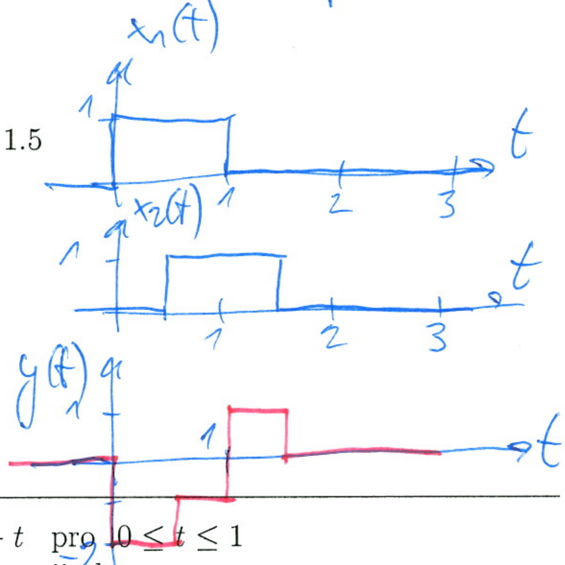
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref. ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

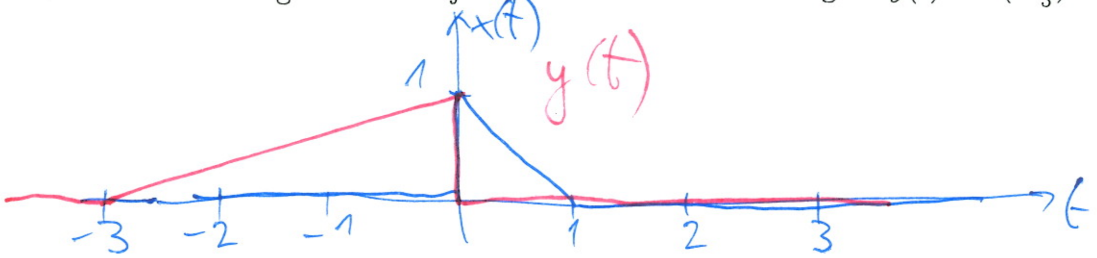
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0.5 \leq t \leq 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich lineární kombinaci $y(t) = -2x_1(t) + x_2(t)$.



Příklad 2 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-\frac{t}{3})$.

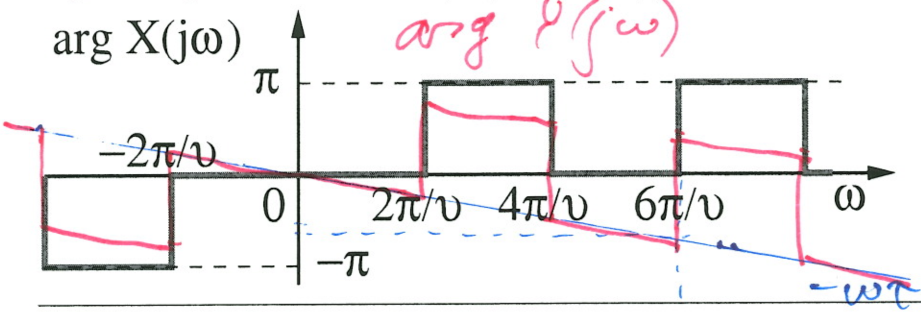


Příklad 3 Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_{-1} = \frac{1}{2}$, $c_3 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-3} = 2e^{-j\frac{\pi}{4}}$.
Napište odpovídající signál $x(t)$. V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

cos má dvojnásobnou amplitudu, fázi jako u kladného koeficientu a ω_1 se násobí indexem kladného koeficientu.

$x(t) =$ $\cos(1000\pi t) + 4\cos(3000\pi t + \frac{\pi}{4})$

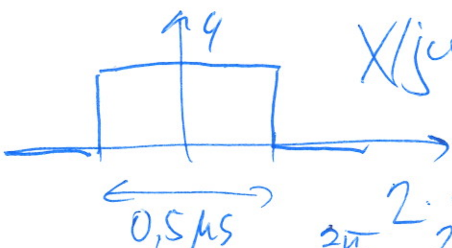
Příklad 4 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$. τ



$\arg Y(j\omega) = \arg X(j\omega) - \omega\tau =$
$= \arg X(j\omega) - \omega\frac{\vartheta}{10}$

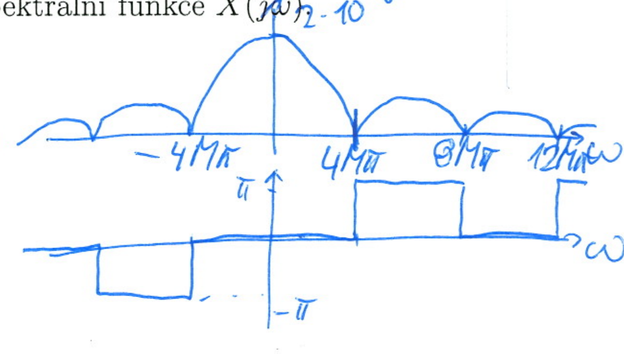
pro $\omega = \frac{6\pi}{\vartheta}$ je to $-\frac{6\pi}{\vartheta} \cdot \frac{\vartheta}{10} = -0{,}6\pi$

Příklad 5 Signál $x(t)$ se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce $D = 4$, a šířce $\vartheta = 0.5\ \mu$s, centrovaný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.



