

# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 12.1.2017, skupina A

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Určete střední výkon periodického signálu se spojitým časem s periodou  $T_1 = 4$  s. Jedna perioda je dána jako

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } 0 \leq t < 1\text{s} \\ 1 & \text{pro } 1\text{s} \leq t < 2\text{s} \\ 10 & \text{pro } 2\text{s} \leq t < 3\text{s} \\ 0 & \text{pro } 3\text{s} \leq t < 4\text{s} \end{cases}$$

$P_s = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 2** Ve 2D-signálu (obrázku) o rozměrech  $256 \times 256$  pixelů má pixel  $x[0, 0]$  hodnotu 3, všechny ostatní jsou nulové. Určete hodnoty všech koeficientů jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace  $X[m, n]$  pro  $m \in 0 \dots 255$  a  $n \in 0 \dots 255$

---

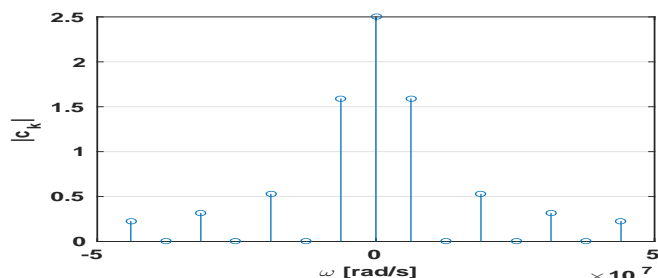
**Příklad 3** Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem:  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ .

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -0.5 \leq t \leq 0.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \begin{cases} -1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

---

**Příklad 4** Na obrázku jsou moduly koeficientů Fourierovy řady (FŘ) signálu  $x(t)$ . Do stejného obrázku nakreslete moduly koeficientů FŘ signálu  $y(t) = x(t - 1 \text{ ms})$ .



**Příklad 5** Spektrální funkce signálu  $x(t)$  je  $X(j\omega) = \begin{cases} 50 & \text{pro } -5000 \leq \omega \leq 5000 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište a nakreslete spektrální funkci  $Y(j\omega)$  signálu  $y(t) = x(\frac{t}{5})$ .

---

**Příklad 6** Signál je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci  $F_s = 32$  kHz. Napište vztah pro impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru  $h_r(t)$  a nakreslete ji.

$h_r(t) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 7** Systém se spojitým časem je popsán diferenciální rovnicí  $RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$ , kde  $x(t)$  je vstup a  $y(t)$  je výstup. Napište přenosovou funkci systému  $H(s)$ .

$H(s) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 8** Přenosová funkce systému se spojitým časem má nulový bod  $n_1 = 0$ , dva komplexně sdružené nulové body a dva komplexně sdružené póly:

$n_{2,3} = \pm 4000j, \quad p_{1,2} = -10 \pm 2000j.$

Nakreslete přibližně modulovou frekvenční charakteristiku  $|H(j\omega)|$  pro kruhové frekvence  $\omega \in [0, 15000]$  rad/s.

**Příklad 9** Vypočtěte a do tabulky запиšte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskretním časem o délce  $N = 4$ :

$n$	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	0	1
$x_1[n] \otimes x_2[n]$				

**Příklad 10** Hodnoty dvou vzorků signálu s diskretním časem  $x[n]$  jsou:  $x[0] = 1, \quad x[1] = -1$ , ostatní jsou nulové. Vypočtěte hodnotu Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega})$  tohoto signálu pro kruhovou frekvenci  $\omega = 3\pi$  rad/s.

$\tilde{X}(e^{j3\pi}) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 11** Provádíme výpočet spektra pomocí diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Počet vzorků je  $N = 256$ , vzorkovací frekvence je  $F_s = 64$  kHz. Zajímá nás frekvence 31 kHz. Který koeficient  $X[k]$  budeme zobrazovat ?

