Semestrální zkouška ISS/VSG, 2. opravný termín, 2.2.2022, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(čitelně!)

stejnosměrná složka

RET

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0{,}1\,s$

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 20\pi$ rad/s. Má tři nenulové koeficienty Fourierovy řady (FŘ): $c_0 = 1$, $c_{-1} = 0.5e^{j\frac{\pi}{2}}$, $c_1 = 0.5e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

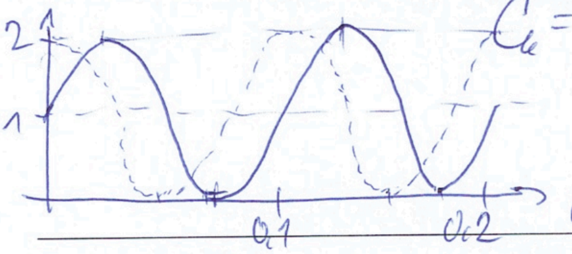
Nakreslete dvě periody průběhu signálu $x(t)$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

cosinusovka na ω_1

$C_k = 2|c_k|$ $\varphi_k = \arg c_k = -\arg c_{-k}$

$x(t) = 1 + 1\cos(20\pi t - \frac{\pi}{2})$

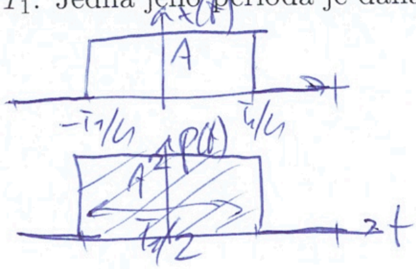
$\sim \frac{1}{4}$ periody



Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu T_1. Jedna jeho perioda je dána jako:

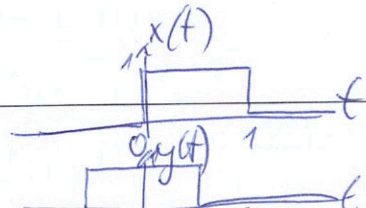
$$x(t) = \begin{cases} 50 & \text{pro } -\frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro } -\frac{T_1}{2} < t \leq -\frac{T_1}{4} \text{ a pro } \frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{2} \end{cases}$$

Určete jeho střední výkon.



$P_s = \frac{1}{T_1}\int_{T_1} p(t)dt = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{A^2 \cdot T_1}{2} = \frac{A^2}{2}$

$P_s = \frac{50^2}{2} = \underline{\underline{1250}}$

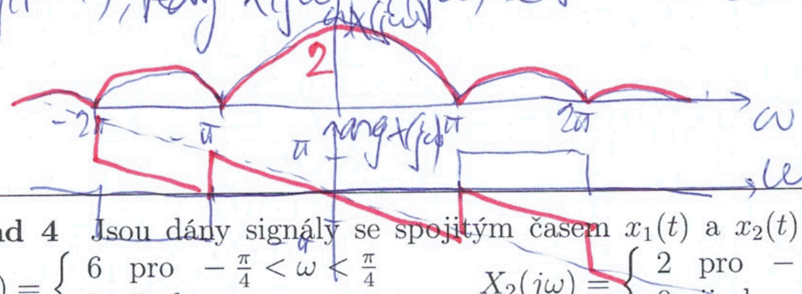


Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 < t < 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtěte jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu. Pečlivě označte hodnoty na osách.

$Y(j\omega) = D\vartheta\, \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}\omega) = 1 \cdot 2\, \text{sinc}(1 \cdot \omega) = 2\, \text{sinc}(\omega)$

$x(t) = y(t-1)$, tedy $X(j\omega) = Y(j\omega) \cdot e^{-j1\cdot\omega} = 2\,\text{sinc}(\omega) \cdot e^{-j\omega}$ ← pouze změna argumentu

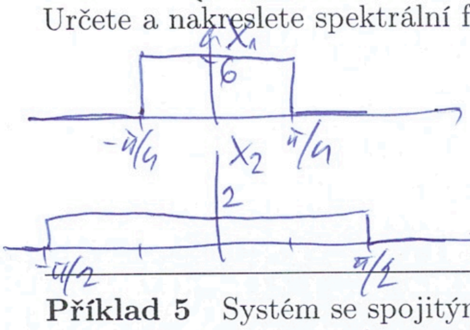


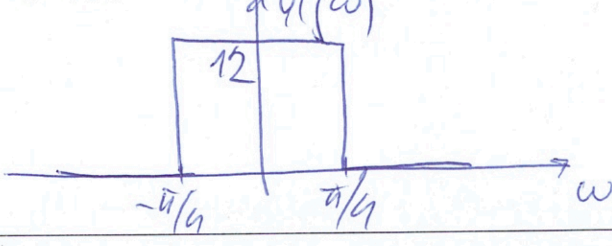
Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 6 & \text{pro } -\frac{\pi}{4} < \omega < \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

tedy $Y(j\omega) = X_1(j\omega) \cdot X_2(j\omega)$ (násobení)





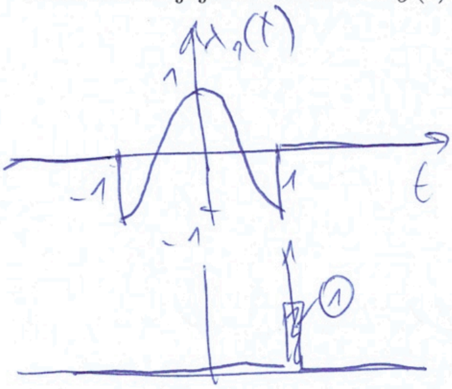
Příklad 5 Systém se spojitým časem zesiluje vstup $x(t)$ 60 krát a zpožďuje ho o 1 μs: $y(t) = 60\,x(t - 1 \times 10^{-6})$. Určete, zda je systém kauzální a krátce zdůvodněte.

