z jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] + 0.2y[n-2]$

$H(z) =$...............................

**Příklad 16** Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0, \quad p_1 = 0.99$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = 0$ a přibližně nakreslete, jak bude vypadat jeho průběh od $\omega = 0$ do $\omega = \pi$.

$|H(e^{j0})| =$...................

---

**Příklad 17** Určete polohy pólů pro číslicový filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.64z^{-2}}$
Pomůcka: budete-li potřebovat řešit kvadratickou rovnici $ax^2+bx+c = 0$, její řešení jsou $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

$p_1 =$ ............ $p_2 =$ ............

---

**Příklad 18** Pro náhodný signál proběhl velmi hrubý odhad jeho funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti ve dvou intervalech: pro $x \in [10,\ 20]$ je $p(x) = 0.04$, pro $x \in [20,\ 30]$ je $p(x) = 0.06$
Vypočtěte na základě této odhadnuté funkce hustoty střední hodnotu náhodného signálu.

$a =$................

---

**Příklad 19** Firma `8minutesleep.com` inzeruje bílé šumy na prodej, např. “Space Odyssey — Deep White Noise: The deep rumble of a spaceship’s engine is your constant companion on an interstellar voyage.”, zřejmě se tedy jedná o šum se zesílenými nízkými frekvenci, které simulují rachot v kosmické lodi. Slovní spojení “bílý šum” (white noise) není užito správně. Vysvětlete stručně proč.

---

**Příklad 20** Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:
`1 5 2 -1 1`
Proveďte vychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu $R[k]$. Pomůcka: U vychýleného odhadu probíhá normalizace pro všechny hodnoty $k$ pomocí plného počtu vzorků $N$.

$R[2] =$....................

---