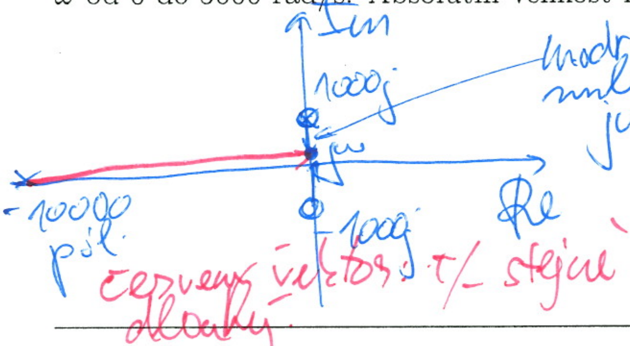
$X(j\omega) = D\vartheta\, \mathrm{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\omega\right) =$
$4 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}\, \mathrm{sinc}(0{,}25 \cdot 10^{-6}\omega)$
$2 \cdot 10^{-6}\, \mathrm{sinc}(0{,}25 \cdot 10^{-6}\omega)$

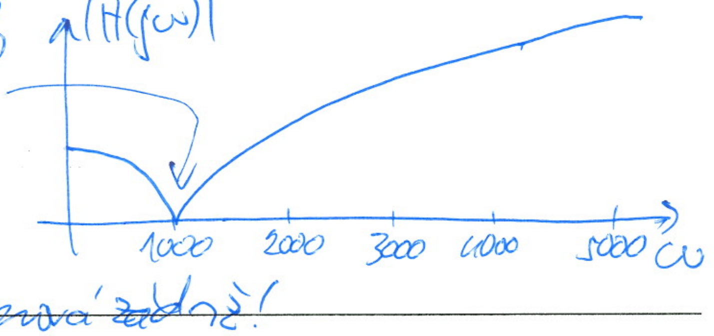
$\frac{2\pi}{\vartheta} = \frac{2\pi}{0{,}5 \cdot 10^{-6}} = 4\pi \cdot 10^6$ rad/s



A

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence ω od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.





Příklad 7 Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ (ω je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

1. možnost: $\tilde{X}(e^{j\omega})$ se počítá pomocí DTFT: $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$ pro $\omega + k2\pi$ libovolný násobek celé číslo.

$\tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)}) = \sum x[n] e^{-j(\omega+k2\pi)n} = \sum x[n] e^{-j\omega n} \cancel{e^{-jkn2\pi}} = 1$, můžeme škrtnout...

$= \sum x[n] e^{-j\omega n} = \tilde{X}(e^{j\omega})$ ■ dále viz B.

Příklad 8 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dva nenulové vzorky: $x[1] = 5$, $x[2] = 5$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} = 5 \cdot e^{-j1\frac{\pi}{2}} + 5 \cdot e^{-j2\frac{\pi}{2}} = 5(-j) + 5(-1) =$$

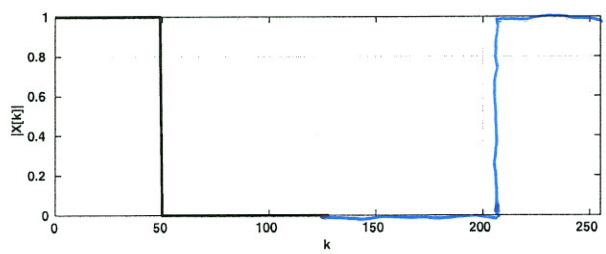
$$= \underline{-5 - 5j}$$

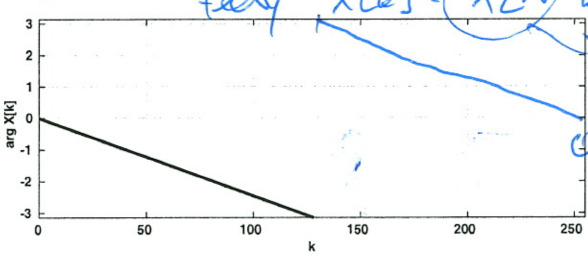
Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 128$ vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmem, jak budeme postupovat.

1. protáhneme signál $x[n]$ na 2048 vzorků, nové vzorky naplníme nulami (zero padding).
2. spočítáme DFT (pomocí FFT) ⇒ 2048 bodů ve spektru.
3. Vybereme prvních 1024 bodů, vygenerujeme pělnou frekv. osu: $f = k\frac{F_s}{2048}$ a zobrazíme modul a argument.

Příklad 10 Na obrázcích je diskrétní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskrétního signálu o délce $N = 256$ vzorků. Dokreslete chybějící části pro k od 129 do 255.

tedy $X[k] = X^*[N-k]$ → stejný modul, opačná fáze





A

Příklad 11 Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskrétním.

1. možnost: na vstup v čase n / t reaguje v čase $< n$ / $< t$.

2. možnost: jeho impulsní odezva je nenulová pro časy $n < 0$, $t < 0$

Příklad 12 Číslicový filtr počítá výstupní vzorek $y[n]$ jako průměr vstupního vzorku $x[n]$ a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru $h[n]$ a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

$$h[n] = \left[\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5}\right]$$

+ další možnosti zápisu (tabulka, matematicky, ...)

konečná.

