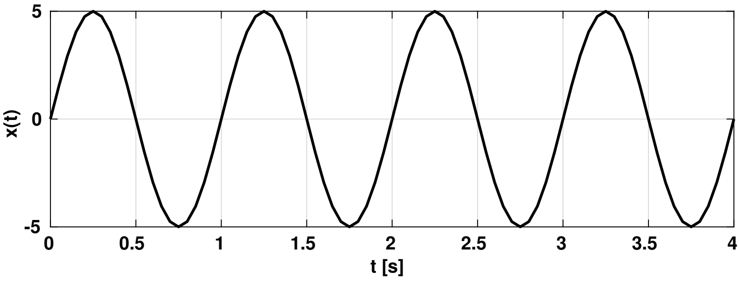
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 21.1.2021, skupina večer

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Signál s diskrétním časem je dán jako: $x[n] = \begin{cases} 1 - \frac{n}{3} & \text{pro} \quad 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y[n] = x[-n+2]$.

Příklad 2 Na obrázku je signál se spojitým časem - cosinusovka $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$. Určete její parametry.



$C_1 = \ldots\ldots\ldots,\qquad \omega_1 = \ldots\ldots\ldots,\qquad \phi_1 = \ldots\ldots\ldots$

Příklad 3 Signál s diskrétním časem je komplexní exponenciála: $x[n] = 7e^{+j\frac{2\pi}{8}n}$. Nakreslete ji jako 3D graf, ve kterém bude reálná osa, imaginární osa a časová osa. Do obrázku jasně vyznačte vzorek $x[0]$ a napište jeho hodnotu jako komplexní číslo v exponenciálním tvaru.

Příklad 4 Signál se spojitým časem je periodický sled obdélníkových impulsů. Perioda $T_1 = 1\,\text{ms}$ a signál od $-\frac{T_1}{2}$ do $+\frac{T_1}{2}$ je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{8} \leq t \leq +\frac{T_1}{8} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Napište vztah pro hodnoty jeho koeficientů Fourierovy řady c_k a nakrelete jejich moduly i argumenty na správné kruhové frekvence pro $k = -8 \ldots 8$. **Na osách řádně vyznačte hodnoty.**

Příklad 5 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls: $x(t) = \delta(t-3)$. Vypočítejte a nakreslete modul i argument jeho spektrální funkce $X(j\omega)$.

Příklad 6 Spektrální funkce signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 1000\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = 1 + j$. Určete, jakou hodnotu bude mít na stejné kruhové frekvenci spektrální funkce signálu $y(t) = x(t - 0.003)$.

$Y(j\omega_1) =$ ....

Příklad 7 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Příklad 8 Ideální zesilovač má modul frekvenční charakteristiky

$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 & \text{pro } -40000\pi \leq \omega \leq 40000\pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, její argument je $\arg H(j\omega) = -0.00001\omega$.

Do zesilovače vstupuje cosinusovka $x(t) = 0.5\cos(20000\pi t)$. Napište vztah pro signál na výstupu.

$y(t) =$ ....

Příklad 9 Systému se spojitým časem je zadán diferenciální rovnicí:

$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.5\frac{dx(t)}{dt} + 0.4x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$. Určete, zda je tento systém stabilní.

Příklad 10 Jak probíhá ideální rekonstrukce diskrétního signálu $x[n]$ na signál se spojitým časem $x_r(t)$ v časové oblasti ? Popište slovně, obrázkem a/nebo rovnicí.

Příklad 11 Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) je dána jako $\tilde{X}(e^{j\omega}) = 2e^{+j3\omega}$. Napište nebo nakreslete odpovídající diskrétní signál $x[n]$. Pomůcka: než začnete integrovat, dobře zvažte, zda je to opravdu potřeba.

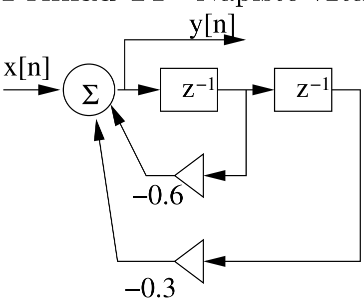
Příklad 12 Je dán signál s diskrétním časem o délce $N = 4$, vzorky $x[0] \dots x[3]$ jsou 0, 1, 0, 0. Vypočtěte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[0]$ =........ $X[1]$ =........ $X[2]$ =........ $X[3]$ =........

Příklad 13 Diskrétní signál o délce N vzorků $x_1[n]$ má diskrétní Fourierovu transformaci (DFT) $X_1[k]$. Stejně dlouhý signál $x_2[n]$ má DFT $X_2[k]$. Napište, jak získat v časové oblasti signál $y[n]$, který má DFT danou násobením obou původních DFT koeficient po koeficientu: $Y[k] = X_1[k]X_2[k]$.

$y[n]$ = ...

Příklad 14 Napište vztah pro frekvenční charakteristiku IIR filtru. Kreslit její průběh nemusíte.

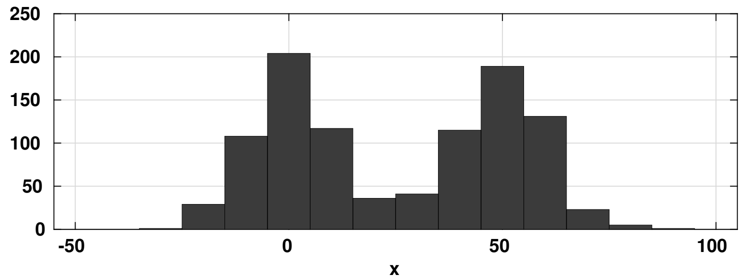


$H(e^{j\omega})$ = ...

Příklad 15 Do číslicového filtru vstupuje cosinusovka $x[n] = 4\cos(0.1\pi n + 0.2\pi)$, na výstupu je cosinusovka $y[n] = 0.4\cos(0.1\pi n - 0.6\pi)$. Určete hodnoty frekvenční charakteristiky tohoto filtru na normovaných kruhových frekvencích $\omega_1 = 0.1\pi$ a $\omega_2 = -0.1\pi$.

$H(e^{j\omega_1})$ = ... $H(e^{j\omega_2})$ = ...

Příklad 16 Máme k disposici $\Omega = 1000$ realizací náhodného signálu. Pro vzorek $n = 5$ byl naměřen následující histogram hodnot. Nakreslete odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x,n)$.
Pomůcka: můžete si ulehčit práci tak, že do původního obrázku nakreslíte novou osu y.



Příklad 17 Pro zpřesnění odhadu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu se používá Welchova metoda. Popište, jak funguje — slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v C/Matlab/Python s využitím jakýchkoliv funkcí.

Příklad 18 Náhodný signál o délce 100 vzorků je shodou okolností stejnosměrný: $x[n] = 50$ pro všechny vzorky. Nakreslete průběh vychýleného i nevychýleného odhadu jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro $k = -99 \ldots +99$.

Příklad 19 Vysvětlete, jak se liší báze diskrétní cosinové transformace (DCT) od bází diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Zaměřte se pouze na 1D. Opsání bází nebude uznáno jako odpověď.
Pomůcka: $X_{DCT}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\left[\frac{\pi}{N}(n+\frac{1}{2})k\right]$, $\qquad X_{DFT}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

Příklad 20 Napište kód (C nebo Python/numpy) pro převod šedotónového obrázku (pixely $x[k,l]$ mají hodnoty 0 až 1) na černobílý (pixely mají hodnoty 0 nebo 1). Rozměry `K` řádků a `L` sloupců jsou zadány, vstupní obrázek je v poli `x`.