Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 22.1.2019, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro} \quad 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(2t-1)$

Příklad 2 Signál s diskrétním časem má nenulových $N = 100$ vzorků: $x[n] = \begin{cases} -5 & \text{pro} \quad 0 \leq n \leq 49 \\ 2 & \text{pro} \quad 50 \leq n \leq 99 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Spočítejte jeho celkovou energii.

Příklad 3 Je dán signál se spojitým časem: sled Diracových impulsů $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$, s periodou $T_1 = 50$ ms. Vypočtěte hodnoty všech jeho nenulových koeficientů Fourierovy řady c_k a nakreslete jejich moduly c_k pro $k \in -5 \ldots 5$ na správné frekvence. Pomůcka: můžete využít vzorce pro výpočet koeficientů FŘ sledu obdélníkových impulsů $c_k = D\frac{\vartheta}{T_1}\text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1\right)$.

Příklad 4 Spektrální funkce signálu se spojitým časem $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 200\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Určete hodnotu spektrální funkce předběhnutého signálu:
$y(t) = x(t + \frac{1}{200})$ na téže kruhové frekvenci. Hodnotu napište **ve složkovém tvaru**.

$Y(j\omega_1) =$..............

Příklad 5 Obdélníkový impuls se spojitým časem je dán jako $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -1 \text{ ms} \leq t \leq 1 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtětě jeho spektrální funkci a nakreslete její modulovou i argumentovou část v závislosti na kruhové frekvenci ω (do dvou obrázků). Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách.

Příklad 6 Napište matematicky i krátce slovně, jaký je vztah mezi impulsní odezvou $h(t)$ systému se spojitým časem a kmitočtovou charakteristikou $H(j\omega)$ tohoto systému.

Příklad 7 Přenosová funkce $H(s)$ systému se spojitým časem má dva nulové body: $n_1 = 0, \quad n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -2 + 1000j, \quad p_2 = -2 - 1000j$. Určete modul i argument kmitočtové charakteristiky $H(j\omega)$ tohoto systému pro frekvenci $\omega_1 = 1000$ rad/s.

$|H(j1000)|$ =................, $\arg H(j1000)$ = ... rad.

Příklad 8 Obdélníkový impuls se spojitým časem je dán jako $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -2 \text{ ms} \leq t \leq 2 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Uveďte, jaká je minimální vzorkovací frekvence $F_{s_{min}}$ pro jeho ideální vzorkování a ideální rekonstrukci.

$F_{s_{min}}$ =............. Hz

Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	0	1	0
$x_2[n]$	1	-1	0	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva vzorky nenulové: $x[1] = 5, \quad x[-1] = -5$, ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem $\tilde{X}(e^{j\omega})$ a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega \in -\pi \ldots \pi$. Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách. Pomůcka: $\sin\alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$.

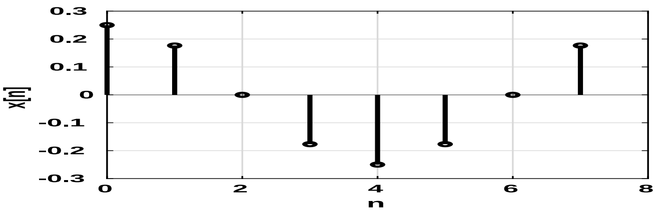
Příklad 11 V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou $N = 8$. Doplňte chybějící hodnoty.

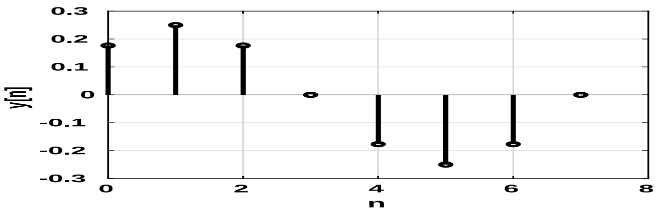
k	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\tilde{X}[k]$				5	-3	1+j	-2	1

Příklad 12 Diskrétní signál s délkou $N = 100$ má všechny vzorky stejné: $x[n] = 5$. Vypočtětě zadané koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

X[0] = ..., X[4] = ...,

Příklad 13 Signál $x[n]$ s diskrétním časem o délce $N = 8$ na obrázku byl kruhově posunut - viz druhý obrázek. První koeficient diskrétní Fourierovy transformace (DFT) signálu $x[n]$ má hodnotu $X[1] = 1$. Určete (ve složkovém tvaru) první koeficient DFT posunutého signálu.





$Y[1]$ =...............

Příklad 14 Impulsní odezva systému s diskrétním časem (neboli číslicového filtru), má pouze tři nenulové vzorky: $h[0] = 1, \quad h[1] = -0.5, \quad h[2] = 0.1$
Nakreslete schema tohoto filtru. Pomůcka: blok zpožďující o jeden vzorek (většinou značený z^{-1}) má pouze **jeden** výstup.

Příklad 15 Přenosová funkce $H(z)$ systému s diskrétním časem má dva nulové body: $n_1 = 0, \quad n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = 0.7j, \quad p_2 = -0.7j$.
Nakreslete průběh modulu jeho kmitočtové charakteristiky pro normované kruhové frekvence $\omega \in 0 \ldots \pi$ rad. Polohu maxima musíte určit přesně, hodnota maxima stačí pouze přibližně.

Příklad 16 Napište přenosovou funkci $H(z)$ systému s diskrétním časem z příkladu 15.

$H(z)$ =..................

Příklad 17 Stacionární signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti:

$$p(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro} \quad 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete jeho střední hodnotu.

a =.............

Příklad 18 Náhodný signál je bílý šum se středním výkonem P_s =5. Nakreslete průběh jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -30 do 30.

Příklad 19 Hodnoty cukernatosti sladu v pivovaru byly původně kvantovány na $b_1 = 8$ bitech. Dva vodiče bylo ale nutné využít na jiné věci (jeden pro zapínání ohřevu kotle, jeden pro buzení sládka), pro kvantování tedy zbylo pouze $b_2 = 6$ bitů. Uveďte, o kolik dB se zhoršil poměr signálu ke kvantovacímu šumu.

Příklad 20 Na obrázku je stacionární a ergodický diskrétní náhodný signál. Kladné vzorky mohou nabývat hodnoty od 0.5 do 1.5, záporné vzorky od -1.5 do -0.5. Vzorky jsou nekorelované, vzorek $x[n]$ tedy nezávisí na žádném jiném. Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu x_1 vodorovně, x_2 svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky).