Semestrální zkouška ISS/ISSk, 2. opravný termín, 27.1.2023, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signály s diskrétním časem jsou dány: $x_1[n] = 4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{50}n}$, $x_2[n] = 4e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$.
Napište vztah pro jejich součet $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$. Vztah nesmí obsahovat komplexní čísla.

Příklad 2 Signál se spojitým časem má délku 1 sekunda a je to cosinusovka na frekvenci $f = 1$ kHz. Signál byl navzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz. Nakreslete jeho spektrogram.

Příklad 3 Určete hodnoty **pólů** číslicového filtru s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 1.21z^{-2}$.

Příklad 4 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 0.4z^{-1} - 0.2z^{-2}$ zpracovává vstupní signál $x[n]$, omezený v intervalu $[-B, +B]$, kde $B = 1$: $x[n] \in [-B, +B]$. Podmínka stability praví: Pokud lze pro výstupní signál nalézt C takové, že $y[n] \in [-C, +C]$, je filtr stabilní. Napište, zda takové C existuje a pokud ano, jakou má hodnotu.

Příklad 5 Náhodný signál $x[n]$ je bílý šum. Slovně, schématem, kódem nebo jinak popište, jak se dá obarvit (tedy zajistit, aby jeho spektrální hustota výkonu nebyla pro všechny frekvence konstantní).

Příklad 6 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty X_i od 0 do 9. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete pravděpodobnosti jednotlivých hodnot: $\mathcal{P}(X_i)$.

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte je na odhad sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$.

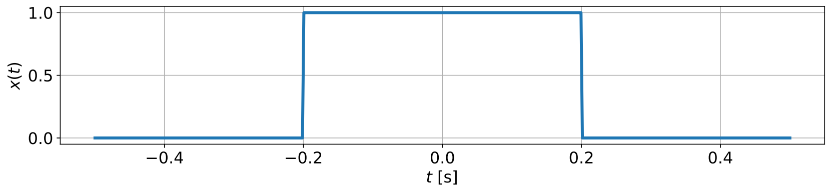
intervaly	intervaly x_2			
x_1	[-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	1000	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

Příklad 8 Obrázek má rozměry $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců, hodnoty jasu jsou od 0 (černá) do 1 (bílá). Nakreslete obrázek $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{k}{100}\right)$.

Příklad 9 V kódu je dán obrázek (matice, 2D pole) `x` o rozměrech `K` řádků a `L` sloupců, a čtvercové konvoluční jádro (maska, 2D filtr) `h` o rozměrech `I` řádků a `I` sloupců, kde `I` je liché číslo. Napište C-kód pro 2D konvoluci (filtrování). Pracujte pomocí cyklů, nesmíte použít žádné vektorové operace.

Příklad 10 Zjistěte, zda jsou báze Fourierovy řady $e^{jk\omega_1 t}$ a $e^{jl\omega_1 t}$ ortogonální pro $k = 3$ a $l = 4$.

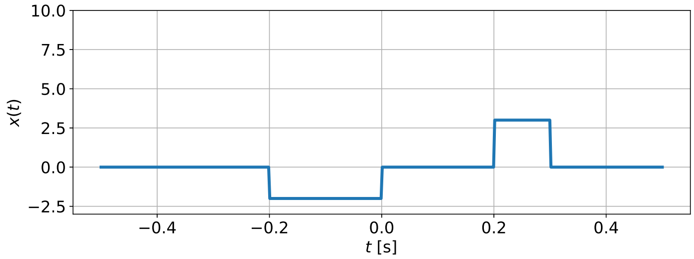
Příklad 11 Na obrázku je signál se spojitým časem $x(t)$. Jeho spektrální funkce je $X(j\omega)$. Do stejného obrázku nakreslete signál $y(t)$, jehož spektrální funkce je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{-j0.1\omega}$.



Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 6$, šířce $\vartheta = 2\,\mu$s a periodě $T_1 = 6\,\mu$s. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-3} do c_3. Pomůcka: $\text{sinc}\frac{\pi}{3} = 0.83$, $\text{sinc}\frac{2\pi}{3} = 0.41$.

$c_{-3} =$, $c_{-2} =$, $c_{-1} =$, $c_0 =$, $c_1 =$, $c_2 =$, $c_3 =$.

Příklad 13 Pro signál se spojitým časem $x(t)$ nakreslete do stejného obrázku průběh okamžitého výkonu $p(t)$.



Příklad 14 Nakreslete signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t-1)$.

Příklad 15 První signál se spojitým časem je dán $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a druhý signál je dvojice Diracových impulsů: $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$. Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 16 Dokažte, že systém se spojitým časem provádějící derivaci vstupu: $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ je **lineární**.

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \dfrac{0.5s - 1}{0.5s + 1}$.
Napište diferenciální rovnici popisující tento systém.

Příklad 18 V kódu obsahuje komplexní matice `H` o rozměrech 201×201 hodnoty přenosové funkce $H(s)$ systému se spojitým časem. Byla vygenerována pro imaginární složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (řádky) a pro reálnou složku proměnné s od -10 do 10 s krokem 0.1 (sloupce). Jak z ní vyčteme frekvenční charakteristiku systému $H(j\omega)$ a v jakém rozsahu kruhových frekvencí ω ji dostaneme ?

Příklad 19 Jaký je korektní postup vzorkování zvuku činelu (frekvenční složky až do 20 kHz) na vzorkovací frekvenci $F_s = 44.1$ kHz ? Popište slovně nebo blokovým schématem. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, zda je se spojitým časem nebo číslicový a jaká je jeho frekvenční charakteristika.

Příklad 20 Signál je vzorkovaný na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$. Na časové ose označte důležité body.