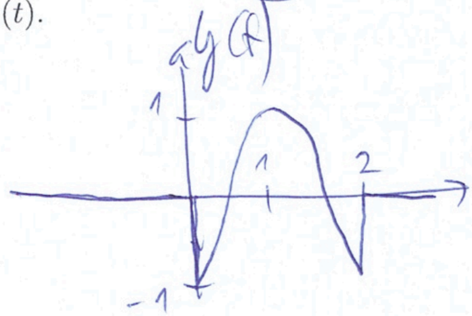
Je kauzální, používá pouze signál z minulosti.

viz také B

Příklad 6 Jsou dány dva signály se spojitým časem: jedna perioda cosinusovky a posunutý Diracův impuls: $x_1(t) = \begin{cases} \cos(\pi t) & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\quad x_2(t) = \delta(t-1)$. kopírování s posunem...

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



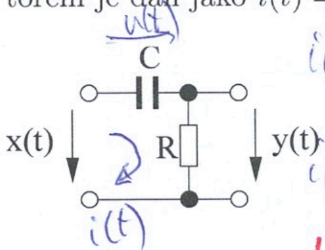


Příklad 7 Signál $x(t)$ má Laplaceovu transformaci $X(s)$. Prochází derivačním článkem, jehož výstup je signál $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Napište vztah mezi Laplaceovou transformací $Y(s)$ a $X(s)$.

$$Y(s) = s\,X(s)$$

přímo podle "slovníčku" L.T., derivace ≈ násobení s

Příklad 8 Odvoďte diferenciální rovnici pro systém na obrázku. Pomůcka: okamžitý proud kondenzátorem je dán jako $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$, kde $u(t)$ je napětí na kondenzátoru.



$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} = C\frac{d(x(t)-y(t))}{dt}$$

$$i(t) = \frac{y(t)}{R}$$

$$\frac{C\,d(x(t)-y(t))}{dt} = \frac{y(t)}{R}$$

$$RC\frac{dx(t)}{dt} - RC\frac{dy(t)}{dt} = y(t)$$

$$\boxed{RC\frac{dx(t)}{dt} = y(t) + RC\frac{dy(t)}{dt}}$$

Příklad 9 V programu v jazyce C je definováno pole `x` o velikosti `N` vzorků. Napište kus kódu realizující kruhové zpoždění pole `x` o `k` vzorků. Výsledek nechť je v poli `y`, které je již alokované. Proměnná `k` je určitě v intervalu `0...N-1`.

```
odkud = 0; kam = k;
for (n = kam; n < N; n++)
    y[kam++] = x[odkud++];
kam = 0;
for (n = 0; n < kam; n++)
    y[kam++] = x[odkud++];
```

+ 10 dalších možných způsobů ...

Příklad 10 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	-3	2		
$x_2[n]$	2	2	1		

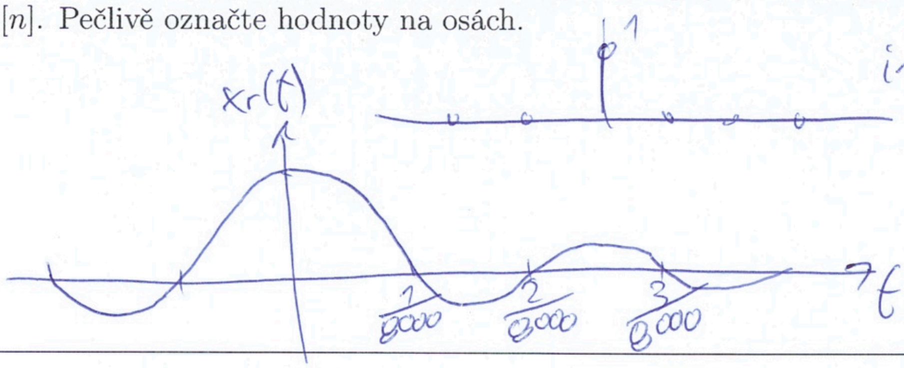
y[n] 2 -4 -1 1 2

A

Příklad 11 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledN x_2[n]$.

$y[n] = 3 \quad -2 \quad -1$

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ se vzorkovací frekvencí $F_s = 8000$ Hz má pouze jeden nenulový vzorek: $x[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Nakreslete signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$. Pečlivě označte hodnoty na osách.



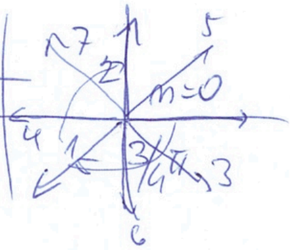
interpolace pomocí sinc...

$q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Příklad 13 Je dán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \ldots x[7]$ jsou 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0. Vypočtěte třetí koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[k] = \sum x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \qquad X[3] = \sum x[n] e^{-j\frac{2\pi}{8}3n} = \sum x[n] e^{-j\frac{3}{4}\pi n}$

$x[n]$	1	0	1	0	1	0	1	0
$e^{-j\frac{3}{4}\pi n}$	1	$-q-jq$	j	$q-jq$	-1	$q+jq$	$-j$	$\cancel{-}q\ \cancel{+}jq$



$X[3] = 0$

Příklad 14 Vstupem DFT se sudým počtem vzorků N je reálný signál s diskrétním časem $x[n]$. Popište, jakých hodnot mohou nabývat jeho DFT koeficienty $X[0]$ a $X\left[\frac{N}{2}\right]$.

