Semestrální zkouška ISS/ISSk, 2. opravný termín, 27.1.2023, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF ....
(prosím čitelně!)

$\cos x = \frac{e^{jx}+e^{-jx}}{2}$

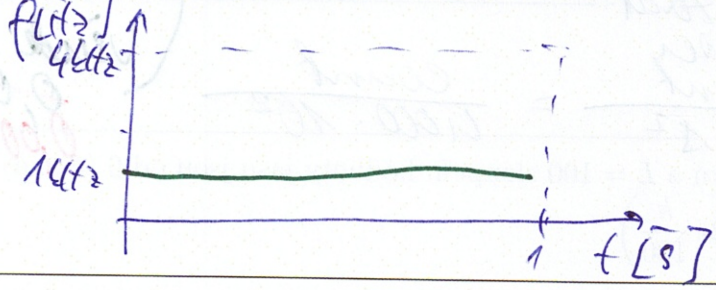
Příklad 1 Signály s diskrétním časem jsou dány: $x_1[n] = 4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{50}n}$, $x_2[n] = 4e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$. Napište vztah pro jejich součet $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$. Vztah nesmí obsahovat komplexní čísla.

$y[n] = 4e^{j(\frac{2\pi}{50}n+\frac{\pi}{2})} + 4e^{-j(\frac{2\pi}{50}n+\frac{\pi}{2})} = 4\cdot 2\cos\left(\frac{2\pi}{50}n+\frac{\pi}{2}\right) =$

$= -8\sin\left(\frac{2\pi}{50}n\right)$

Nebo se dá použít vzoreček o F řadě: $C_k = 2|c_k|$ $\varphi_k = \arg c_k = -\arg c_{-k}$

Příklad 2 Signál se spojitým časem má délku 1 sekunda a je to cosinusovka na frekvenci $f = 1$ kHz. Signál byl navzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz. Nakreslete jeho spektrogram.



Příklad 3 Určete hodnoty **pólů** číslicového filtru s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 1.21z^{-2}$.

$H(z) = \frac{z^2 + 1{,}21}{z^2} = \frac{\dots}{(z-0)(z-0)}$

dvojitý pól ~~pro~~ v nule: $p_1 = p_2 = 0$

Příklad 4 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 0.4z^{-1} - 0.2z^{-2}$ zpracovává vstupní signál $x[n]$, omezený v intervalu $[-B, +B]$, kde $B = 1$: $x[n] \in [-B, +B]$. Podmínka stability praví: Pokud lze pro výstupní signál nalézt C takové, že $y[n] \in [-C, +C]$, je filtr stabilní. Napište, zda takové C existuje a pokud ano, jakou má hodnotu.

max výstup: $x[n] = 1$, $x[n-1] = 1$, $x[n-2] = -1 \Rightarrow y[n] = 1{,}6$
min výstup: $x[n] = -1$, $x[n-1] = -1$, $x[n-2] = 1 \Rightarrow y[n] = -1{,}6$
výstupní signál určitě v intervalu $[-1{,}6,\ 1{,}6]$ ✓ C existuje $C = 1{,}6$

Příklad 5 Náhodný signál $x[n]$ je bílý šum. Slovně, schématem, kódem nebo jinak popište, jak se dá obarvit (tedy zajistit, aby jeho spektrální hustota výkonu nebyla pro všechny frekvence konstantní).

Libovolným filtrem, který má alespoň 2 koeficienty impulsní odezvy nenulové. ("drát", "zesilovač/zeslabovač" ani "zpožďovač" to nedokážou)

Příklad 6 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty X_i od 0 do 9. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete pravděpodobnosti jednotlivých hodnot: $\mathcal{P}(X_i)$.

1) spočítat counts, kolikrát se každá z hodnot 0…9 vyskytla v signálu.

2) Podělit counts počtem vzorků:

$$P(X_i) = \frac{c(X_i)}{N}$$

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte je na odhad sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$.

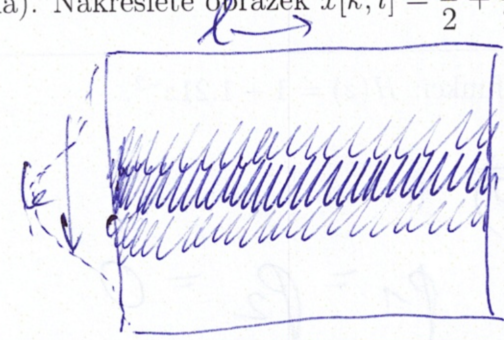
intervaly x_1	intervaly x_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	1000	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

všude ~~0.004~~ 0,0025

counts se musí normalizovat počtem realizací a plochou 2D intervalů

$$p = \frac{count}{\Omega \cdot \Delta^2} = \frac{count}{4000 \cdot 10^2}$$

Příklad 8 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců, hodnoty jasu jsou od 0 (černá) do 1 (bílá). Nakreslete obrázek $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{k}{100}\right)$.



1 perioda cos svisle

Příklad 9 V kódu je dán obrázek (matice, 2D pole) x o rozměrech K řádků a L sloupců, a čtvercové konvoluční jádro (maska, 2D filtr) h o rozměrech I řádků a I sloupců, kde I je liché číslo. Napište C-kód pro 2D konvoluci (filtrování). Pracujte pomocí cyklů, nesmíte použít žádné vektorové operace.

```
for (k=0; k<K; k++) {
  for (l=0; l<L; l++) {
    acc = 0.0;
    for (m = -I%2; m <= I%2; m++) {
      for (n = -I%2; n <= I%2; n++) {
        acc += h[m,n] * x[k-m, l-n]
      }
    }
    y[k,l] = acc;
  }
}
```

lepší je řešení obrají obrázku nulovými

Příklad 10 Zjistěte, zda jsou báze Fourierovy řady $e^{jk\omega_1 t}$ a $e^{jl\omega_1 t}$ ortogonální pro $k = 3$ a $l = 4$.

