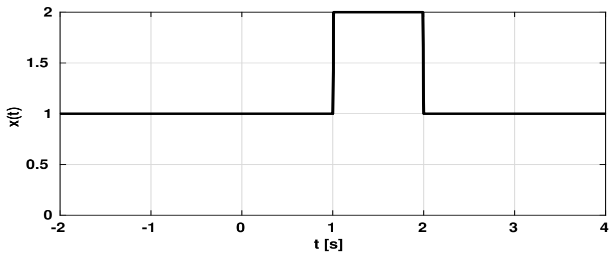
Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2020, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku signál $y(t) = x(t) - 1$.



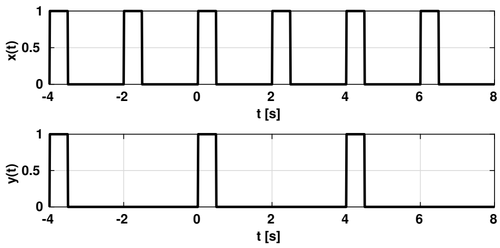
Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu $T_1 = 4$ ms. Jedna perioda je definována takto: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t < 1 \text{ ms} \\ -1 & \text{pro } 1 \text{ ms} \leq t < 4 \text{ ms} \end{cases}$. Určete jeho nultý koeficient Fourierovy řady.

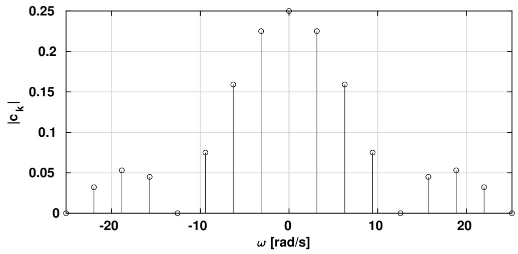
$c_0 =$...........

Příklad 3 Na podlaze se otáčí dětská hračka "káča" o poloměru 0.04 m, která má na okraji červený bod. Jedna otáčka trvá 0.1 s. Káča se zároveň pohybuje po kružnici o poloměru 0.5 m, jeden oběh trvá 5 s. Popište dráhu červeného bodu jako komplexní funkci času: $x(t)$. Podlahu pokládejte za komplexní rovinu, počáteční polohu a směr otáčení a oběhu neřešte, počátek zvolte tak, aby bylo řešení co nejjednodušší.

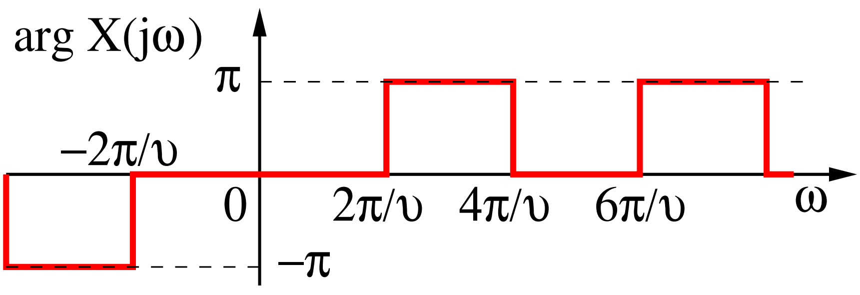
$x(t) =$...........................

Příklad 4 Na levém obrázku jsou periodické signály $x(t)$ a $y(t)$. Signál $y(t)$ má oproti $x(t)$ dvakrát větší periodu. Vpravo jsou moduly koeficientů Fourierovy řady signálu $x(t)$ na odpovídajících frekvencích. Nakreslete do stejného obrázku moduly koeficientů FŘ signálu $y(t)$, také na odpovídajících frekvencích





Příklad 5 Na obrázku je argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který vznikl posunutím signálu $x(t)$ takto: $y(t) = x(t + \frac{\vartheta}{10})$.



Příklad 6 Převeďte diferenciální rovnici systému se spojitým časem
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.1\frac{dx(t)}{dt} + 0.2x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$
na přenosovou funkci.

$H(s) =$ ....

Příklad 7 Nakreslete nebo matematicky zapište impulsní odezvu $h(t)$ libovolného **nekauzálního** systému se spojitým časem.