$X[0] = \sum x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}0n} = \sum x[n]$ reálné číslo

$X[k] = X^*[N-k]$ tedy $X\left[\frac{N}{2}\right] = X^*\left[N - \frac{N}{2}\right] = X^*\left[\frac{N}{2}\right]$

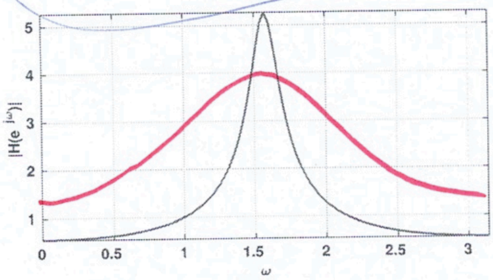
číslo musí být komplexně sdružené samo se sebou

$\Rightarrow$ musí být také reálné

Příklad 15 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru $H(e^{j\omega})$ periodická s periodou 2π rad. Možných vysvětlení je několik, stačí jedno.

1. protože $H(e^{j\omega})$ je DTFT impulsní odezvy filtru $h[n]$ a DTFT je vždy periodická s 2π rad
2. Protože ~~DTFT~~ $H(e^{j\omega})$ je spektrální funkce diskrétního signálu a ta je vždy periodická s 2π.
3. Protože $H(e^{j\omega}) = H(z)$, kam za 'z' dosadíme $e^{j\omega}$, bod $e^{j\omega}$ se po 2π rad ocitne na stejném místě ... atd.

Příklad 16 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru, který má dva nulové body v počátku a dva póly: $p_1 = 0.9e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.9e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Do stejného obrázku nakreslete, jak bude modul frekvenční charakteristiky přibližně vypadat, pokud se póly změní na $p_1 = 0.7e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.7e^{-j\frac{\pi}{2}}$.



póly dál od jednotkové kružnice ⇒ maximum bude méně ostré. (viz také PNG s přesným řešením :)

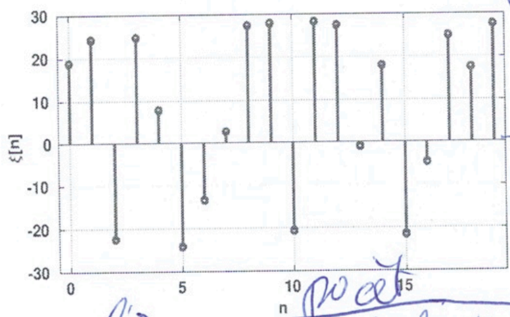
Příklad 17 Diferenční rovnice číslicového filtru je: $y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] + 0.6x[n-2]$. Napište impulsní odezvu $h[n]$ tohoto filtru.

FIR: $h[n]$ je přesně rovná koeficientům

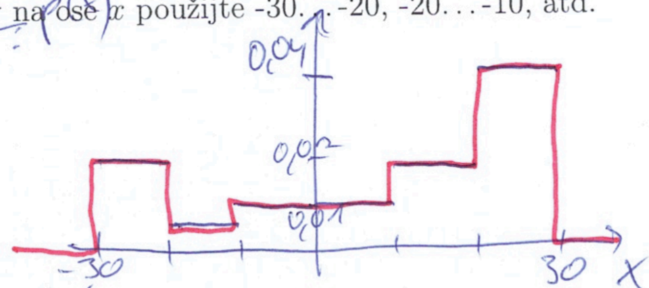
$h[0] = 1$
$h[1] = -0{,}5$
$h[2] = 0{,}6$

ostatní $h[n] = 0$

Příklad 18 Na obrázku je 20 vzorků stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$. Odhadněte jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Doporučení: intervaly na ose x použijte -30. . . -20, -20. . . -10, atd.

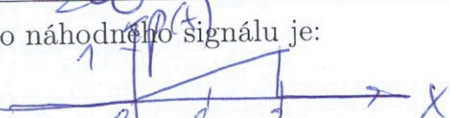


histogram	$p(x)$
8	0,04
3	0,015
2	0,01
2	0,01
1	0,005
4	0,02



normalizace $\frac{\text{počet}}{\text{celkem bodů} \cdot \text{interval}} = \frac{\text{počet}}{20 \cdot 10} = \frac{\text{počet}}{200}$

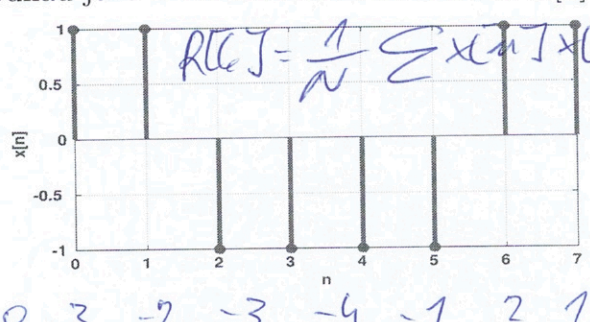
Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je:
$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{pro } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$
Určete střední hodnotu tohoto signálu.