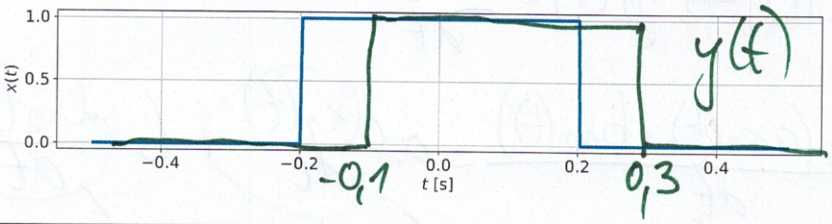
ortogonalita: skalární součin musí být 0.

$$\int_{T_1} b_1(t) b_2^*(t)\,dt = \int_{T_1} e^{jk\omega_1 t} e^{-jl\omega_1 t}\,dt = \int_{T_1} e^{j\omega_1 t(k-l)}\,dt$$

k-l je celé číslo. Integrál komplex. exp s celým počtem period za T_1 je nula ⇒ ortogonální

A

Příklad 11 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Jeho spektrální funkce je $X(j\omega)$. Do stejného obrázku nakreslete signál $y(t)$, jehož spektrální funkce je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{-j0.1\omega}$.



pro $y(t) = x(t-\tau)$

je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{j\omega\tau}$

0,1 je tedy zpoždění

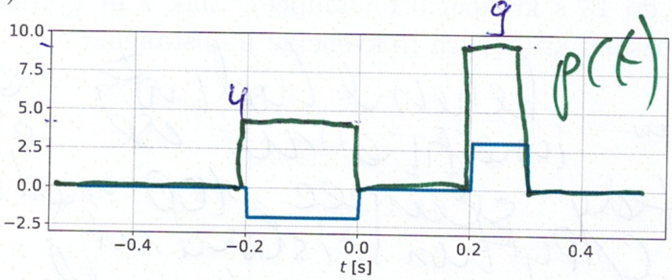
Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 6$, šířce $\vartheta = 2\,\mu$s a periodě $T_1 = 6\,\mu$s. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-3} do c_3. Pomůcka: $\text{sinc}\frac{\pi}{3} = 0.83$, $\text{sinc}\frac{2\pi}{3} = 0.41$.

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{6\cdot 10^{-6}} \qquad c_k = \frac{D\vartheta}{T_1}\,\text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\omega_1\right) = \frac{6\cdot 2\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-6}}\,\text{sinc}\left(1\cdot 10^{-6}\cdot k\frac{2\pi}{6\cdot 10^{-6}}\right) =$$

$$= 2\,\text{sinc}\left(k\frac{\pi}{3}\right)$$

$c_{-3} =$ 0 , $c_{-2} =$ 0,82, $c_{-1} =$ 1,66, $c_0 =$ 2 , $c_1 =$ 1,66 , $c_2 =$ 0,82, $c_3 =$ 0 .

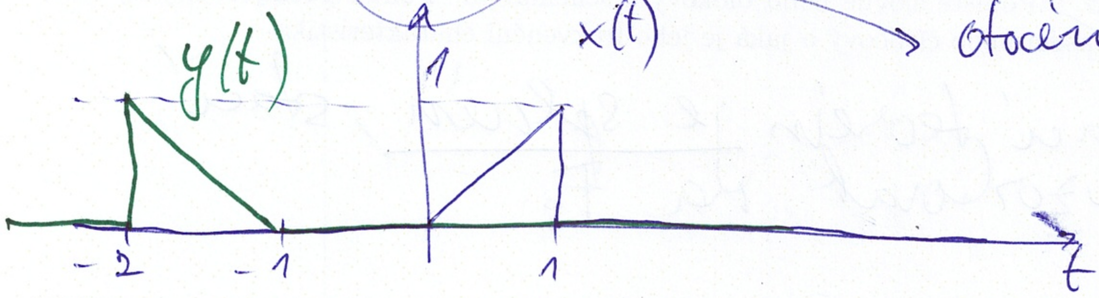
Příklad 13 Pro signál se spojitým časem $x(t)$ nakreslete do stejného obrázku průběh okamžitého výkonu $p(t)$.



$p(t) = x^2(t)$

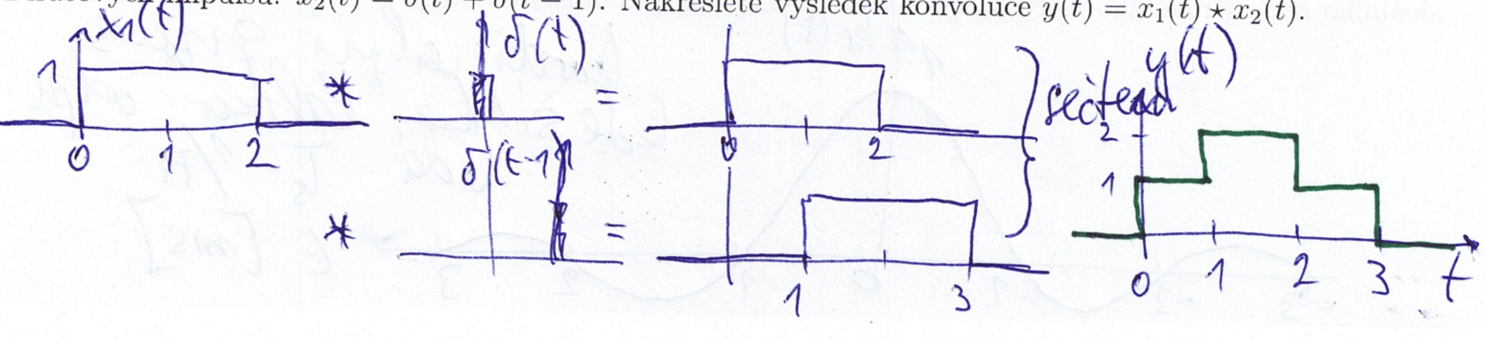
Příklad 14 Nakreslete signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t-1)$.

otočení, předběhnutí



Dirac = copy paste

Příklad 15 První signál se spojitým časem je dán $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a druhý signál je dvojice Diracových impulsů: $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$. Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



Příklad 16 Dokažte, že systém se spojitým časem provádějící derivaci vstupu: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ je **lineární**.

