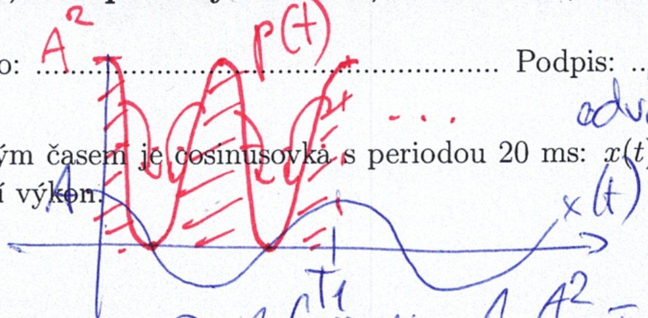
Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 25.1.2024, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....REF.....................
(prosím čitelně!)

odvození není nutné

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem je cosinusovka s periodou 20 ms: $x(t) = 10\cos(2\pi 50t)$. Určete jakýmkoliv způsobem její střední výkon.



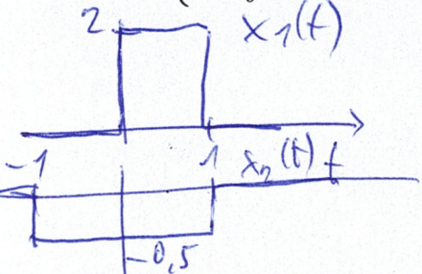
$P_s = \frac{10^2}{2} = 50$

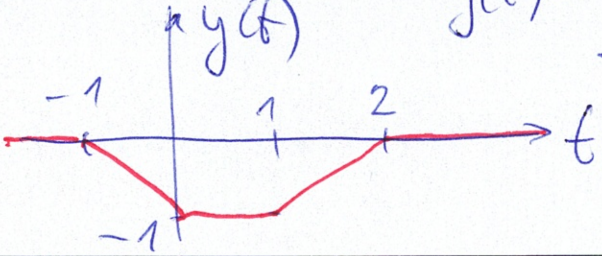
$P_s = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} p(t)\,dt = \frac{1}{T_1}\cdot\frac{A^2}{2}\cdot T_1 = \frac{A^2}{2}$

Příklad 2 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} -0.5 & \text{pro } -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)\,x_2(t-\tau)\,d\tau$

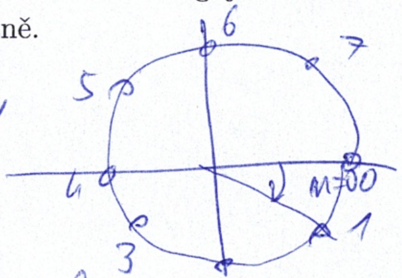




Příklad 3 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet koeficientu $X[1]$ Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) diskrétního signálu v poli x o délce $N = 8$. Nefungují ale funkce `exp`, `cos`, ani `sin`, takže hodnoty komplexní báze $e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}$ musíte naplnit ručně.

```
a = 1 / np.sqrt(2)
e = [1, a-j*a, -j, -a-j*a, -1, -a+j*a,
     +j, a+j*a]
X1 = np.dot(x, e)
```

↑ nebo jakákoliv jiná realizace sumy součinů



Příklad 4 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.9z^{-1}$. Určete, zda se jedná o dolní propusť, horní propusť, pásmovou propusť nebo pásmovou zádrž, své tvrzení zdůvodněte.

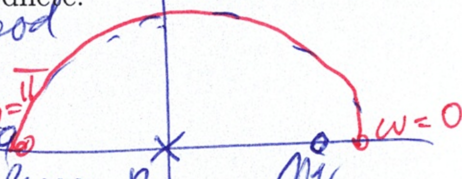
horní propust

$H(z) = \frac{z - 0,9}{z - 0}$ ← nulový bod ← pól

$|H(e^{j\omega})| = \frac{|e^{j\omega} - 0,9|}{|e^{j\omega}|}$ ← malé pro nízké frekvence, velké pro vysoké ...

↑ pořád stejné

viz také B ...



Příklad 5 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód implementující funkci `freqz4(b,a,N)` pro výpočet frekvenční charakteristiky číslicového filtru 4. řádu. Vstupem je vektor `b` s koeficienty $b_0 \dots b_4$, vektor `a` s koeficienty 1, $a_1 \dots a_4$, a počet výsledných hodnot `N`. Výstupem nechť je vektor `N` hodnot $H(e^{j\omega})$ od normované kruhové frekvence 0 po π rad.

