

# Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 20.1.2020, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0.5 \leq t \leq 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich lineární kombinaci  $y(t) = x_1(t) + 2x_2(t)$ .

---

**Příklad 2** Signál se spojitým časem je dán jako:  $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál  $y(t) = x(-\frac{t}{2})$ .

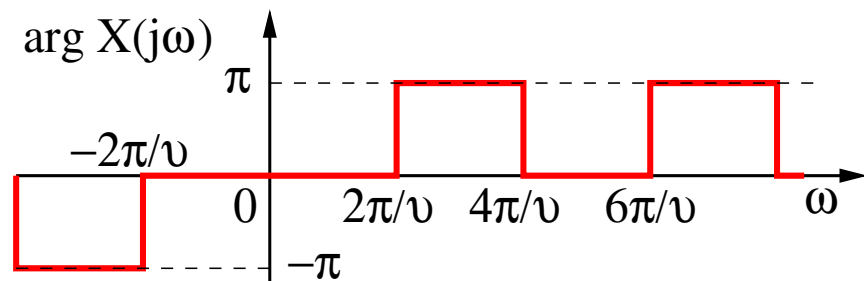
---

**Příklad 3** Periodický signál se spojitým časem má základní kruhovou frekvenci  $\omega_1 = 1000\pi$  rad/s a následující koeficienty Fourierovy řady:  $c_1 = 3e^{j\frac{\pi}{3}}$ ,  $c_{-1} = 3e^{-j\frac{\pi}{3}}$ ,  $c_3 = \frac{1}{4}$ ,  $c_{-3} = \frac{1}{4}$ .  
Napište odpovídající signál  $x(t)$ . V zápisu nesmí být použity komplexní koeficienty ani komplexní exponenciály.

$x(t) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 4** Na obrázku je argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  signálu  $x(t)$ . Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce  $Y(j\omega)$  signálu  $y(t)$ , který vznikl posunutím signálu  $x(t)$  takto:  $y(t) = x(t - \frac{\vartheta}{10})$ .



---

**Příklad 5** Signál  $x(t)$  se spojitým časem je obdélníkový impuls o výšce  $D = 4$ , a šířce  $\vartheta = 10 \mu\text{s}$ , centrováný okolo času nula. Nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce  $X(j\omega)$ .

**Příklad 6** Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána:  $H(s) = \frac{(s-1000j)(s+1000j)}{s+10000}$ . Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému  $|H(j\omega)|$  pro kruhové frekvence  $\omega$  od 0 do 5000 rad/s. Absolutní velikost není důležitá, záleží na tvaru.

---

**Příklad 7** Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce  $\tilde{X}(e^{j\omega})$  ( $\omega$  je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskretním časem  $x[n]$  je **periodická**.

---

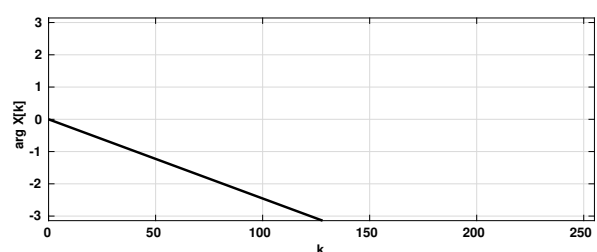
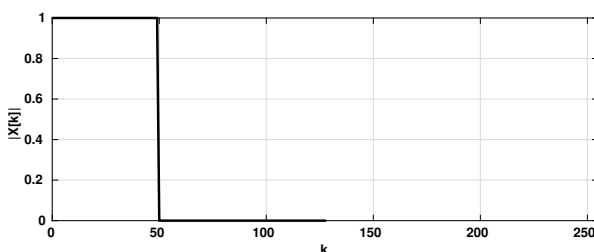
**Příklad 8** Diskrétní signál  $x[n]$  má pouze dva nenulové vzorky:  $x[1] = 5$ ,  $x[2] = 5$ . Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci  $\omega = -\pi$  rad. Výsledek zapište jako komplexní číslo v exponenciálním nebo složkovém tvaru.