$x_1(t) \to y_1(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$ $\quad x_2(t) \to y_2(t) = \frac{dx_2(t)}{dt}$

lin. kombinace vstupů:

$ax_1(t) + bx_2(t) \to y(t) = \frac{d(ax_1(t) + bx_2(t))}{dt} = a\frac{dx_1(t)}{dt} + b\frac{dx_2(t)}{dt}$

toto je $y_1(t)$ $\quad$ toto je $y_2(t)$

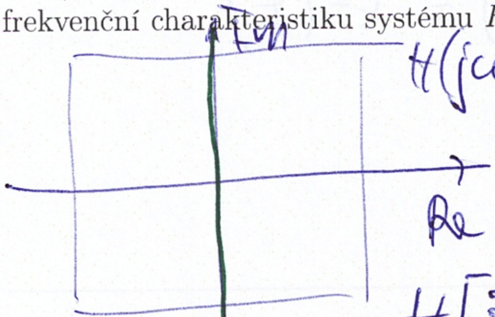
Platí $ax_1(t) + bx_2(t) \to ay_1(t) + by_2(t)$

$\Rightarrow$ lineární

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{0.5s-1}{0.5s+1}$. Napište diferenciální rovnici popisující tento systém.

$$0{,}5\frac{dx(t)}{dt} - x(t) = 0{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 18 V kódu obsahuje komplexní matice H o rozměrech 201×201 hodnoty přenosové funkce $H(s)$ systému se spojitým časem. Byla vygenerována pro imaginární složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (řádky) a pro reálnou složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (sloupce). Jak z ní vyčteme frekvenční charakteristiku systému $H(j\omega)$ a v jakém rozsahu kruhových frekvencí ω ji dostaneme ?



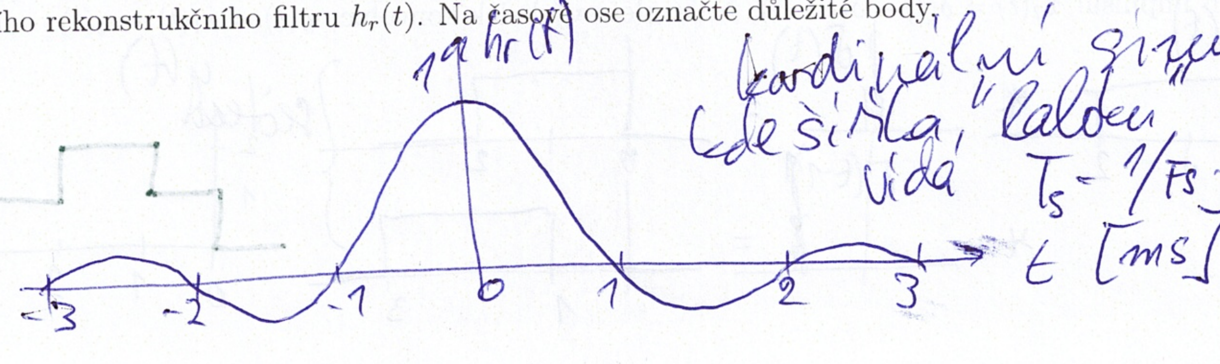
$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$ bereme hodnoty na imaginární ose "s" tedy sloupec 100 matice H (v C/Python číslování).

H[:,100] co bude od −10 rad/s do 10 rad/s

Příklad 19 Jaký je korektní postup vzorkování zvuku činelu (frekvenční složky až do 20 kHz) na vzorkovací frekvenci $F_s = 44.1$ kHz ? Popište slovně nebo blokovým schématem. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, zda je se spojitým časem nebo číslicový a jaká je jeho frekvenční charakteristika.

vzorkovací teorém je splněn, stačí navzorkovat na F_s.

Příklad 20 Signál je vzorkovaný na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$. Na časové ose označte důležité body.



kardinální sinus, kde šířka "laloku" odpovídá $T_s = 1/F_s$.

Semestrální zkouška ISS/ISSk, 2. opravný termín, 27.1.2023, skupina B

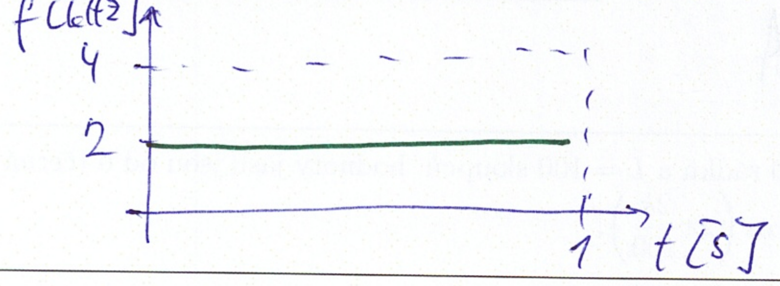
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signály s diskrétním časem jsou dány: $x_1[n] = 4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{50}n}$, $x_2[n] = 4e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$. Napište vztah pro jejich součet $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$. Vztah nesmí obsahovat komplexní čísla.