$H(e^{j\omega}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots a_4 z^{-4}}\Big|_{z = e^{j\omega}}$

```
om = np.linspace(0, np.pi, N)
ejom = np.exp(1j * om)
num = b[0] + b[1]*np.power(ejom, -1) + ... + b[4]*np.power(ejom, -4)
denom = 1 + a[1]*np.power(ejom, -1) + ... + a[4]*np.power(ejom, -4)
H = num / denom
```

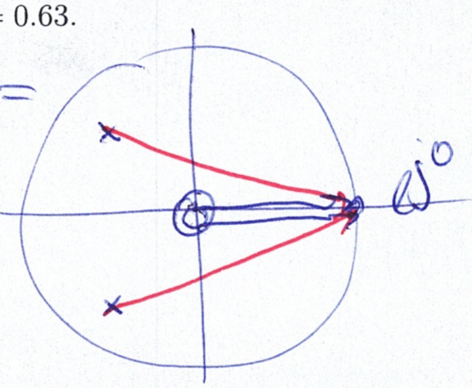
viz také B

A

Příklad 6 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = 0$ a $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -0.5 + 0.5j$ a $p_2 = -0.5 - 0.5j$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+0.5^2}} = 1.41$, $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+1.5^2}} = 0.63$.

$$|H| = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{0{,}5^2+1{,}5^2}\sqrt{0{,}5^2+1{,}5^2}} = 0{,}63^2 = $$

$$= \underline{\underline{0{,}4}}$$

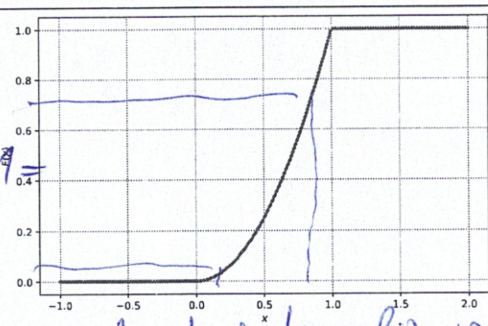


Příklad 7 První číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_1(z)$ a druhý číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_2(z)$ jsou zapojeny v sérii. Určete přenosovou funkci výsledného filtru.

násobení!

$H(z) =$ .... $H_1(z) \cdot H_2(z)$

Příklad 8 Na obrázku je distribuční funkce stacionárního náhodného signálu. Určete následující pravděpodobnost:



$P(0.2 < \xi[n] < 0.8) =$ .... $F(0{,}8) - F(0{,}2) = 0{,}7 - 0{,}1 =$

$= \underline{\underline{0{,}6}}$

Příklad 9 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Vypočtěte hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$.

středy intervalů → hodnoty x_1, x_2

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

$$R[n_1,n_2] = \iint_{x_1 x_2} p(x_1,x_2,n_1,n_2) \cdot x_1 x_2 \, dx_1 dx_2 =$$

převod countů na 2D-PDF: normalizace počtem realizací a plochou „chlívku"

Num. integrace: násobení plochou chlívku a součet

$$R[n_1,n_2] = \frac{1000(-5)(-5) + 1000(-5)\cdot 5 + 1000(5)(-5) + 1000 \cdot 15 \cdot 15}{4000 \cdot 100} \cdot 100 = \frac{225000 - 25000}{4000} = \underline{\underline{50}}$$

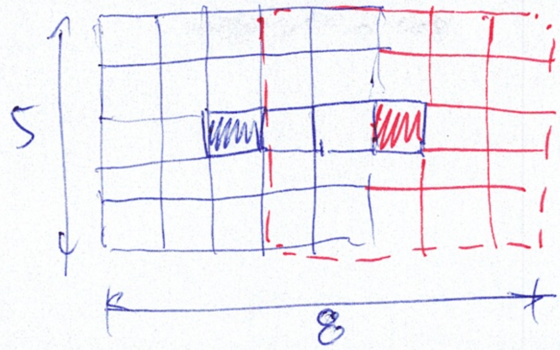
Příklad 10 V programu byla odhadnuta funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$. Její hodnoty jsou uloženy v poli `px`, které má `N` prvků. Hodnoty parametru x jsou uloženy v poli `x`, které má také `N` prvků. Hodnoty v `x` stoupají rovnoměrně, vzdálenost mezi nimi je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro kontrolu, zda se jedná o korektní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

```
check = np.sum(px) * Delta
if check == 1 :
    print ("nice")
else
    print ("bad")
```

správně by mělo být přibližně 1 kvůli num. chybám ("isclose", atd.)