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru je dána: $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$ Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \pi$ rad.

$$= \frac{z^2+1}{z^2-0{,}81} = \frac{(z+j)(z-j)}{(z+0{,}9)(z-0{,}9)}$$

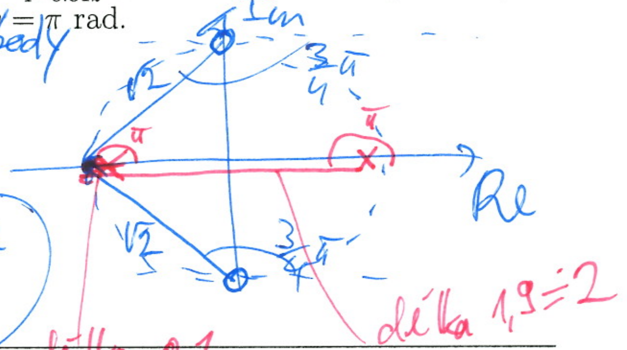
← nulové body

← póly

modul $= \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{0{,}1\cdot 2} = 10$

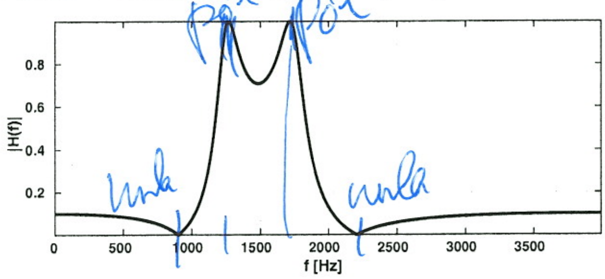
argument $= -\frac{3}{4}\pi + \frac{3}{4}\pi - \pi - \pi = -2\pi = 0$

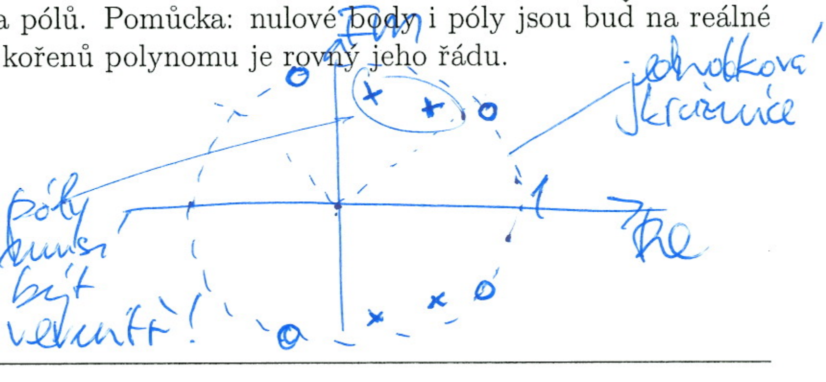
-2π je také O.K.



$|H(e^{j\pi})| =$ 10 $\qquad \arg H(e^{j\pi}) =$ 0

Příklad 14 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla $F_s = 8000$ Hz). Čitatel přenosové funkce filtru $B(z)$ i její jmenovatel $A(z)$ jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



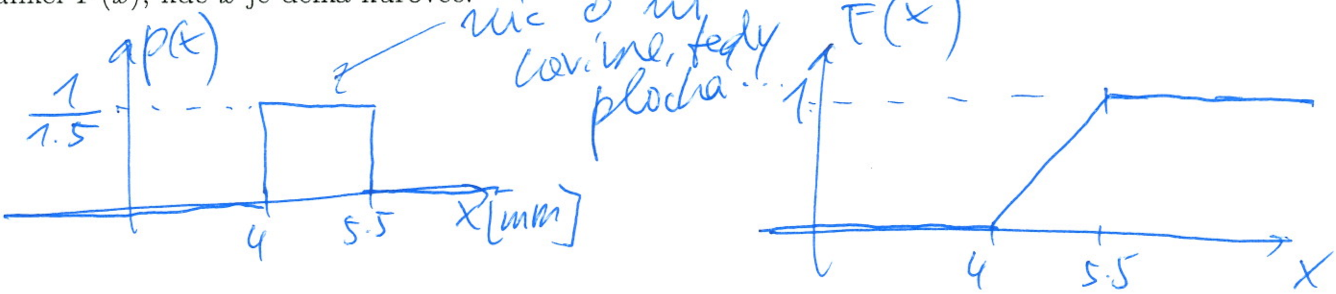


Příklad 15 Pole `ksi` v jazyce C má `Omega = 1000` řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s `N = 150` vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek $D[10]$. Můžete použít jen `+`, `-`, `*`, `/`, `^`, žádné statistické funkce.

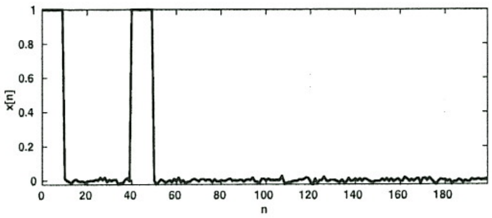
```
float accum = 0.0, D, mu;
int om;
for (om = 0; om < Omega; om++) {
  accum += ksi[om][10];
}
mu = accum/float(Omega);

accum = 0.0;
for (om = 0; om < Omega; om++) { accum += (ksi[om][10] -
  mu)^2;
}
D = accum/float(Omega);
```

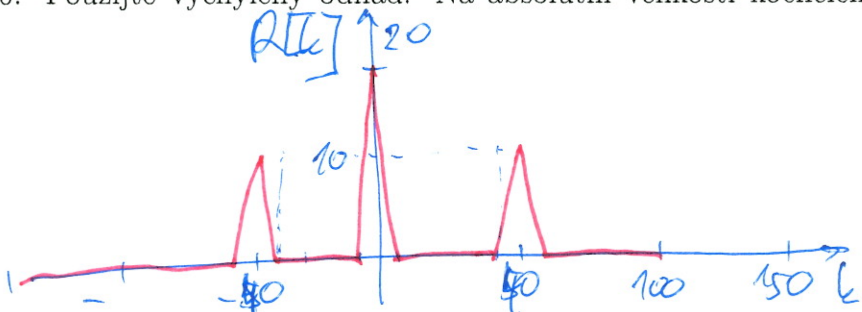
A

Příklad 16 Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobnější delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ a distribuční funkci $F(x)$, kde x je délka kůrovce.