$$a = \int x\,p(x)\,dx = \int_0 x\frac{x}{2}\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0 = \frac{8}{6} = \cancel{\frac{3}{4}}\ \frac{4}{3}$$

$a = \cancel{\frac{3}{4}}\ \frac{4}{3}$

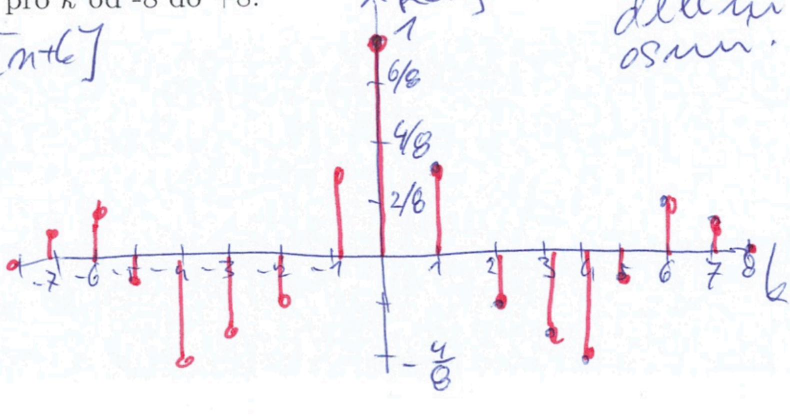
Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků. Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -8 do +8.



$R[k] = \frac{1}{N}\sum x[n]\,x[n+k]$

dělení osmi.

8 3 -2 -3 -4 -1 2 1

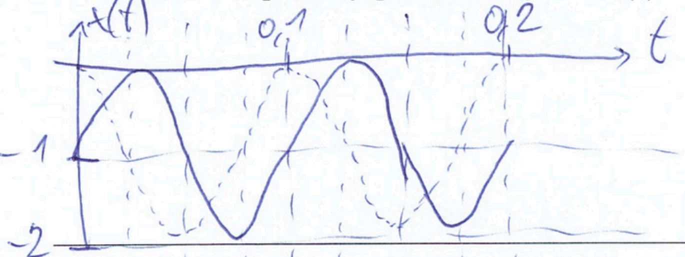


Semestrální zkouška ISS/VSG, 2. opravný termín, 2.2.2022, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF

(čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 20\pi$ rad/s. Má tři nenulové koeficienty Fourierovy řady (FŘ): $c_0 = -1$, $c_{-1} = 0.5e^{j\frac{\pi}{2}}$, $c_1 = 0.5e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Nakreslete dvě periody průběhu signálu $x(t)$. Pečlivě označte hodnoty na osách.



viz A

$x(t) = -1 + \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu T_1. Jedna jeho perioda je dána jako:

$$x(t) = \begin{cases} 20 & \text{pro } -\frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro } -\frac{T_1}{2} < t \le -\frac{T_1}{4} \text{ a pro } \frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{2} \end{cases}$$

Určete jeho střední výkon.

viz A

$P_s = \frac{20^2}{2} = 200$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 < t < 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtěte jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu. Pečlivě označte hodnoty na osách.

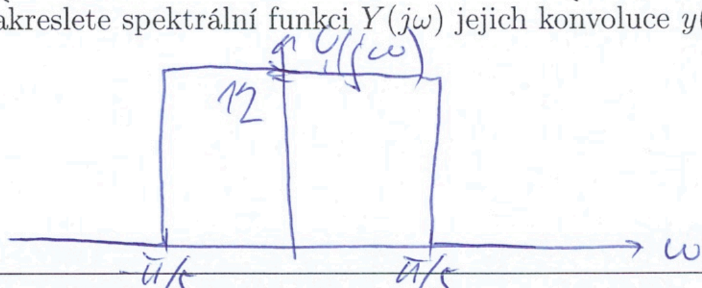
viz A

Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 6 & \text{pro } -\frac{\pi}{5} < \omega < \frac{\pi}{5} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

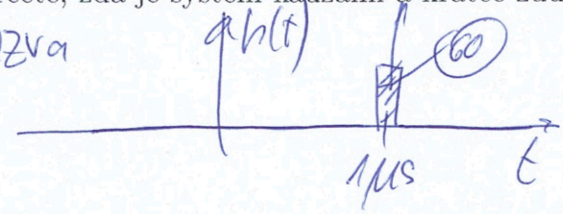
Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

viz A



Příklad 5 Systém se spojitým časem zesiluje vstup $x(t)$ 60 krát a zpožďuje ho o 1 μs: $y(t) = 60\,x(t - 1 \times 10^{-6})$. Určete, zda je systém kauzální a krátce zdůvodněte.

impulsní odezva



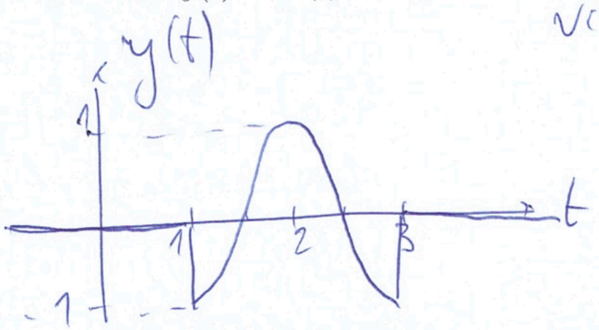
je nulová pro $t < 0$

viz A

Příklad 6 Jsou dány dva signály se spojitým časem: jedna perioda cosinusovky a posunutý Diracův impuls: $x_1(t) = \begin{cases} \cos(\pi t) & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\quad x_2(t) = \delta(t-2)$.