$y[n] = 8\sin\left(\frac{2\pi}{50}n\right)$ viz A

Příklad 2 Signál se spojitým časem má délku 1 sekunda a je to cosinusovka na frekvenci $f = 2$ kHz. Signál byl navzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz. Nakreslete jeho spektrogram.



Příklad 3 Určete hodnoty **pólů** číslicového filtru s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 2.25z^{-2}$.

viz A

$p_1 = p_2 = 0$

Příklad 4 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 - 0.4z^{-1} + 0.2z^{-2}$ zpracovává vstupní signál $x[n]$, omezený v intervalu $[-B, +B]$, kde $B = 1$: $x[n] \in [-B, +B]$. Podmínka stability praví: Pokud lze pro výstupní signál nalézt C takové, že $y[n] \in [-C, +C]$, je filtr stabilní. Napište, zda takové C existuje a pokud ano, jakou má hodnotu.

viz A

C existuje, C = 1,6

Příklad 5 Náhodný signál $x[n]$ je bílý šum. Slovně, schématem, kódem nebo jinak popište, jak se dá obarvit (tedy zajistit, aby jeho spektrální hustota výkonu nebyla pro všechny frekvence konstantní).

viz A

Příklad 6 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty X_i od 0 do 9. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete pravděpodobnosti jednotlivých hodnot: $\mathcal{P}(X_i)$.

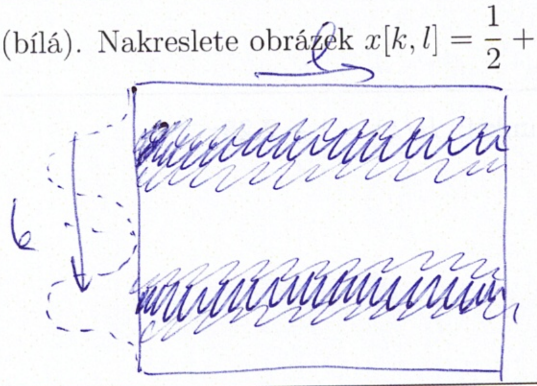
viz A

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte je na odhad sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$.

intervaly x_1	intervaly x_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	1000	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 8 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců, hodnoty jasu jsou od 0 (černá) do 1 (bílá). Nakreslete obrázek $x[k, l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{2k}{100}\right)$.



2 periody cos svisle

Příklad 9 V kódu je dán obrázek (matice, 2D pole) `x` o rozměrech `K` řádků a `L` sloupců, a čtvercové konvoluční jádro (maska, 2D filtr) `h` o rozměrech `I` řádků a `I` sloupců, kde `I` je liché číslo. Napište C-kód pro 2D konvoluci (filtrování). Pracujte pomocí cyklů, nesmíte použít žádné vektorové operace.

viz A

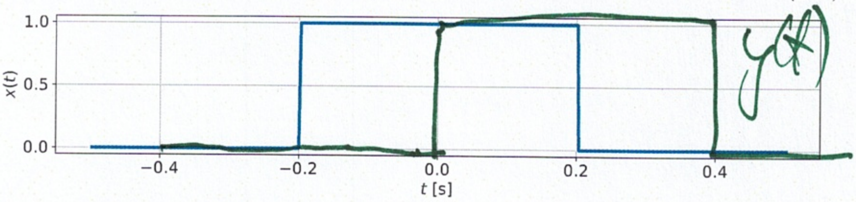
Příklad 10 Zjistěte, zda jsou báze Fourierovy řady $e^{jk\omega_1 t}$ a $e^{jl\omega_1 t}$ ortogonální pro $k = 3$ a $l = 1$.

viz A

ortogonální

B

Příklad 11 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Jeho spektrální funkce je $X(j\omega)$. Do stejného obrázku nakreslete signál $y(t)$, jehož spektrální funkce je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{-j0.2\omega}$.



viz A

zpoždění 0,2s

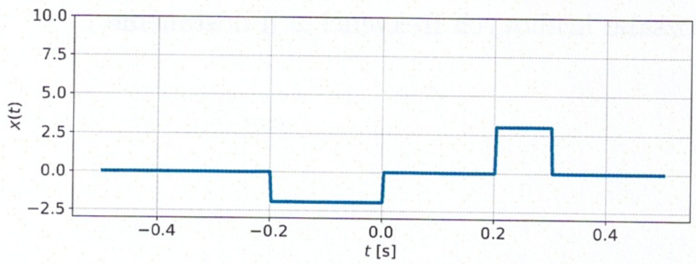
Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 6$, šířce $\vartheta = 1\,\mu$s a periodě $T_1 = 3\,\mu$s. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-3} do c_3. Pomůcka: $\operatorname{sinc}\frac{\pi}{3} = 0.83$, $\operatorname{sinc}\frac{2\pi}{3} = 0.41$.

viz A

$$c_k = \frac{0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 6}{3\cdot 10^{-6}} \operatorname{sinc}\left(0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot k\,\frac{2\pi}{3\cdot 10^{-6}}\right) = 2\operatorname{sinc}\left(k\frac{\pi}{3}\right)$$

$c_{-3} =$ 0 , $c_{-2} =$ 0,82 , $c_{-1} =$ 1,66 , $c_0 =$ 2 , $c_1 =$ 1,66 , $c_2 =$ 0,82 , $c_3 =$ 0 .