---

**Příklad 9** Diskrétní signál  $x[n]$  má délku  $N = 128$  vzorků. Chceme spočítat a zobrazit jeho spektrum od frekvence 0 do poloviny vzorkovací frekvence, graf má mít 1024 bodů. Napište slovně, matematicky nebo pseudoalgoritmicky, jak budeme postupovat.

---

**Příklad 10** Na obrázcích je diskretní Fourierova transformace (modul a argument) reálného diskretního signálu o délce  $N = 256$  vzorků. Dokreslete chybějící části pro  $k$  od 129 do 255.



**Příklad 11** Uveďte, jak se pozná nekauzální systém. Můžete si vybrat, zda vysvětlíte na systému se spojitým časem nebo s diskretním.

---

**Příklad 12** Číslicový filtr počítá výstupní vzorek  $y[n]$  jako průměr vstupního vzorku  $x[n]$  a čtyř předcházejících vstupních vzorků. Napište impulsní odezvu filtru  $h[n]$  a uveďte, zda je konečná nebo nekonečná.

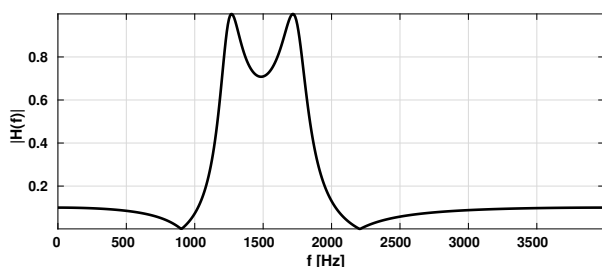
---

**Příklad 13** Přenosová funkce číslicového filtru je dána:  $H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1-0.81z^{-2}}$  Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci  $\omega = \pi$  rad.

$|H(e^{j\pi})| = \dots\dots\dots$        $\arg H(e^{j\pi}) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 14** Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru — pásmové propusti (vzorkovací frekvence byla  $F_s = 8000$  Hz). Čitatel přenosové funkce filtru  $B(z)$  i její jmenovatel  $A(z)$  jsou 4. řádu. Nakreslete polohu nulových bodů a pólů. Pomůcka: nulové body i póly jsou buď na reálné ose nebo v komplexně sdružených párech. Počet kořenů polynomu je rovný jeho řádu.



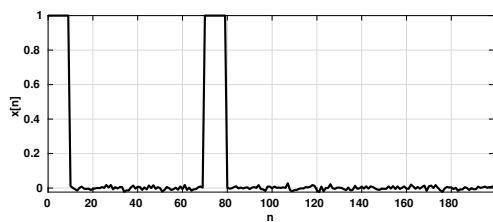
---

**Příklad 15** Pole ksi v jazyce C má  $\Omega_{\text{omega}} = 1000$  řádků, v každém z nich je jedna realizace náhodného signálu s  $N = 150$  vzorky. Napište kód pro souborový odhad rozptylu pro 10. vzorek  $D[10]$ . Můžete použít jen  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\wedge$ , žádné statistické funkce.

**Příklad 16** Kůrovec dorůstá délky 4 až 5.5 mm, žádné další informace (např. zda jsou pravděpodobněji delší nebo kratší kůrovci) nemáme. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x)$  a distribuční funkci  $F(x)$ , kde  $x$  je délka kůrovce.

---

**Příklad 17** Na obrázku je průběh náhodného signálu  $x[n]$ . Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.



---

**Příklad 18** Pro vzorky  $\xi[n_1]$  a  $\xi[n_2]$  náhodného signálu známe sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ . Jak spočítáme pravděpodobnost, že oba dva vzorky byly kladné? Stačí vymyslet vzorec, není potřeba psát, jak se bude numericky počítat.

---

**Příklad 19** Obrázek má mít rozměry  $K = 100$  řádků a  $L = 100$  sloupců. Napište kód v C pro generování černého obrázku se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů přes celou výšku obrázku, šířkově kdekoliv. Černé pixely mají hodnoty 0, bílé 1.

---

**Příklad 20** Obrázek má rozměry  $K = 100$  řádků a  $L = 100$  sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty  $X[m, n]$  jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro  $m$  i  $n$  se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být  $X[0, 0]$  nula.

