Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 7.1.2016, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán diskrétní signál $x[n]$. Napište do tabulky hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[-3-n]$. Nulové hodnoty psát nemusíte.

n	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$							9	8	7				
$y[n]$													

Příklad 2 Je dána diskrétní cosinusovka $x[n] = 2\cos(0.01\pi n - \frac{\pi}{7})$
Určete její základní periodu N_1. Pokud to nejde, napište jasně "nejde".

$N_1 =$ ....

Příklad 3 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} t & \text{pro } t \in [0, 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \delta(t-1) + \delta(t-2)$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

Příklad 4 Napište první čtyři vzorky komplexní exponenciály $x[n] = \sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{2\pi}{4}n}$
Komplexní čísla musí být zapsána ve složkovém tvaru. Doporučuji nakreslit si jako pomůcku komplexní rovinu.

n	0	1	2	3
$x[n]$				

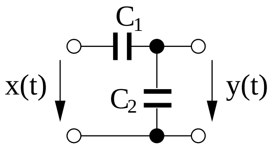
Příklad 5 Signál se spojitým časem je směsí dvou cosinusovek: $x(t) = 8\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) + 6\cos(300\pi t + \frac{\pi}{4})$
Určete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady a jejich hodnoty.

....

Příklad 6 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} -10 & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Určete jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu v závislosti na kruhové frekvenci ω.

Příklad 7 Odvoďte přenosovou funkci $H(s)$ systému se spojitým časem na obrázku.
Pomůcka: hodnota proudu na kondenzátoru s kapacitou C a napětím $u(t)$ je $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$.



$H(s) =$..........................

Příklad 8 Signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1$ μs, výškou $D = 1$ a šířkou $\vartheta = 0.5$ μs. Signál je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ MHz. Pak je ideálně rekonstruován. Napište, zda bude výsledný signál přesně rovný $x(t)$ a pokud ne, nakreslete, jak bude zhruba vypadat a stručně popište proč.

Příklad 9 Diskrétní signál o délce $N = 5$ byl kruhově posunutý podle tabulky. Napište vztah pro kruhové posunutí pomocí funkce modulo. Nezapomeňte na okénkovou funkci $R_5[n]$.

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	1	4	2	3	8
$y[n]$	8	1	4	2	3

$y[n] =$ ....

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	-1	0	3
$x_1[n]$ (N) $x_2[n]$				

Příklad 11 Diskrétní signál $x[n]$ má vzorek: $x[4] = 1$, ostatní jsou nulové. Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ tohoto signálu a nakreslete její modul a argument pro normované kruhové frekvence ω od nuly do 2π.

Příklad 12 Diskrétní signál má délku $N = 4$: $x[0] = 1$, $x[1] = -1$, $x[2] = 0$, $x[3] = 3$.
Vypočtěte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[1] =$ ....

Příklad 13 V tabulce jsou znázorněny hodnoty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce N, kde N je sudé. Vyznačte, které hodnoty jsou reálné, které jsou komplexní a zda jsou mezi komplexními čísly nějaké vztahy a jaké.

$X[0]$	$X[1]$	$\ldots$	$X[\frac{N}{2}-1]$	$X[\frac{N}{2}]$	$X[\frac{N}{2}+1]$	$\ldots$	$X[N-1]$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 7$, $X[1] = 1 - j$, $X[2] = 0$, $X[3] = 1 + j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o dva vzorky: $y[n] = R_4[n]\ x[\mathrm{mod}_4(n-2)]$.

$Y[1] =$ ....

Příklad 15 Odvoďte přenosovou funkci číslicového filtru $H(z)$ z jeho diferenční rovnice:
$y[n] = x[n] + 0.5y[n-1] - 0.1y[n-2]$

$H(z) =$...............................

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0, \quad p_1 = 0.99$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = 0$ a přibližně nakreslete, jak bude vypadat jeho průběh od $\omega = 0$ do $\omega = \pi$.

$|H(e^{j0})| =$...................

Příklad 17 Určete polohy pólů pro číslicový filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$
Pomůcka: budete-li potřebovat řešit kvadratickou rovnici $ax^2+bx+c=0$, její řešení jsou $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

$p_1 =$ .... $p_2 =$ ....

Příklad 18 Pro náhodný signál proběhl velmi hrubý odhad jeho funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti ve dvou intervalech: pro $x \in [10,\ 20]$ je $p(x) = 0.01$, pro $x \in [20,\ 30]$ je $p(x) = 0.09$
Vypočtěte na základě této odhadnuté funkce hustoty střední hodnotu náhodného signálu.

$a =$................

Příklad 19 Firma `8minutesleep.com` inzeruje bílé šumy na prodej, např. "Space Odyssey — Deep White Noise: The deep rumble of a spaceship's engine is your constant companion on an interstellar voyage.", zřejmě se tedy jedná o šum se zesílenými nízkými frekvenci, které simulují rachot v kosmické lodi. Slovní spojení "bílý šum" (white noise) není užito správně. Vysvětlete stručně proč.

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:
`1    5    2    -1    1`
Proveďte vychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu $R[k]$. Pomůcka: U vychýleného odhadu probíhá normalizace pro všechny hodnoty k pomocí plného počtu vzorků N.

$R[4] =$....................