A

Příklad 11 Obrázek $x[k,l]$ o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje dva bílé pixely: $x[50,50] = 1$, $x[50,53] = 1$, ostatní jsou černé (nulové). Obrázek je filtrován 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$. Určete počet nenulových pixelů ve výsledném obrázku.



$\underline{\underline{40}}$

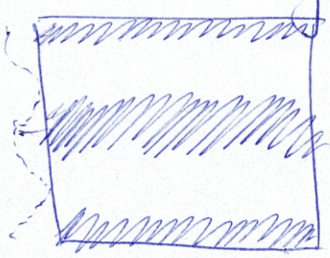
Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má 2D-DFT $X[m,n]$. Napište, jak se změní hodnoty 2D-DFT, pokud v obrázku zvětšíme jas: $y[k,l] = x[k,l] + jas$. Předpokládejte, že žádná z hodnot $y[k,l]$ nebude "klipována" na maximální úroveň.

změní se pouze $X[0,0]$, pro jakékoliv další $m \neq 0, n \neq 0$ je $\sum\sum const. \, e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$ rovná nule

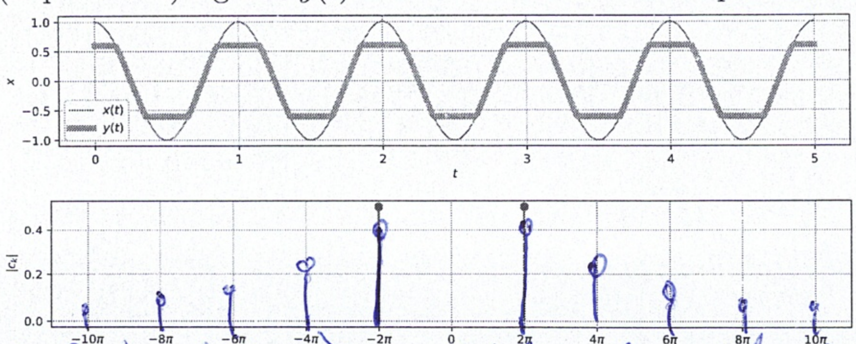
---

Příklad 13 Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100, L = 100$ daný $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi \frac{2k}{100})$. Hodnoty 1 kreslete tmavě, hodnota nula je bílý papír.

2 vlny svisle



Příklad 14 Na prvním obrázku je slabou čárou periodický signál se spojitým časem $x(t)$ a na druhém jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ). Nakreslete do druhého obrázku moduly koeficientů FŘ omezeného (klipovaného) signálu $y(t)$ kresleného silnou čárou. Spíše než o hodnoty jde o polohy koeficientů.



signál je menší, hrany ⇒ vyšší harmonické

ss. složka stále nula

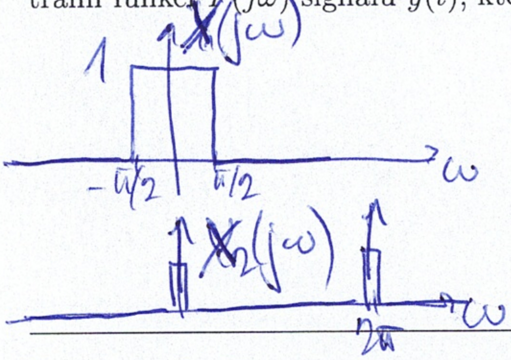
úplně přesně: sudé koeficienty budou asi nula (signál je symetrický)

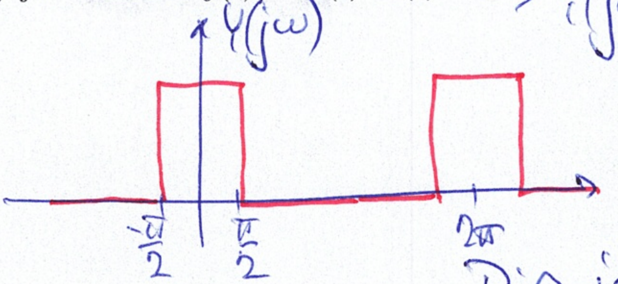
Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t + 0.1)$.

