Semestrální zkouška ISS/VSG, 2. opravný termín, 2.2.2022, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ má základní kruhovou frekvenci $\omega_1 = 20\pi$ rad/s. Má tři nenulové koeficienty Fourierovy řady (FŘ): $c_0 = 1$, $c_{-1} = 0.5e^{-j\frac{\pi}{2}}$, $c_1 = 0.5e^{j\frac{\pi}{2}}$.
Nakreslete dvě periody průběhu signálu $x(t)$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

Příklad 2 Periodický signál se spojitým časem má periodu T_1. Jedna jeho perioda je dána jako:

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{2} < t \leq -\frac{T_1}{4} \quad \text{a pro} \quad \frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{2} \end{cases}$$

Určete jeho střední výkon.

$P_s =$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0 < t < 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtěte jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu. Pečlivě označte hodnoty na osách.

Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 6 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{6} < \omega < \frac{\pi}{6} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

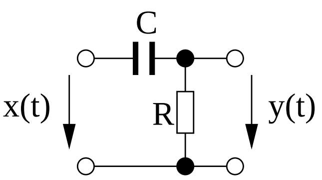
Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 5 Systém se spojitým časem zesiluje vstup $x(t)$ 60 krát a zpožďuje ho o 1 μs:
$y(t) = 60\,x(t - 1 \times 10^{-6})$. Určete, zda je systém kauzální a krátce zdůvodněte.

Příklad 6 Jsou dány dva signály se spojitým časem: jedna perioda cosinusovky a posunutý Diracův impuls: $x_1(t) = \begin{cases} \cos(\pi t) & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\qquad x_2(t) = \delta(t+1)$.
Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 7 Signál $x(t)$ má Laplaceovu transformaci $X(s)$. Prochází derivačním článkem, jehož výstup je signál $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Napište vztah mezi Laplaceovou transformací $Y(s)$ a $X(s)$.

Příklad 8 Odvoďte diferenciální rovnici pro systém na obrázku. Pomůcka: okamžitý proud kondenzátorem je dán jako $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$, kde $u(t)$ je napětí na kondenzátoru.



Příklad 9 V programu v jazyce C je definováno pole `x` o velikosti `N` vzorků. Napište kus kódu realizující kruhové zpoždění pole `x` o `k` vzorků. Výsledek nechť je v poli `y`, které je již alokované. Proměnná `k` je určitě v intervalu 0. . . `N-1`.

Příklad 10 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2
$x_1[n]$	1	-3	2
$x_2[n]$	2	-1	1

Příklad 11 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledN x_2[n]$.

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ se vzorkovací frekvencí $F_s = 8000$ Hz má pouze jeden nenulový vzorek: $x[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Nakreslete signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$. Pečlivě označte hodnoty na osách.

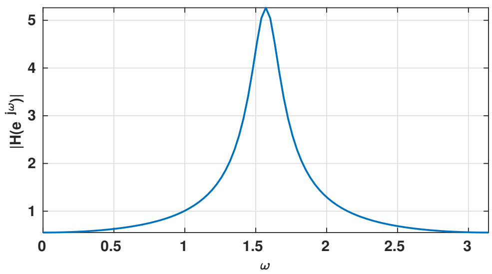
Příklad 13 Je dán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \dots x[7]$ jsou 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1. Vypočtěte třetí koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[3] =$

Příklad 14 Vstupem DFT se sudým počtem vzorků N je reálný signál s diskrétním časem $x[n]$. Popište, jakých hodnot mohou nabývat jeho DFT koeficienty $X[0]$ a $X\left[\frac{N}{2}\right]$.

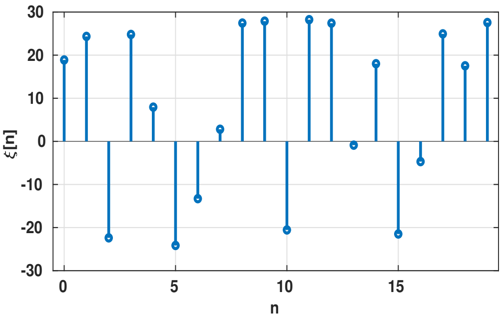
Příklad 15 Napište, proč je frekvenční charakteristika číslicového filtru $H(e^{j\omega})$ periodická s periodou 2π rad. Možných vysvětlení je několik, stačí jedno.

Příklad 16 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru, který má dva nulové body v počátku a dva póly: $p_1 = 0.9e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad p_2 = 0.9e^{-j\frac{\pi}{2}}$. Do stejného obrázku nakreslete, jak bude modul frekvenční charakteristiky přibližně vypadat, pokud se póly změní na
$p_1 = 0.7e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad p_2 = 0.7e^{-j\frac{\pi}{2}}$.



Příklad 17 Diferenční rovnice číslicového filtru je: $y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] - 0.6x[n-2]$.
Napište impulsní odezvu $h[n]$ tohoto filtru.

Příklad 18 Na obrázku je 20 vzorků stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$. Odhadněte jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Doporučení: intervaly na ose x použijte -30…-20, -20…-10, atd.



Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je:
$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{pro } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete střední hodnotu tohoto signálu.

$a =$

Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků. Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -8 do +8.