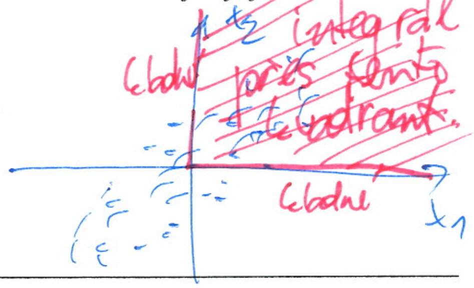
Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.





Příklad 18 Pro vzorky $\xi[n_1]$ a $\xi[n_2]$ náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

$$P_{oba\ kladné} = \int_0^\infty \int_0^\infty p(x_1, x_2, n_1, n_2)\, dx_1\, dx_2$$



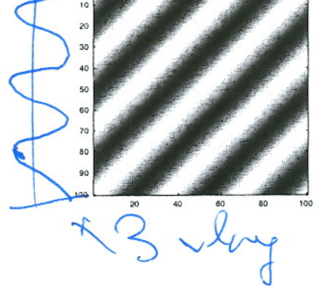
Příklad 19 Obrázek má mít rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

```
float x[100][100];
int k, l;
for (k=0; k<100; k++) {
    for (l=0; l<100; l++) {
        x[k][l] = 0.0; //černá...
    }
}

for (l=10; l<20; l++) {
    x[k][l] = 1.0; //bílé
}
```

... nebo jakkoliv jinak...

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.

ok, žádné symetrie...



3 vlny

nenulové: $X[0,0]$

$X[3,3]$

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref. ....

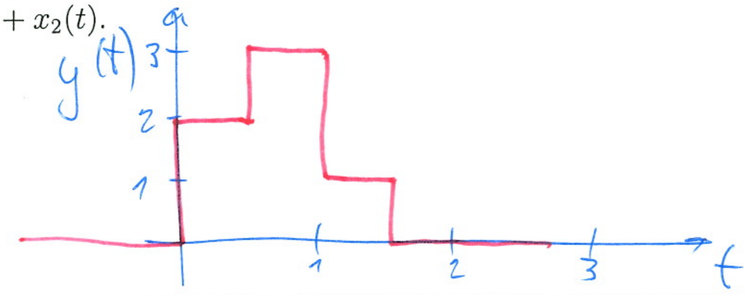
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0.5 \le t \le 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich lineární kombinaci $y(t) = 2x_1(t) + x_2(t)$.

viz A



Příklad 2 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-\frac{t}{3})$.

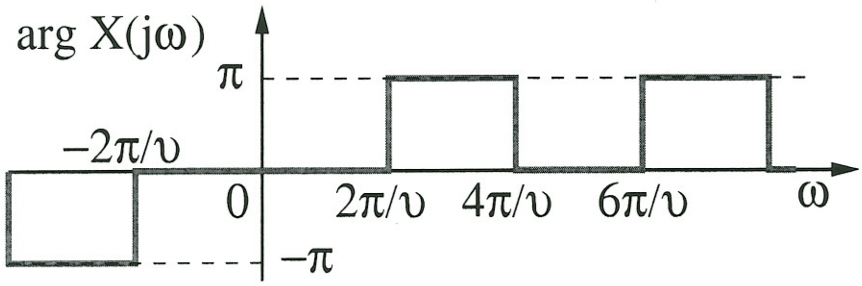
viz A

Příklad 3 Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = \frac{1}{4}$, $c_{-1} = \frac{1}{4}$, $c_3 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-3} = 2e^{-j\frac{\pi}{4}}$.
Napište odpovídající signál $x(t)$. V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

viz A

$x(t) = \frac{1}{2}\cos(1000\pi t) + 4\cos\left(3000\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Příklad 4 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$.

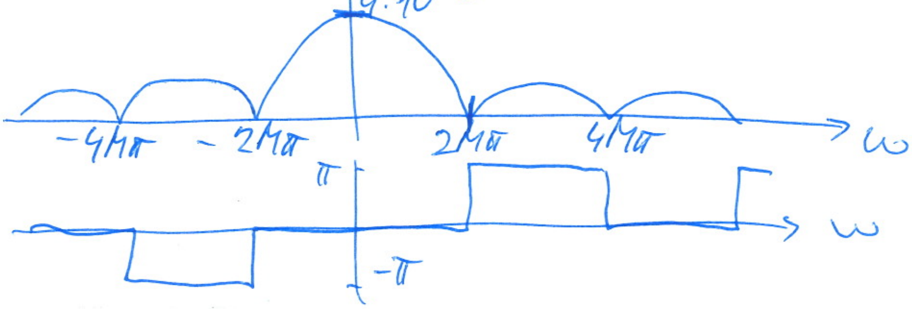


viz A

Příklad 5 Signál $x(t)$ se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce $D = 4$, a šířce $\vartheta = 1$ μs, centrovaný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.

viz A

$\frac{2\pi}{\vartheta} = 2 \cdot 10^6 \pi$



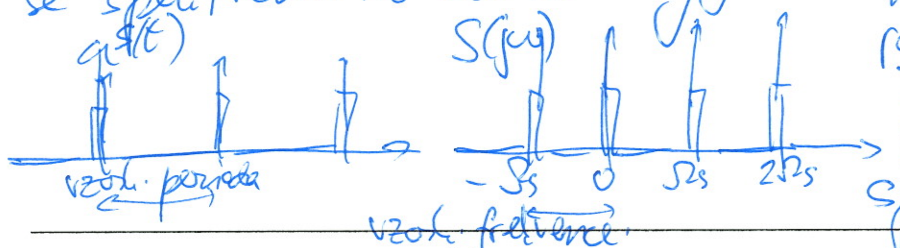
B

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence ω od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.

viz A

Příklad 7 Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ (ω je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

2. možnost: Spektrum disk. signálu je získáno konvolucí se spektrem vzorkovacího signálu. konvoluce s Dirac. impulsy rozkopíruje původní spektrum na každý násobek vzork. frekvence, spektrum bude tedy periodické!



Příklad 8 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dva nenulové vzorky: $x[1] = 5$, $x[2] = 5$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega = -\frac{\pi}{2}$ rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

viz A

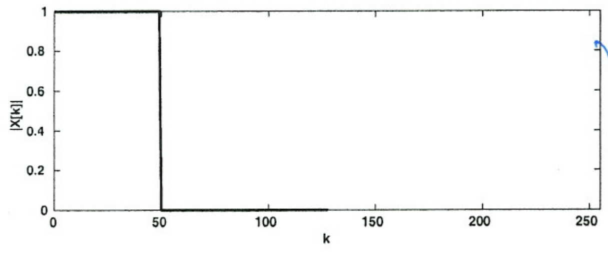
$$5 \cdot e^{-j1 \cdot (-\frac{\pi}{2})} + 5 \cdot e^{-j2(-\frac{\pi}{2})} = 5j + 5(-1) =$$

$$= \underline{\underline{-5 + 5j}}$$

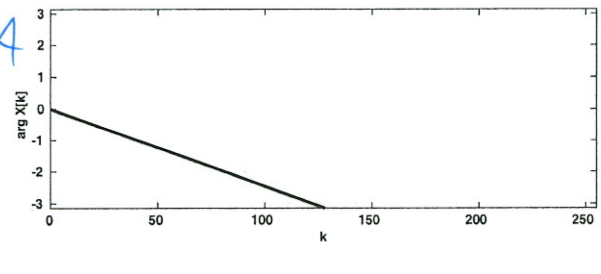
Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 128$ vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmem, jak budeme postupovat.

viz A

Příklad 10 Na obrázcích je diskrétní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskrétního signálu o délce $N = 256$ vzorků. Dokreslete chybějící části pro k od 129 do 255.



viz A



B

Příklad 11 Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskrétním.

viz A

Příklad 12 Číslicový filtr počítá výstupní vzorek $y[n]$ jako průměr vstupního vzorku $x[n]$ a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru $h[n]$ a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

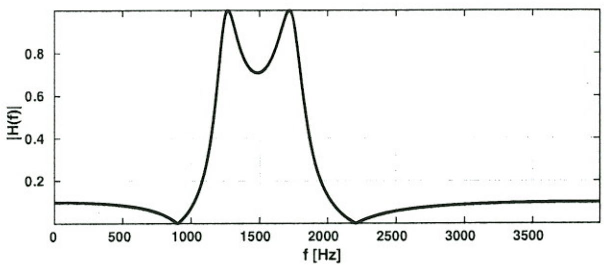
viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru je dána: $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$ Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \pi$ rad.

viz A

$|H(e^{j\pi})|$ =................ $\arg H(e^{j\pi})$ =................

Příklad 14 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla F_s = 8000 Hz). Čitatel přenosové funkce filtru $B(z)$ i její jmenovatel $A(z)$ jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



viz A

Příklad 15 Pole `ksi` v jazyce C má `Omega = 1000` řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s `N = 150` vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek $D[10]$. Můžete použít jen `+,-,*,/,^`, žádné statistické funkce.

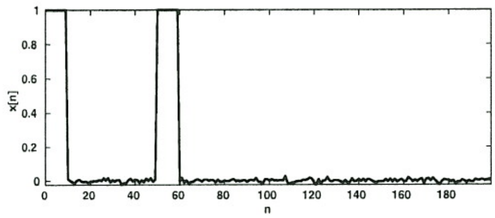
viz A

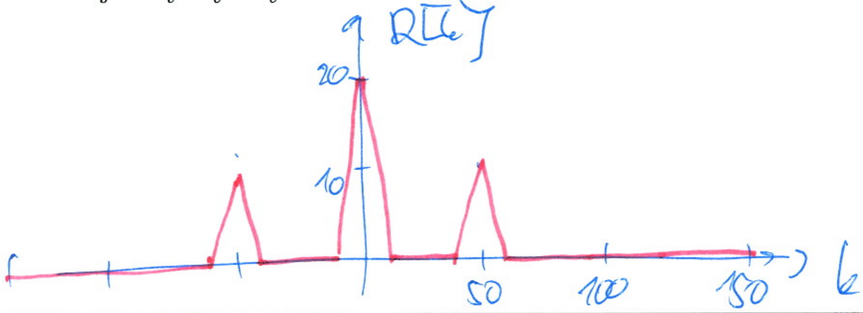
B

Příklad 16 Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobnější delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ a distribuční funkci $F(x)$, kde x je délka kůrovce.

viz A

Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.





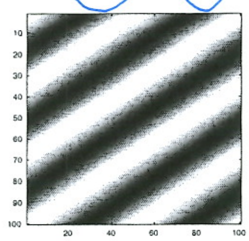
Příklad 18 Pro vzorky $\xi[n_1]$ a $\xi[n_2]$ náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

viz A

Příklad 19 Obrázek má mít rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

viz A

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.



viz A

$X[0,0]$
$X[3,2]$

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina C

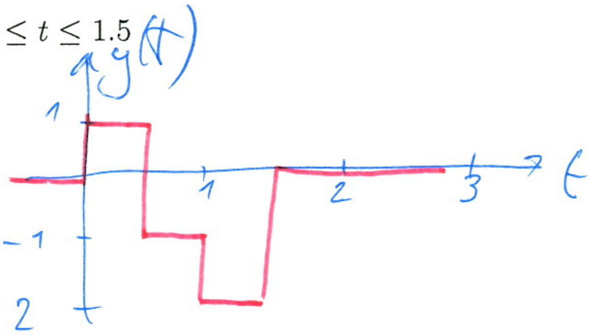
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref.

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0.5 \le t \le 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

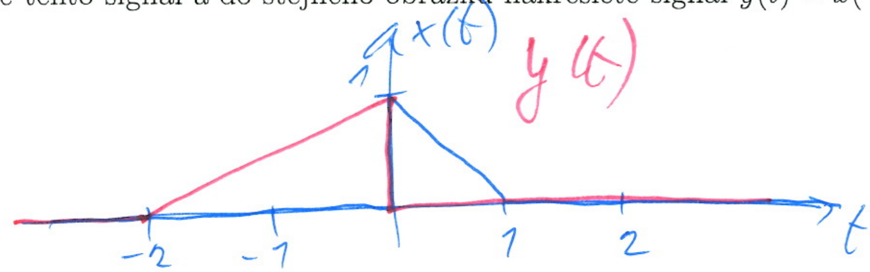
Nakreslete jejich lineární kombinaci $y(t) = x_1(t) - 2x_2(t)$.



viz A

Příklad 2 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-\frac{t}{2})$.



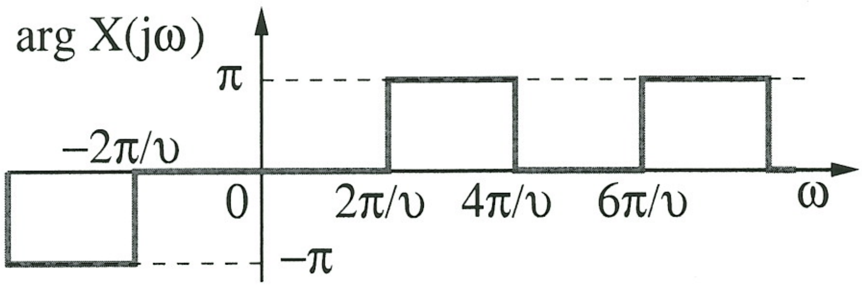
Příklad 3 Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-1} = 2e^{-j\frac{\pi}{4}}$, $c_3 = \frac{1}{4}$, $c_{-3} = \frac{1}{4}$.

Napište odpovídající signál $x(t)$. V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

viz A

$x(t) = 4\cos\left(1000\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}\cos\left(3000\pi t\right)$

Příklad 4 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$.

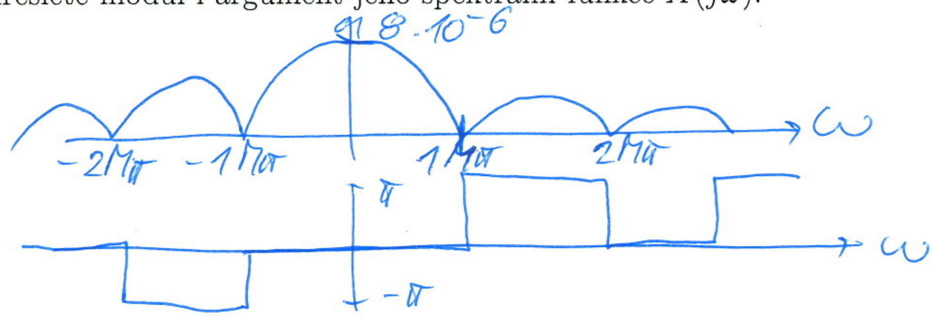


viz A

Příklad 5 Signál $x(t)$ se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce $D = 4$, a šířce $\vartheta = 2$ μs, centrovaný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.

viz A

$\frac{2\pi}{\vartheta} = 1 \cdot 10^6 \pi$



BC

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence ω od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.

viz A

Příklad 7 Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ (ω je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

viz A/B

Příklad 8 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dva nenulové vzorky: $x[1] = 5$, $x[2] = 5$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

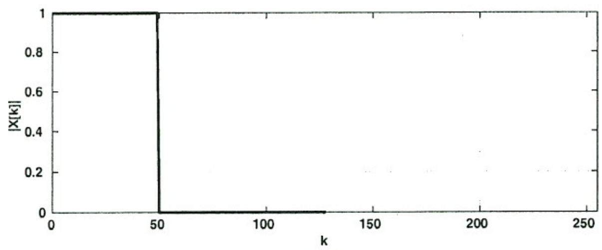
viz A

$$5\cdot e^{-j1\cdot\pi} + 5\cdot e^{-j2\pi} = 5\cdot(-1) + 5\cdot 1 =$$
$$= \underline{\underline{0}}$$

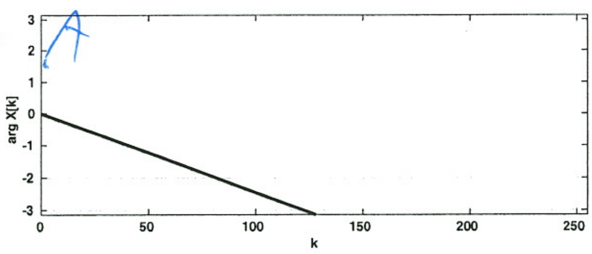
Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 128$ vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmem, jak budeme postupovat.

viz A

Příklad 10 Na obrázcích je diskrétní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskrétního signálu o délce $N = 256$ vzorků. Dokreslete chybějící části pro k od 129 do 255.



viz A



C

Příklad 11 Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskrétním.

viz A

Příklad 12 Číslicový filtr počítá výstupní vzorek $y[n]$ jako průměr vstupního vzorku $x[n]$ a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru $h[n]$ a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

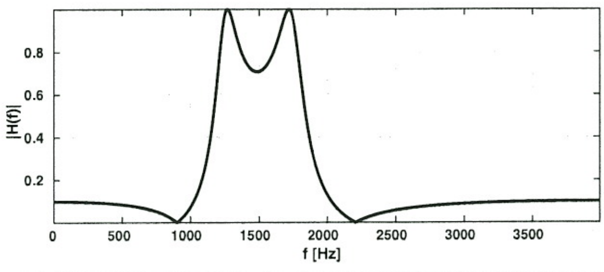
viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru je dána: $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$ Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \pi$ rad.

viz A

$|H(e^{j\pi})| =$................ $\arg H(e^{j\pi}) =$................

Příklad 14 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla $F_s = 8000$ Hz). Čitatel přenosové funkce filtru $B(z)$ i její jmenovatel $A(z)$ jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



viz A

Příklad 15 Pole `ksi` v jazyce C má `Omega = 1000` řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s `N = 150` vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek $D[10]$. Můžete použít jen `+`, `-`, `*`, `/`, `^`, žádné statistické funkce.

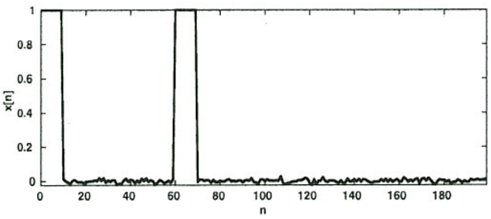
viz A

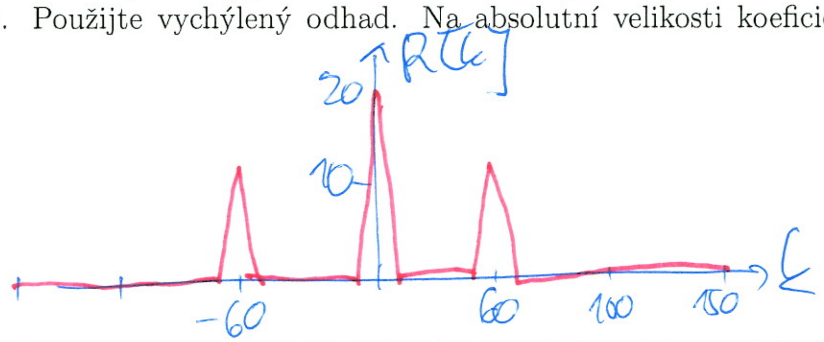
C

Příklad 16 Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobnější delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ a distribuční funkci $F(x)$, kde x je délka kůrovce.

viz A

Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.





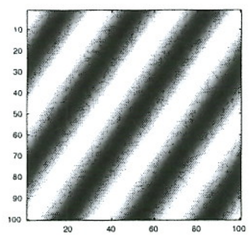
Příklad 18 Pro vzorky $\xi[n_1]$ a $\xi[n_2]$ náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

viz A

Příklad 19 Obrázek má mít rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

viz A

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.



viz A

$X[0,0]$

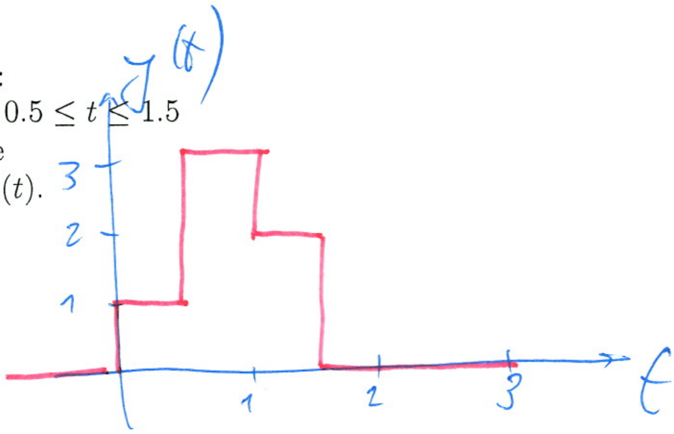
$X[2,3]$

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina D Ref.

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Jsou dány dva signály se spojitým časem:
$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0.5 \leq t \leq 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete jejich lineární kombinaci $y(t) = x_1(t) + 2x_2(t)$.

viz A



Příklad 2 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-\frac{t}{2})$.

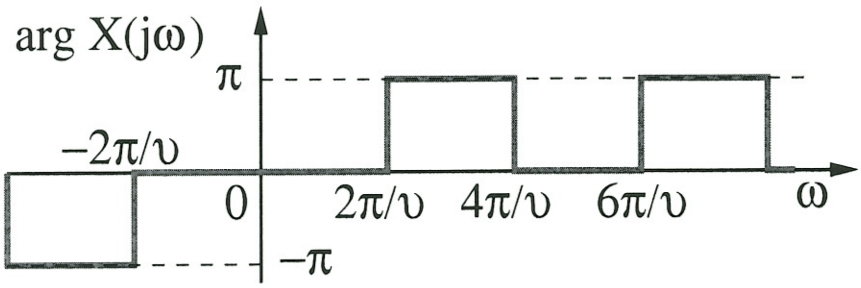
viz C

Příklad 3 Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = 3e^{j\frac{\pi}{3}}$, $c_{-1} = 3e^{-j\frac{\pi}{3}}$, $c_3 = \frac{1}{4}$, $c_{-3} = \frac{1}{4}$.
Napište odpovídající signál $x(t)$. V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

viz A

$x(t) = 6\cos\left(1000\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}\cos\left(3000\pi t\right)$

Příklad 4 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$.

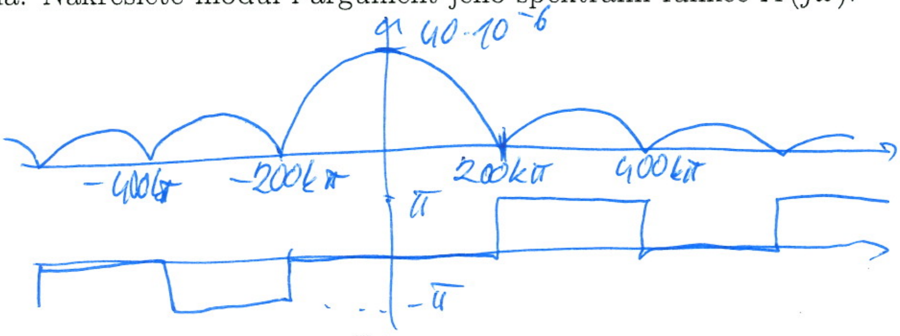


viz A

Příklad 5 Signál $x(t)$ se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce $D = 4$, a šířce $\vartheta = 10$ μs, centrovaný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.

viz A

$\frac{2\pi}{\vartheta} = 2 \cdot 10^5 \pi$



D

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$.
Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence ω od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.

viz A

Příklad 7 Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ (ω je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

viz A/B

Příklad 8 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dva nenulové vzorky: $x[1] = 5$, $x[2] = 5$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega = -\pi$ rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

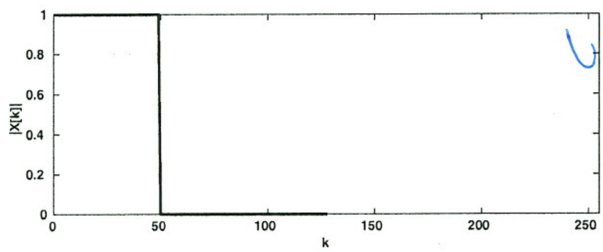
$$5\cdot e^{-j1(-\pi)} + 5e^{-j2(-\pi)} = 5(-1) + 5\cdot 1 =$$

$$= \underline{\underline{0}}$$

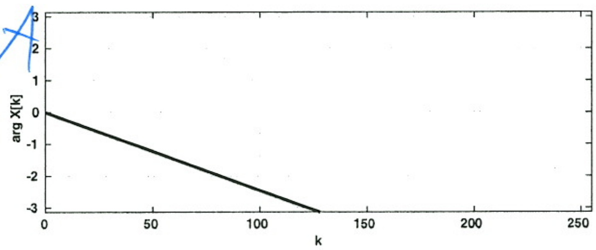
Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 128$ vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmem, jak budeme postupovat.

viz A

Příklad 10 Na obrázcích je diskrétní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskrétního signálu o délce $N = 256$ vzorků. Dokreslete chybějící části pro k od 129 do 255.



viz A



D

Příklad 11 Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskrétním.

viz A

Příklad 12 Číslicový filtr počítá výstupní vzorek $y[n]$ jako průměr vstupního vzorku $x[n]$ a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru $h[n]$ a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

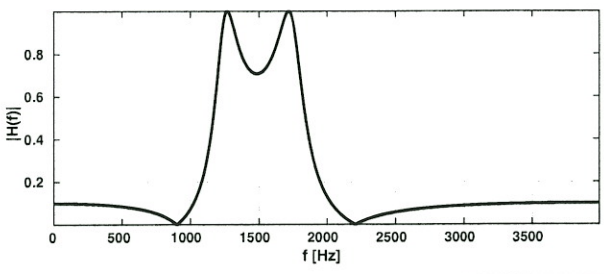
viz A

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru je dána: $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$ Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \pi$ rad.

viz A

$|H(e^{j\pi})| =$................ $\arg H(e^{j\pi}) =$................

Příklad 14 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla $F_s = 8000$ Hz). Čitatel přenosové funkce filtru $B(z)$ i její jmenovatel $A(z)$ jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



viz A

Příklad 15 Pole `ksi` v jazyce C má `Omega = 1000` řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s `N = 150` vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek $D[10]$. Můžete použít jen `+`,`-`,`*`,`/`,`^`, žádné statistické funkce.

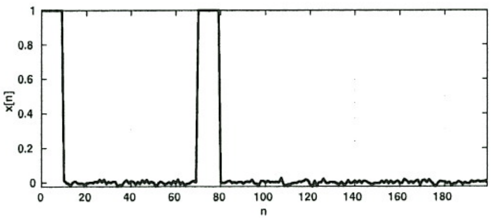
viz A

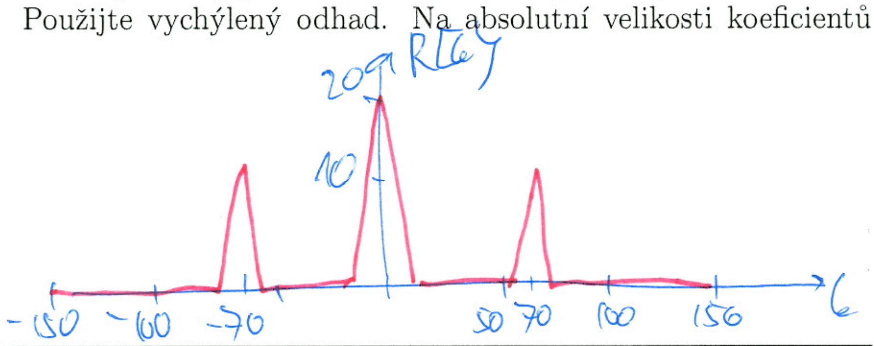
D

Příklad 16 Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobnější delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ a distribuční funkci $F(x)$, kde x je délka kůrovce.

viz A

Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.





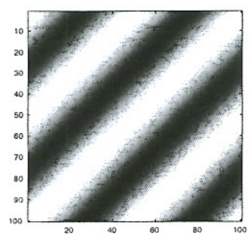
Příklad 18 Pro vzorky $\xi[n_1]$ a $\xi[n_2]$ náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

viz A

Příklad 19 Obrázek má mít rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

viz A

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.



viz A

$X[0,0]$

$X[2,2]$