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

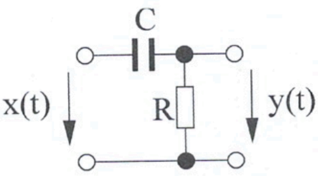
viz A



Příklad 7 Signál $x(t)$ má Laplaceovu transformaci $X(s)$. Prochází derivačním článkem, jehož výstup je signál $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Napište vztah mezi Laplaceovou transformací $Y(s)$ a $X(s)$.

viz A

Příklad 8 Odvoďte diferenciální rovnici pro systém na obrázku. Pomůcka: okamžitý proud kondenzátorem je dán jako $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$, kde $u(t)$ je napětí na kondenzátoru.



viz A

Příklad 9 V programu v jazyce C je definováno pole `x` o velikosti `N` vzorků. Napište kus kódu realizující kruhové zpoždění pole `x` o `k` vzorků. Výsledek nechť je v poli `y`, které je již alokované. Proměnná `k` je určitě v intervalu 0. . .`N-1`.

viz A

Příklad 10 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	-3	2		
$x_2[n]$	2	1	1		
$y[n]$	2	-5	2	-1	2

B

Příklad 11 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledast_N x_2[n]$.

$y[n] = 1 \quad -3 \quad 2$

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ se vzorkovací frekvencí $F_s = 8000$ Hz má pouze jeden nenulový vzorek: $x[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Nakreslete signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

Viz A

Příklad 13 Je dán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \ldots x[7]$ jsou 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1. Vypočtěte třetí koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

Viz A

$x[n]$	0	1	0	1	0	1	0	1
$e^{j\frac{3}{4}\pi n}$		$-9-j9$		$9-j9$		$9+j9$		$-9+j9$

$X[3] =$ 0

Příklad 14 Vstupem DFT se sudým počtem vzorků N je reálný signál s diskrétním časem $x[n]$. Popište, jakých hodnot mohou nabývat jeho DFT koeficienty $X[0]$ a $X\left[\frac{N}{2}\right]$.

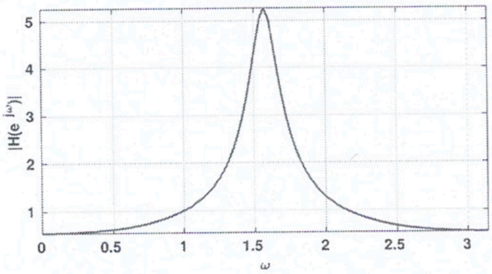
Viz A

Příklad 15 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru $H(e^{j\omega})$ periodická s periodou 2π rad. Možných vysvětlení je několik, stačí jedno.

Viz A

8

Příklad 16 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru, který má dva nulové body v počátku a dva póly: $p_1 = 0.9e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.9e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Do stejného obrázku nakreslete, jak bude modul frekvenční charakteristiky přibližně vypadat, pokud se póly změní na $p_1 = 0.7e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.7e^{-j\frac{\pi}{2}}$.



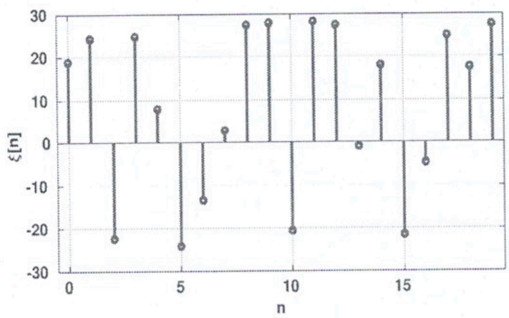
viz A

Příklad 17 Diferenční rovnice číslicového filtru je: $y[n] = x[n] + 0.5x[n-1] + 0.6x[n-2]$. Napište impulsní odezvu $h[n]$ tohoto filtru.

viz A

$h[n] = [1 \quad 0{,}5 \quad 0{,}6]$

Příklad 18 Na obrázku je 20 vzorků stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$. Odhadněte jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Doporučení: intervaly na ose x použijte -30…-20, -20…-10, atd.



viz A

Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je:

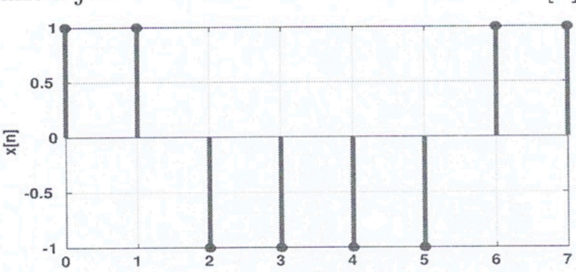
$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{pro } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete střední hodnotu tohoto signálu.

viz A

$a = \cancel{3/4}\ \frac{4}{3}$

Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků. Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -8 do +8.