Příklad 8 Vzorkovací frekvence je F_s =100 kHz. Uveďte, jaká může být maximální frekvence obsažená ve spektru vzorkovaného signálu, pokud nemá docházet k aliasingu.

f_{max} =.......... kHz.

Příklad 9 Perioda periodického signálu s diskrétním časem $\tilde{x}[n]$ je $N = 10$ vzorků. Uveďte, jakou má tento signál základní frekvenci v Hz, pokud je vzorkovací frekvence F_s =8000 Hz.

f =........... Hz.

Příklad 10 Vztah pro Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) diskrétního signálu $x[n]$ je $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$. Odvoďte vztah pro získání DTFT signálu zpožděného o jeden vzorek: $y[n] = x[n-1]$ ze spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$.

$\tilde{Y}(e^{j\omega})$ =..................

Příklad 11 Periodický signál s diskrétním časem má periodu $N = 4$ vzorky. Pro $n = [0\ \ 1\ \ 2\ \ 3]$ jsou jeho hodnoty $x[n] = [1\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$. Vypočtěte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy řady (DFŘ)

$\tilde{X}[0] =$.......... $\tilde{X}[1] =$.......... $\tilde{X}[2] =$.......... $\tilde{X}[3] =$..........

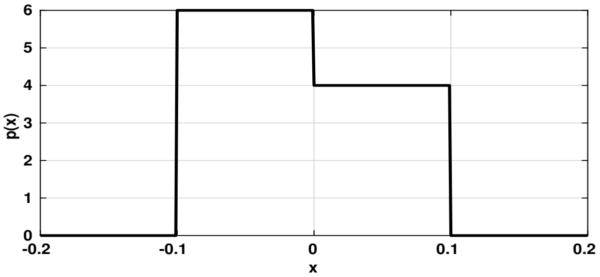
Příklad 12 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1-0.5z^{-1}+0.25z^{-2}}{1+0.81z^{-2}}$.
Napište jeho diferenční rovnici.

$y[n] =$ ....

Příklad 13 Pro číslicový filtr napište vztah mezi jeho impulsní odezvou $h[n]$ a frekvenční charakteristikou $H(e^{j\omega})$.

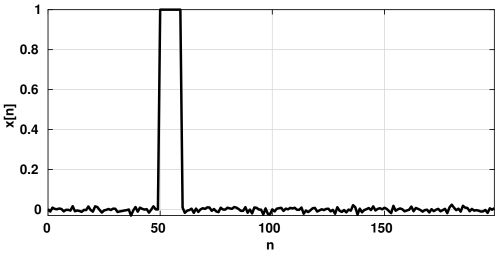
Příklad 14 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = 1 - z^{-1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto filtru $|H(e^{j\omega})|$ pro normované kruhové frekvence ω od 0 do π rad a určete typ filtru: dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť nebo pásmová zádrž.

Příklad 15 Průběh funkce hustoty pravděpodobnosti $p(x)$ stacionárního náhodného signálu je na obrázku. Vypočtěte na základě této funkce hustoty střední hodnotu náhodného signálu μ.



Příklad 16 Pole `x` v jazyce C má `N = 1000` prvků a obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód pro časový odhad rozptylu D. Můžete použít jen `+,-,*,/,^`, žádné statistické funkce.

Příklad 17 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.



Příklad 18 Rozestup kvantovaích hladin při kvantování je Δ. Pokud kvantujeme zaokrouhlením na nebližší hladinu ("round"), je střední výkon chyby kvantování $P_e = \frac{\Delta^2}{12}$. Odvoďte vztah pro výpočet středního výkonu chyby kvantování P_e pro případ, že zaokrouhlujeme na nejbližší nižší kvantovací hladinu ("floor").

Příklad 19 Navrhněte obrazový filtr (2D filtr, masku, konvoluční jádro, ...) o rozměrech 5×5, který bude **zaostřovat** obrázek. Můžete napsat, nakreslit, nebo vysvětlit slovně.

Příklad 20 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců. Bílá má hodnotu 1. Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové. Pro m i n se zaměřte pouze na interval od 0 do 50. Pomůcka: pokud obrázek není úplně černý, nemůže být $X[0, 0]$ nula.