$k = \dots\dots\dots$

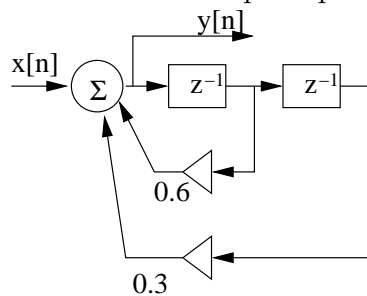
**Příklad 12** Diskrétní signál  $x[n]$  má délku  $N = 8$  vzorků. Hodnoty jsou následující:  $x[n]=1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$ . Známe hodnotu koeficientu jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT):  $X[2] = 1 + j$ . Určete hodnotu koeficientu DFT  $Y[2]$  signálu  $y[n]$ , který je kruhově posunutou verzí signálu  $x[n]$ :  $y[n]=0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0$ .

$Y[2] = \dots\dots\dots$

**Příklad 13** Diskrétní signál  $x[n]$  má délku  $N = 8$  vzorků. Jeho hodnoty jsou  $x[0] = 1$ ,  $x[1] = \sqrt{2}$ ,  $x[7] = \sqrt{2}$ , ostatní jsou nulové. Spočítejte koeficient  $X[2]$  diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

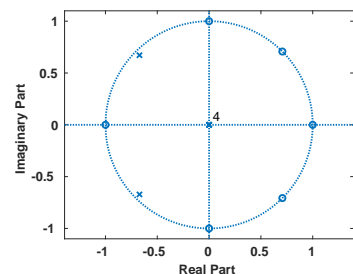
$X[2] = \dots\dots\dots$

**Příklad 14** Napište přenosovou funkci IIR filtru podle schématu.



$H(z) = \dots\dots\dots$

**Příklad 15** Na obrázku je rozložení nulových bodů a pólů číslicového filtru. Číslo 4 v počátku značí, že se jedná o čtyřnásobný pól. Nakreslete přibližně modulovou frekvenční charakteristiku  $|H(e^{j\omega})|$  pro normované kruhové frekvence  $\omega \in [0, \pi]$  rad.



**Příklad 16** Máte k dispozici záznam  $\Omega = 10^6$  šachových partií. Popište, jak odhadnete sdruženou pravděpodobnost toho, že v té samé partii jel v 5. tahu bílý pěšcem a v 7. tahu černý věží.

**Příklad 17** V tabulce jsou hodnoty vzorku  $n = 7$  náhodného signálu pro  $\Omega = 10$  realizací:

$\omega$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	0.53	1.83	-2.25	0.86	0.31	-1.30	-0.43	0.34	3.57	2.76

Proveďte souborový odhad distribuční funkce  $F(x, 7)$  a nakreslete ji.

**Příklad 18** Na  $\Omega = 4000$  realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi časy  $n_1$  a  $n_2$ . Spočítejte korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$ . Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty  $x_1$  a  $x_2$  při numerickém výpočtu integrálu  $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$  použijte středy intervalů v tabulce.

intervaly $x_1$	intervaly $x_2$			
	[-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	0	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	2000

$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$

**Příklad 19** V jazyce C máte v poli  $Xr$  o velikosti  $N/2+1$  uložené hodnoty reálné složky diskrétní Fourierovy transformace pro  $k = 0 \dots \frac{N}{2}$  a v poli  $Xi$  o stejné velikosti imaginární složky diskrétní Fourierovy transformace pro  $k = 0 \dots \frac{N}{2}$ . Napište kód pro odhad spektrální hustoty výkonu, výsledek nechte v poli PSD o stejné velikosti.

**Příklad 20** Korelační koeficienty náhodného signálu  $R[k]$  jsou:  $R[0] = 5$ ,  $R[1] = 1$ ,  $R[-1] = 1$ , ostatní jsou nulové. Určete, zda se jedná o bílý šum a svou odpověď zdůvodněte.

Bílý šum: ANO / NE, zdůvodnění: .....