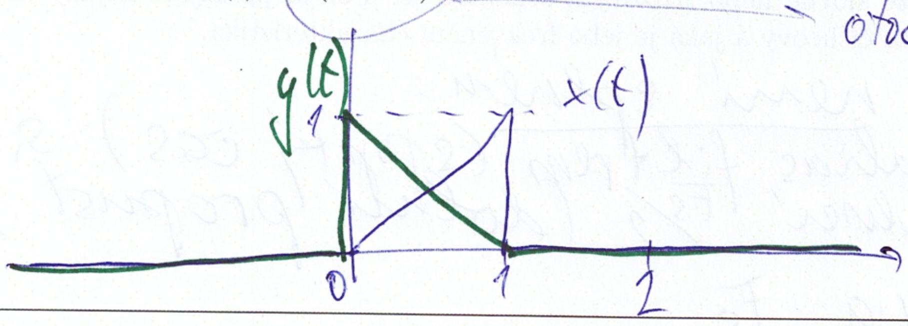
Příklad 13 Pro signál se spojitým časem $x(t)$ nakreslete do stejného obrázku průběh okamžitého výkonu $p(t)$.



viz A

Příklad 14 Nakreslete signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t+1)$.

– otočení, zpoždění



Příklad 15 První signál se spojitým časem je dán $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a druhý signál je dvojice Diracových impulsů: $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$. Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

viz A

Příklad 16 Dokažte, že systém se spojitým časem provádějící derivaci vstupu: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ je **lineární**.

viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{s-1}{0.5s+1}$. Napište diferenciální rovnici popisující tento systém.

~~dy~~ $$\frac{dx(t)}{dt} - x(t) = 0{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 18 V kódu obsahuje komplexní matice H o rozměrech 201×201 hodnoty přenosové funkce $H(s)$ systému se spojitým časem. Byla vygenerována pro imaginární složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (řádky) a pro reálnou složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (sloupce). Jak z ní vyčteme frekvenční charakteristiku systému $H(j\omega)$ a v jakém rozsahu kruhových frekvencí ω ji dostaneme ?

viz A

Příklad 19 Jaký je korektní postup vzorkování zvuku činelu (frekvenční složky až do 20 kHz) na vzorkovací frekvenci F_s = 20 kHz ? Popište slovně nebo blokovým schématem. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, zda je se spojitým časem nebo číslicový a jaká je jeho frekvenční charakteristika.

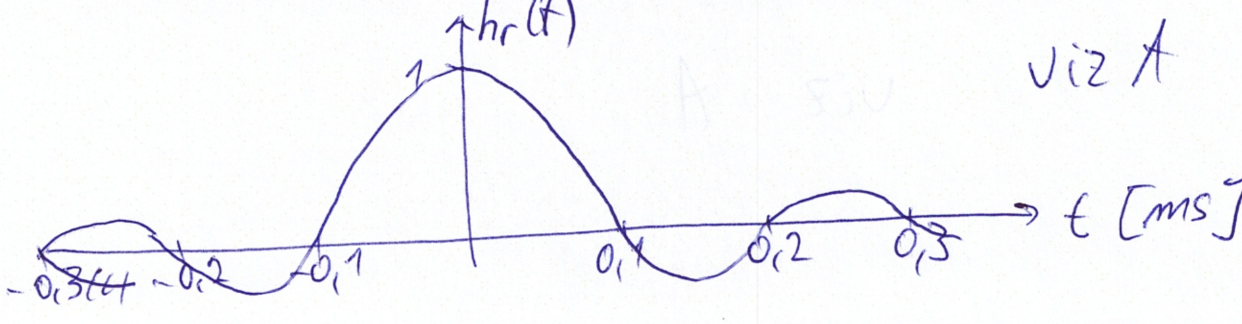
vzorkovací teorém není splněn:

1) filtrace anti-alias filtrem (spojitý čas) s mezní frekvencí $F_s/2$ (dolní propust)

2) vzorkování na F_s

Příklad 20 Signál je vzorkovaný na vzorkovací frekvenci F_s = 10 kHz. Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$. Na časové ose označte důležité body.

viz A



Semestrální zkouška ISS/ISSk, 2. opravný termín, 27.1.2023, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF ....
(prosím čitelně!)

$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$

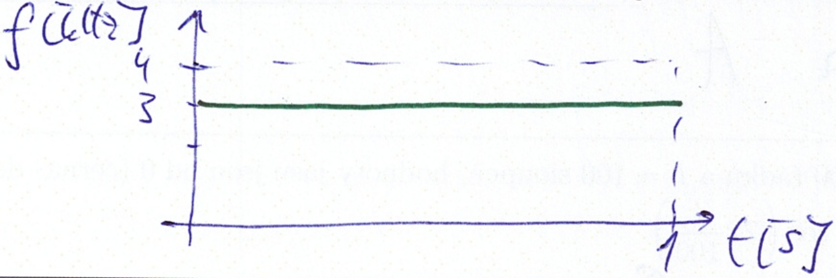
Příklad 1 Signály s diskrétním časem jsou dány: $x_1[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{50}n}$, $x_2[n] = 5e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$. Napište vztah pro jejich součet $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$. Vztah nesmí obsahovat komplexní čísla.

$y[n] = 5e^{j\left(\frac{2\pi}{50}n - \frac{\pi}{2}\right)} + 5e^{-j\left(\frac{2\pi}{50}n - \frac{\pi}{2}\right)} = 5 \cdot 2\cos\left(\frac{2\pi}{50}n - \frac{\pi}{2}\right) =$

$= \underline{10 \sin\left(\frac{2\pi}{50}n\right)}$

viz také A

Příklad 2 Signál se spojitým časem má délku 1 sekunda a je to cosinusovka na frekvenci $f = 3$ kHz. Signál byl navzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz. Nakreslete jeho spektrogram.