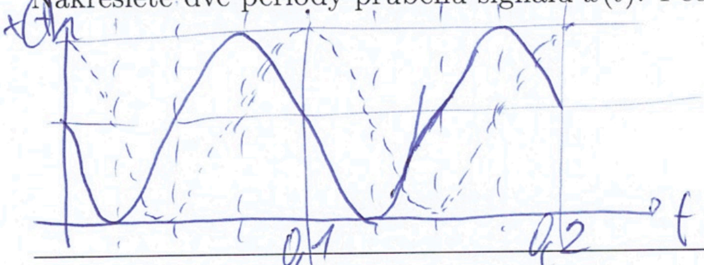
viz A

Semestrální zkouška ISS/VSG, 2. opravný termín, 2.2.2022, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF

(čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 20\pi$ rad/s. Má tři nenulové koeficienty Fourierovy řady (FŘ): $c_0 = 1$, $c_{-1} = 0.5e^{-j\frac{\pi}{2}}$, $c_1 = 0.5e^{j\frac{\pi}{2}}$. Nakreslete dvě periody průběhu signálu $x(t)$. Pečlivě označte hodnoty na osách.



viz A

$x(t) = 1 + \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

předběh o $\frac{1}{4}$ periody

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu T_1. Jedna jeho perioda je dána jako:

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{2} < t \le -\frac{T_1}{4} \;\text{ a pro }\; \frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{2} \end{cases}$$

Určete jeho střední výkon.

viz A

$P_s = \frac{10^2}{2} = \underline{\underline{50}}$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad 0 < t < 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtěte jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu. Pečlivě označte hodnoty na osách.

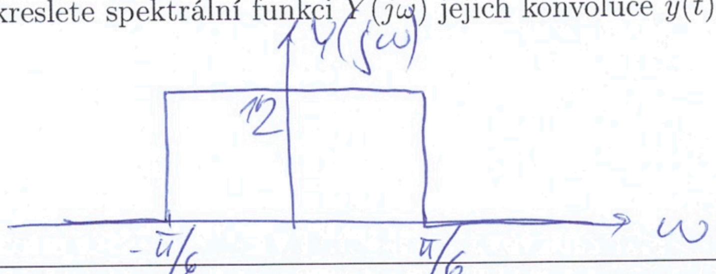
viz A

Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 6 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{6} < \omega < \frac{\pi}{6} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

viz A



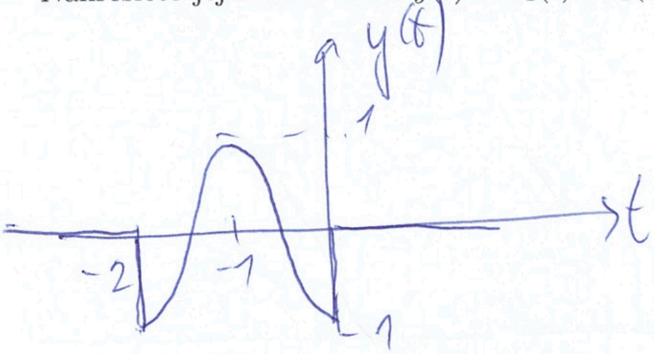
Příklad 5 Systém se spojitým časem zesiluje vstup $x(t)$ 60 krát a zpožďuje ho o 1 μs: $y(t) = 60\,x(t - 1 \times 10^{-6})$. Určete, zda je systém kauzální a krátce zdůvodněte.

viz A/B

C

Příklad 6 Jsou dány dva signály se spojitým časem: jedna perioda cosinusovky a posunutý Diracův impuls: $x_1(t) = \begin{cases} \cos(\pi t) & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\qquad x_2(t) = \delta(t+1)$.
Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

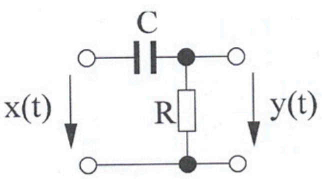
viz A



Příklad 7 Signál $x(t)$ má Laplaceovu transformaci $X(s)$. Prochází derivačním článkem, jehož výstup je signál $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Napište vztah mezi Laplaceovou transformací $Y(s)$ a $X(s)$.

viz A

Příklad 8 Odvoďte diferenciální rovnici pro systém na obrázku. Pomůcka: okamžitý proud kondenzátorem je dán jako $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$, kde $u(t)$ je napětí na kondenzátoru.



viz A

Příklad 9 V programu v jazyce C je definováno pole `x` o velikosti `N` vzorků. Napište kus kódu realizující kruhové zpoždění pole `x` o `k` vzorků. Výsledek nechť je v poli `y`, které je již alokované. Proměnná `k` je určitě v intervalu 0...`N-1`.

viz A

Příklad 10 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	-3	2		
$x_2[n]$	2	-1	1		
$y[n]$	2	-7	8	-5	2

Příklad 11 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledN x_2[n]$.

$y[n] = -3 \quad -5 \quad 8$

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ se vzorkovací frekvencí $F_s = 8000$ Hz má pouze jeden nenulový vzorek: $x[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Nakreslete signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

viz A

Příklad 13 Je dán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \dots x[7]$ jsou 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1. Vypočtěte třetí koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

viz A

$x[n]$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
$e^{-j\frac{3}{4}\pi n}$	1	$-a-ja$	j	$a-ja$	-1	$a+ja$	$-j$	$-a+ja$

$X[3] = 0$

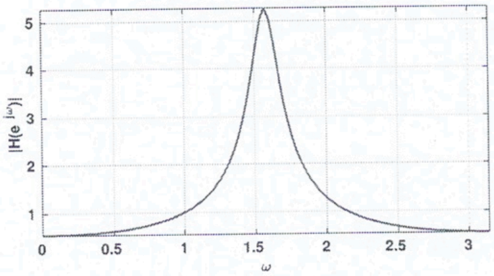
Příklad 14 Vstupem DFT se sudým počtem vzorků N je reálný signál s diskrétním časem $x[n]$. Popište, jakých hodnot mohou nabývat jeho DFT koeficienty $X[0]$ a $X\left[\frac{N}{2}\right]$.

viz A

Příklad 15 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru $H(e^{j\omega})$ periodická s periodou 2π rad. Možných vysvětlení je několik, stačí jedno.

viz A

Příklad 16 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru, který má dva nulové body v počátku a dva póly: $p_1 = 0.9e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad p_2 = 0.9e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Do stejného obrázku nakreslete, jak bude modul frekvenční charakteristiky přibližně vypadat, pokud se póly změní na
$p_1 = 0.7e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad p_2 = 0.7e^{-j\frac{\pi}{2}}$.



