Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0.5 \le t \le 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete jejich lineární kombinaci $y(t) = -2x_1(t) + x_2(t)$.

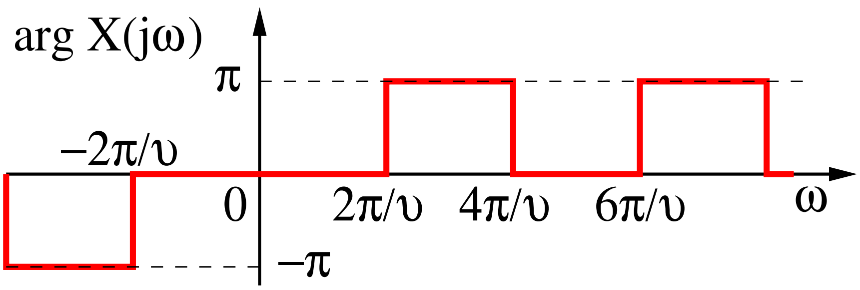
Příklad 2 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro} \;\; 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-\frac{t}{3})$.

Příklad 3 Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_{-1} = \frac{1}{2}$, $c_3 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-3} = 2e^{-j\frac{\pi}{4}}$.
Napište odpovídající signál $x(t)$. V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

$x(t) =$..

Příklad 4 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$.



Příklad 5 Signál $x(t)$ se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce $D = 4$, a šířce $\vartheta = 0.5$ μs, centrovaný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.

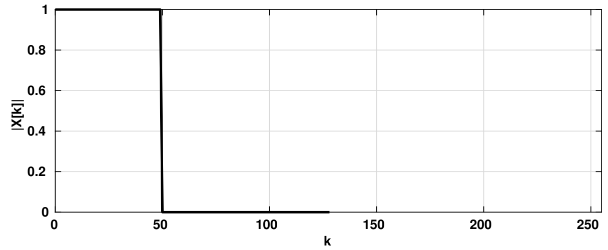
Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence ω od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.

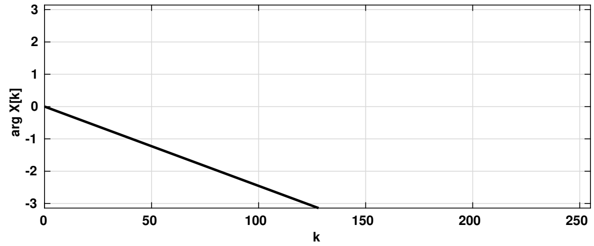
Příklad 7 Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ (ω je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

Příklad 8 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dva nenulové vzorky: $x[1] = 5$, $x[2] = 5$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 128$ vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmem, jak budeme postupovat.

Příklad 10 Na obrázcích je diskrétní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskrétního signálu o délce $N = 256$ vzorků. Dokreslete chybějící části pro k od 129 do 255.





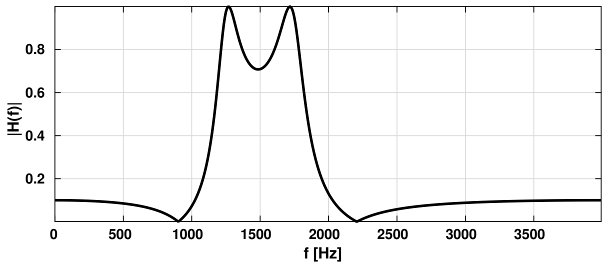
Příklad 11 Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskrétním.

Příklad 12 Číslicový filtr počítá výstupní vzorek $y[n]$ jako průměr vstupního vzorku $x[n]$ a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru $h[n]$ a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru je dána: $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$ Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \pi$ rad.

$|H(e^{j\pi})| =$................ $\quad$ $\arg H(e^{j\pi}) =$................

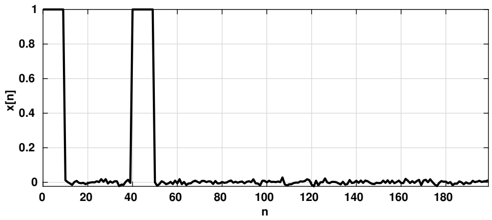
Příklad 14 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla $F_s = 8000$ Hz). Čitatel přenosové funkce filtru $B(z)$ i její jmenovatel $A(z)$ jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



Příklad 15 Pole `ksi` v jazyce C má `Omega = 1000` řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s `N = 150` vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek $D[10]$. Můžete použít jen `+,-,*,/,^`, žádné statistické funkce.

Příklad 16 Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobnější delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ a distribuční funkci $F(x)$, kde x je délka kůrovce.

Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.



Příklad 18 Pro vzorky $\xi[n_1]$ a $\xi[n_2]$ náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

Příklad 19 Obrázek má mít rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.