Příklad 3 Určete hodnoty **pólů** číslicového filtru s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 1.44z^{-2}$.

viz A

$p_1 = p_2 = 0$

Příklad 4 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 - 0.4z^{-1} - 0.2z^{-2}$ zpracovává vstupní signál $x[n]$, omezený v intervalu $[-B, +B]$, kde $B = 1$: $x[n] \in [-B, +B]$. Podmínka stability praví: Pokud lze pro výstupní signál nalézt C takové, že $y[n] \in [-C, +C]$, je filtr stabilní. Napište, zda takové C existuje a pokud ano, jakou má hodnotu.

viz A

C existuje, $C = 1{,}6$

Příklad 5 Náhodný signál $x[n]$ je bílý šum. Slovně, schématem, kódem nebo jinak popište, jak se dá obarvit (tedy zajistit, aby jeho spektrální hustota výkonu nebyla pro všechny frekvence konstantní).

viz A

Příklad 6 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty X_i od 0 do 9. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete pravděpodobnosti jednotlivých hodnot: $\mathcal{P}(X_i)$.

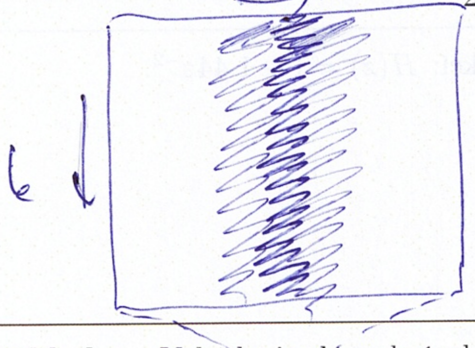
viz A

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte je na odhad sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$.

intervaly x_1	intervaly x_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	1000	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 8 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců, hodnoty jasu jsou od 0 (černá) do 1 (bílá). Nakreslete obrázek $x[k, l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{l}{100}\right)$.



1 perioda cos vodorovně.

Příklad 9 V kódu je dán obrázek (matice, 2D pole) `x` o rozměrech `K` řádků a `L` sloupců, a čtvercové konvoluční jádro (maska, 2D filtr) `h` o rozměrech `I` řádků a `I` sloupců, kde `I` je liché číslo. Napište C-kód pro 2D konvoluci (filtrování). Pracujte pomocí cyklů, nesmíte použít žádné vektorové operace.

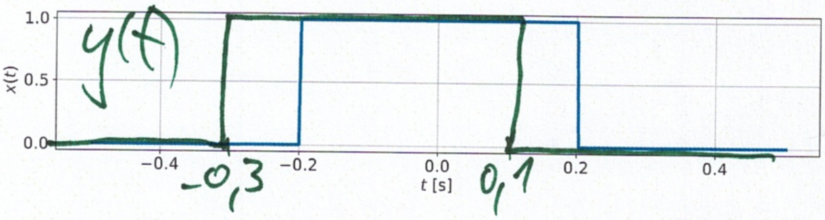
viz A

Příklad 10 Zjistěte, zda jsou báze Fourierovy řady $e^{jk\omega_1 t}$ a $e^{jl\omega_1 t}$ ortogonální pro $k = 1$ a $l = 3$.

viz A i complex exp se záporným rozdílem k-l má celý počet period.
=> ortogonální

C

Příklad 11 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Jeho spektrální funkce je $X(j\omega)$. Do stejného obrázku nakreslete signál $y(t)$, jehož spektrální funkce je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{+j0.1\omega}$.



viz A

předběhnutí 0,1 s

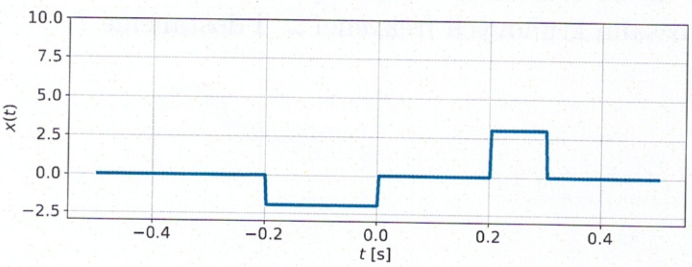
Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 6$, šířce $\vartheta = \frac{1}{3}$ μs a periodě $T_1 = 1$ μs. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-3} do c_3. Pomůcka: $\text{sinc}\frac{\pi}{3} = 0.83$, $\text{sinc}\frac{2\pi}{3} = 0.41$.

viz A

$$c_k = \frac{6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} \text{sinc}\left(\frac{1}{6} \cdot 10^{-6} k \frac{2\pi}{1 \cdot 10^{-6}}\right) = 2 \, \text{sinc}\left(k\frac{\pi}{3}\right)$$

$c_{-3} =$ 0 , $c_{-2} =$ 0,82, $c_{-1} =$ 1,66 , $c_0 =$ 2 , $c_1 =$ 1,66, $c_2 =$ 0,82, $c_3 =$ 0 .

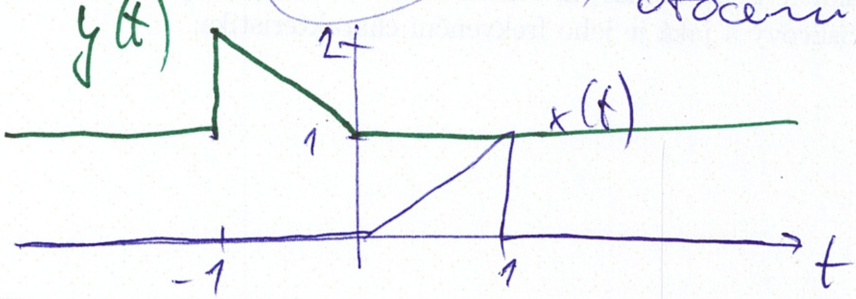
Příklad 13 Pro signál se spojitým časem $x(t)$ nakreslete do stejného obrázku průběh okamžitého výkonu $p(t)$.



viz A

Příklad 14 Nakreslete signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t) + 1$.

otočení, přidání offsetu



Příklad 15 První signál se spojitým časem je dán $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a druhý signál je dvojice Diracových impulsů: $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$. Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

viz A

Příklad 16 Dokažte, že systém se spojitým časem provádějící derivaci vstupu: $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ je **lineární**.

viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \dfrac{0.5s - 1}{s + 1}$. Napište diferenciální rovnici popisující tento systém.

$$0{,}5\frac{dx(t)}{dt} - x(t) = \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 18 V kódu obsahuje komplexní matice `H` o rozměrech 201×201 hodnoty přenosové funkce $H(s)$ systému se spojitým časem. Byla vygenerována pro imaginární složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (řádky) a pro reálnou složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (sloupce). Jak z ní vyčteme frekvenční charakteristiku systému $H(j\omega)$ a v jakém rozsahu kruhových frekvencí ω ji dostaneme ?