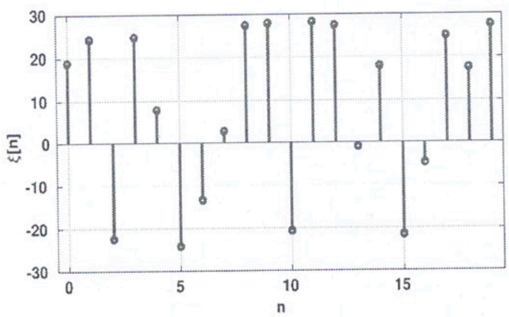
viz A

Příklad 17 Diferenční rovnice číslicového filtru je: $y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] - 0.6x[n-2]$.
Napište impulsní odezvu $h[n]$ tohoto filtru.

viz A

$h[n] = [\,1 \quad -0{,}5 \quad -0{,}6\,]$

Příklad 18 Na obrázku je 20 vzorků stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$. Odhadněte jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Doporučení: intervaly na ose x použijte -30…-20, -20…-10, atd.

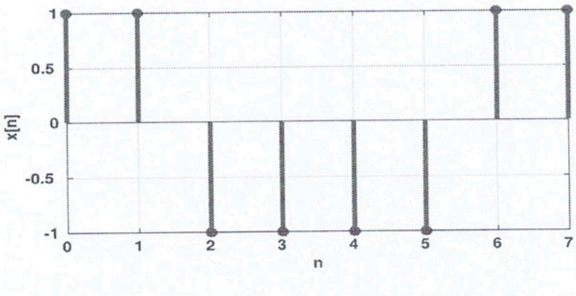


viz A

Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je:
$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{pro } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete střední hodnotu tohoto signálu.

$a = \cancel{\frac{3}{4}} \quad \frac{4}{3}$ viz A

Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků. Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -8 do +8.



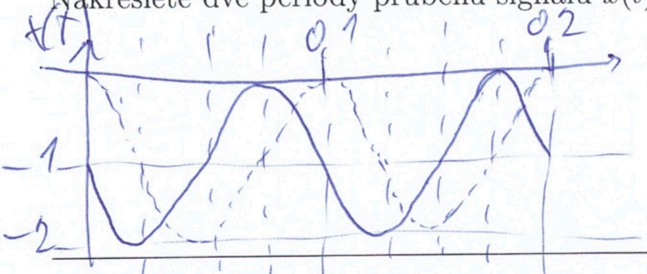
viz A

Semestrální zkouška ISS/VSG, 2. opravný termín, 2.2.2022, skupina D

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 20\pi$ rad/s. Má tři nenulové koeficienty Fourierovy řady (FŘ): $c_0 = -1$, $c_{-1} = 0.5e^{-j\frac{\pi}{2}}$, $c_1 = 0.5e^{j\frac{\pi}{2}}$.
Nakreslete dvě periody průběhu signálu $x(t)$. Pečlivě označte hodnoty na osách.



viz A

$x(t) = -1 + \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu T_1. Jedna jeho perioda je dána jako:
$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } -\frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro } -\frac{T_1}{2} < t \le -\frac{T_1}{4} \text{ a pro } \frac{T_1}{4} < t \le \frac{T_1}{2} \end{cases}$$
Určete jeho střední výkon.

viz A

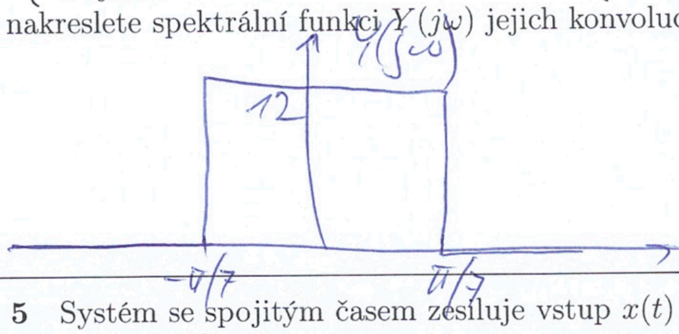
$P_s = \frac{5^2}{2} = \underline{12,5}$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 < t < 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtěte jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu. Pečlivě označte hodnoty na osách.

viz A

Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:
$X_1(j\omega) = \begin{cases} 6 & \text{pro } -\frac{\pi}{7} < \omega < \frac{\pi}{7} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



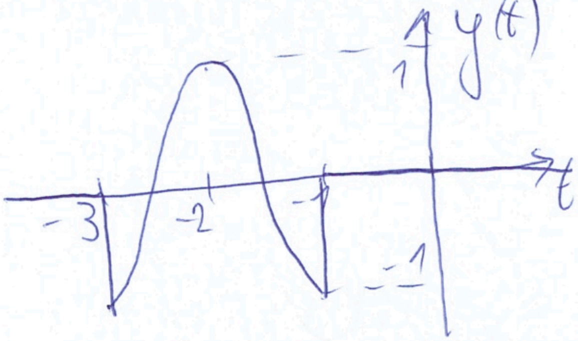
viz A

Příklad 5 Systém se spojitým časem zesiluje vstup $x(t)$ 60 krát a zpožďuje ho o 1 μs:
$y(t) = 60\,x(t - 1 \times 10^{-6})$. Určete, zda je systém kauzální a krátce zdůvodněte.