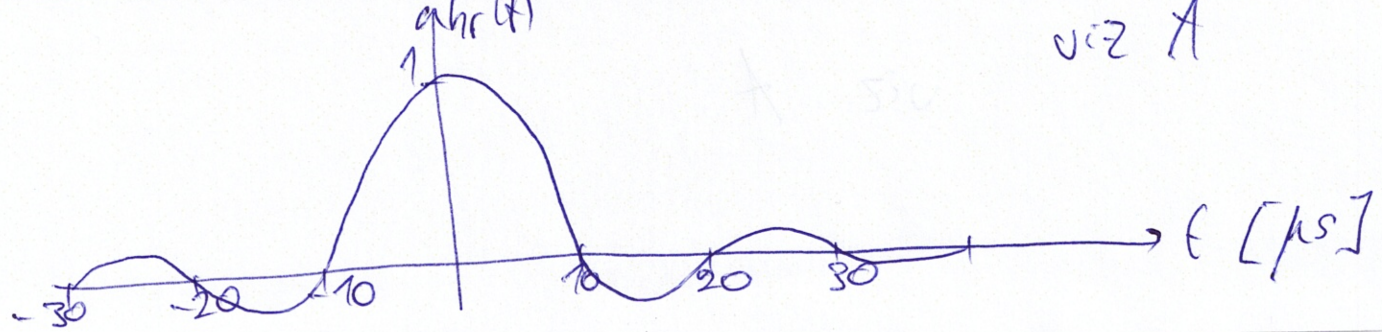
viz A

Příklad 19 Jaký je korektní postup vzorkování zvuku činelu (frekvenční složky až do 20 kHz) na vzorkovací frekvenci $F_s = 16$ kHz ? Popište slovně nebo blokovým schématem. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, zda je se spojitým časem nebo číslicový a jaká je jeho frekvenční charakteristika.

viz B

Příklad 20 Signál je vzorkovaný na vzorkovací frekvenci $F_s = 100$ kHz. Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$. Na časové ose označte důležité body.

viz A



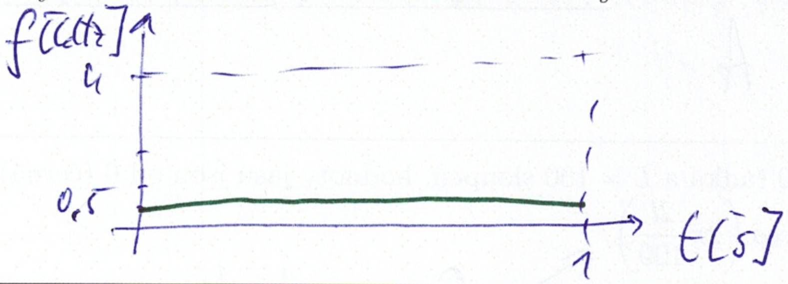
Semestrální zkouška ISS/ISSk, 2. opravný termín, 27.1.2023, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: REF ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signály s diskrétním časem jsou dány: $x_1[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{50}n}$, $x_2[n] = 5e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$. Napište vztah pro jejich součet $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$. Vztah nesmí obsahovat komplexní čísla.

Viz C

Příklad 2 Signál se spojitým časem má délku 1 sekunda a je to cosinusovka na frekvenci $f = 500$ Hz. Signál byl navzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz. Nakreslete jeho spektrogram.



Příklad 3 Určete hodnoty **pólů** číslicového filtru s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 1.69z^{-2}$.

viz A

$p_1 = p_2 = 0$

Příklad 4 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 0.4z^{-1} - 0.4z^{-2}$ zpracovává vstupní signál $x[n]$, omezený v intervalu $[-B, +B]$, kde $B = 1$: $x[n] \in [-B, +B]$. Podmínka stability praví: Pokud lze pro výstupní signál nalézt C takové, že $y[n] \in [-C, +C]$, je filtr stabilní. Napište, zda takové C existuje a pokud ano, jakou má hodnotu.

viz A

C existuje, C = 1,8

Příklad 5 Náhodný signál $x[n]$ je bílý šum. Slovně, schématem, kódem nebo jinak popište, jak se dá obarvit (tedy zajistit, aby jeho spektrální hustota výkonu nebyla pro všechny frekvence konstantní).

Viz A

Příklad 6 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty X_i od 0 do 9. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete pravděpodobnosti jednotlivých hodnot: $\mathcal{P}(X_i)$.

viz A

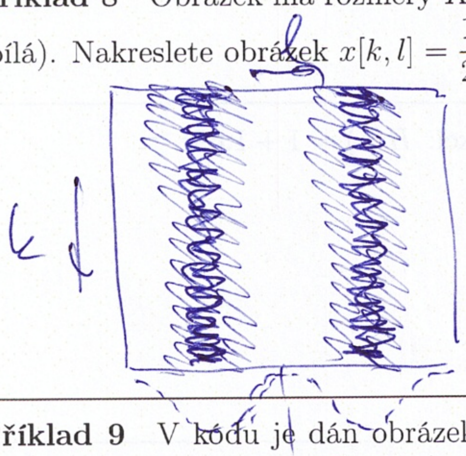
Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte je na odhad sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$.

intervaly x_1	intervaly x_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	1000	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 8 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců, hodnoty jasu jsou od 0 (černá) do 1 (bílá). Nakreslete obrázek $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{2l}{100}\right)$.

2 průběhy cos vodorovně



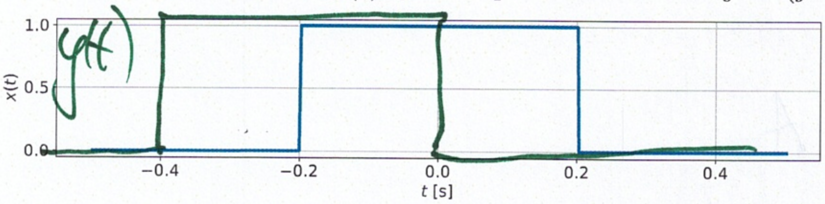
Příklad 9 V kódu je dán obrázek (matice, 2D pole) `x` o rozměrech `K` řádků a `L` sloupců, a čtvercové konvoluční jádro (maska, 2D filtr) `h` o rozměrech `I` řádků a `I` sloupců, kde `I` je liché číslo. Napište C-kód pro 2D konvoluci (filtrování). Pracujte pomocí cyklů, nesmíte použít žádné vektorové operace.

viz A

Příklad 10 Zjistěte, zda jsou báze Fourierovy řady $e^{jk\omega_1 t}$ a $e^{jl\omega_1 t}$ ortogonální pro $k = 2$ a $l = 3$.

viz A a C ⇒ ortogonální

Příklad 11 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Jeho spektrální funkce je $X(j\omega)$. Do stejného obrázku nakreslete signál $y(t)$, jehož spektrální funkce je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{+j0.2\omega}$.



viz A

předbíhání
0,2 s

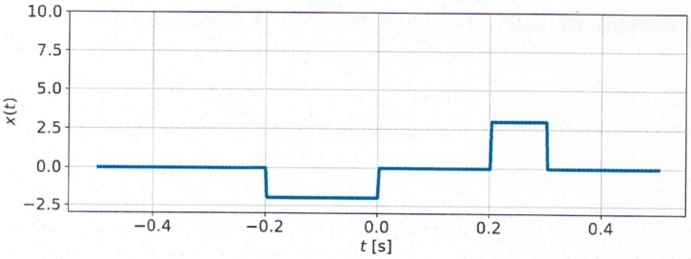
Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 6$, šířce $\vartheta = 3\,\mu s$ a periodě $T_1 = 9\,\mu s$. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-3} do c_3. Pomůcka: $\text{sinc}\frac{\pi}{3} = 0.83$, $\text{sinc}\frac{2\pi}{3} = 0.41$.

viz A

$$c_k = \frac{6\cdot 3\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-6}}\,\text{sinc}\left(1{,}5\cdot 10^{-6}\,k\,\frac{2\pi}{9\cdot 10^{-6}}\right) = 2\,\text{sinc}\left(k\frac{\pi}{3}\right)$$

$c_{-3} = 0$, $c_{-2} = 0{,}82$, $c_{-1} = 1{,}66$, $c_0 = 2$, $c_1 = 1{,}66$, $c_2 = 0{,}82$, $c_3 = 0$.

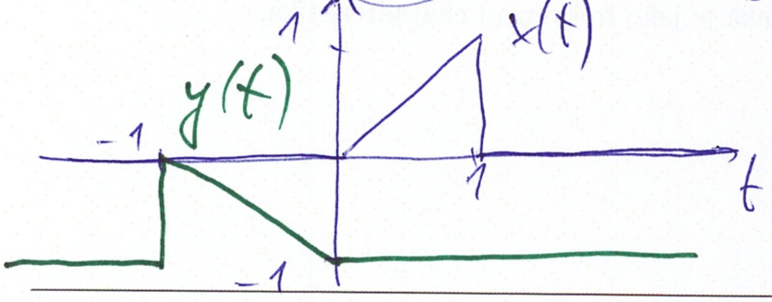
Příklad 13 Pro signál se spojitým časem $x(t)$ nakreslete do stejného obrázku průběh okamžitého výkonu $p(t)$.



viz A

Příklad 14 Nakreslete signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t) - 1$.

otočení, mínus offset.



Příklad 15 První signál se spojitým časem je dán $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a druhý signál je dvojice Diracových impulsů: $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$. Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

viz A

Příklad 16 Dokažte, že systém se spojitým časem provádějící derivaci vstupu: $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ je **lineární**.

viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \dfrac{0.3s - 1}{0.5s + 1}$. Napište diferenciální rovnici popisující tento systém.

$$0{,}3\,\frac{dx(t)}{dt} - x(t) = 0{,}5\,\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 18 V kódu obsahuje komplexní matice `H` o rozměrech 201×201 hodnoty přenosové funkce $H(s)$ systému se spojitým časem. Byla vygenerována pro imaginární složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (řádky) a pro reálnou složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (sloupce). Jak z ní vyčteme frekvenční charakteristiku systému $H(j\omega)$ a v jakém rozsahu kruhových frekvencí ω ji dostaneme ?

viz A

Příklad 19 Jaký je korektní postup vzorkování zvuku činelu (frekvenční složky až do 20 kHz) na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz ? Popište slovně nebo blokovým schématem. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, zda je se spojitým časem nebo číslicový a jaká je jeho frekvenční charakteristika.

viz B

Příklad 20 Signál je vzorkovaný na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ MHz. Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$. Na časové ose označte důležité body.

viz A