viz A/B

Příklad 6 Jsou dány dva signály se spojitým časem: jedna perioda cosinusovky a posunutý Diracův impuls: $x_1(t) = \begin{cases} \cos(\pi t) & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\quad x_2(t) = \delta(t+2)$.
Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

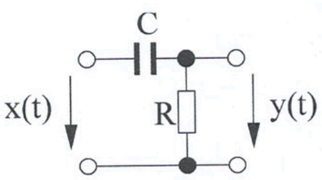
viz A



Příklad 7 Signál $x(t)$ má Laplaceovu transformaci $X(s)$. Prochází derivačním článkem, jehož výstup je signál $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Napište vztah mezi Laplaceovou transformací $Y(s)$ a $X(s)$.

viz A

Příklad 8 Odvoďte diferenciální rovnici pro systém na obrázku. Pomůcka: okamžitý proud kondenzátorem je dán jako $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$, kde $u(t)$ je napětí na kondenzátoru.



viz A

Příklad 9 V programu v jazyce C je definováno pole `x` o velikosti `N` vzorků. Napište kus kódu realizující kruhové zpoždění pole `x` o `k` vzorků. Výsledek nechť je v poli `y`, které je již alokované. Proměnná `k` je určitě v intervalu 0...`N-1`.

viz A

Příklad 10 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	-3	2		
$x_2[n]$	2	0	1		
$y[n]$	2	-6	5	-3	2

Příklad 11 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledast_N x_2[n]$.

$y[n] = -1 \quad -4 \quad 5$

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ se vzorkovací frekvencí $F_s = 8000$ Hz má pouze jeden nenulový vzorek: $x[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Nakreslete signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

viz A

Příklad 13 Je dán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \ldots x[7]$ jsou -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0. Vypočtěte třetí koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

viz A

$x[n]$	-1	0	1	0	-1	0	1	0
$e^{j\frac{3}{4}\pi n}$	1		j		-1		j	

$X[3] =$ 0

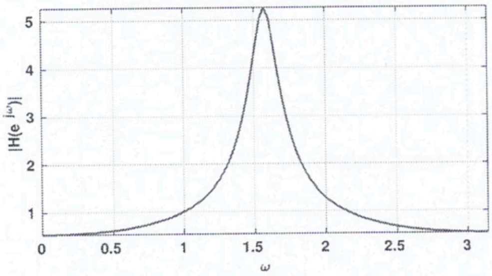
Příklad 14 Vstupem DFT se sudým počtem vzorků N je reálný signál s diskrétním časem $x[n]$. Popište, jakých hodnot mohou nabývat jeho DFT koeficienty $X[0]$ a $X\left[\frac{N}{2}\right]$.

viz A

Příklad 15 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru $H(e^{j\omega})$ periodická s periodou 2π rad. Možných vysvětlení je několik, stačí jedno.

viz A

Příklad 16 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru, který má dva nulové body v počátku a dva póly: $p_1 = 0.9e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.9e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Do stejného obrázku nakreslete, jak bude modul frekvenční charakteristiky přibližně vypadat, pokud se póly změní na
$p_1 = 0.7e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.7e^{-j\frac{\pi}{2}}$.



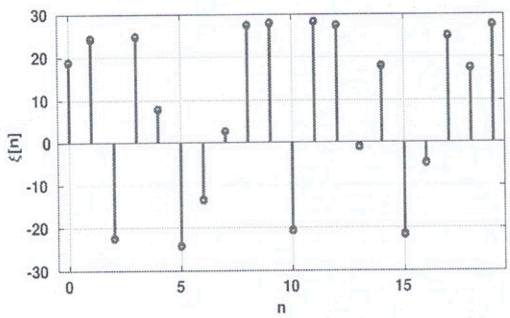
viz A

Příklad 17 Diferenční rovnice číslicového filtru je: $y[n] = x[n] + 0.5x[n-1] - 0.6x[n-2]$.
Napište impulsní odezvu $h[n]$ tohoto filtru.

viz A

$h[n] = [1 \quad 0{,}5 \quad -0{,}6]$

Příklad 18 Na obrázku je 20 vzorků stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$. Odhadněte jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Doporučení: intervaly na ose x použijte -30...-20, -20...-10, atd.



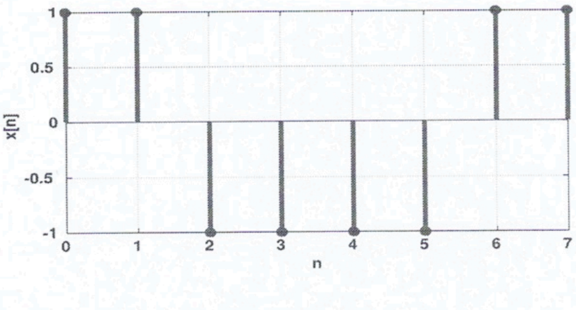
viz A

Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je:
$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{pro } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete střední hodnotu tohoto signálu.

viz A

$a = \cancel{3/4} \quad \frac{4}{3}$

Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků. Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -8 do +8.



viz A