$Y(j\omega) = X(j\omega)\, e^{j\omega 0,1}$ posun argumentu

$\arg Y(j\omega) = \arg X(j\omega) + 0{,}1\omega$

Příklad 16 Signál se spojitým časem $x_1(t)$ má spektrální funkci $X_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Signál $x_2(t)$ má spektrální funkci $X_2(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - 2\pi)$, kde $\delta(\cdot)$ je Diracův impuls. Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je součinem: $y(t) = x_1(t)\, x_2(t)$. → $Y(j\omega) = Y_1(j\omega) * Y_2(j\omega)$ konvolce





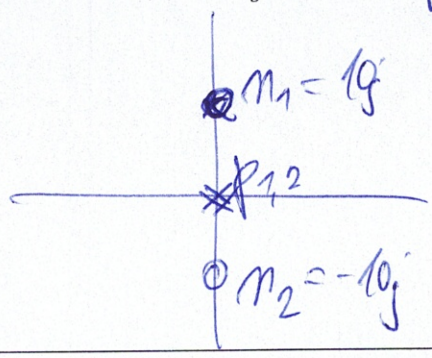
Dir. impuls je v konvolci kopírka

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{s^2+100}{s^2}$.
Určete všechny nulové body a póly tohoto systému.

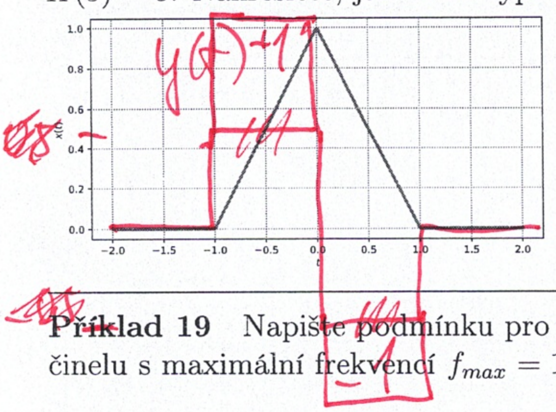
$$H(s) = \frac{(s-10j)(s+10j)}{(s-0)(s-0)}$$

nulové body: $n_{1/2} = \pm 10j$

póly: $p_{1/2} = 0$



Příklad 18 Vstupní signál $x(t)$ systému se spojitým časem je na obrázku. Systém má přenosovou funkci $H(s) = s$. Nakreslete, jak bude vypadat výstupní signál $y(t)$.



$\frac{Y(s)}{X(s)} = s$ $\quad Y(s) = s\,X(s)$ obraz 1. derivace

zpětná ~~L~~aplac. transf.:

$y(t) = \cancel{dt}\ \frac{dx(t)}{dt}$

výstup je derivací vstupu

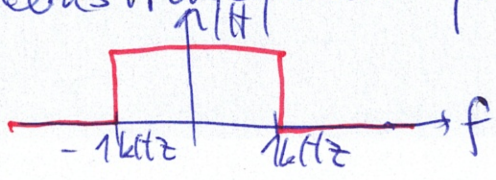
Příklad 19 Napište podmínku pro vzorkovací frekvenci F_s pro ideální vzorkování signálu činelu s maximální frekvencí $f_{max} = 15$ kHz.

$F_s > 30\,\text{kHz}$

Příklad 20 Signál na vzorkovací frekvenci $F_{s,low} = 2$ kHz je potřeba převzorkovat na vyšší vzorkovací frekvenci $F_{s,high} = 48$ kHz. Napište postup. Pokud použijete jakýkoliv filtr, uveďte jasně, jakou bude mít frekvenční charakteristiku a na které vzorkovací frekvenci bude pracovat.

① nadvzorkování - vždy jeden vzorek originálu a 23 nulových

② filtrace "rekonstrukčním" filtrem - dolní propust pracující na $F_s = 48$ kHz



Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 25.1.2024, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

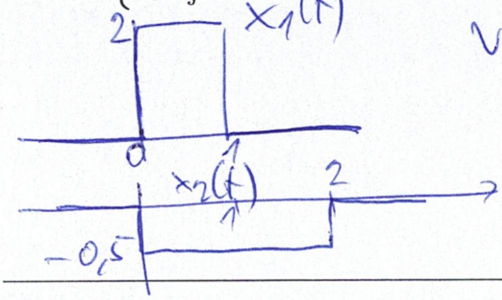
Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem je cosinusovka s periodou 20 ms: $x(t) = 10\cos(2\pi 50 t)$. Určete jakýmkoliv způsobem její střední výkon.

viz A

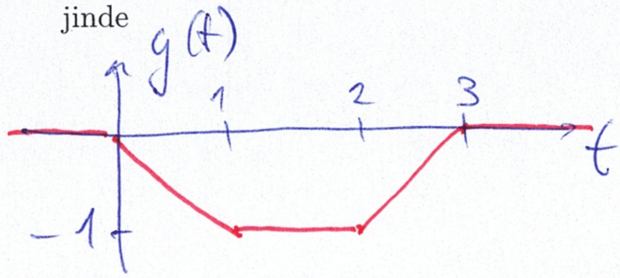
$P_s =$ 50

Příklad 2 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} -0.5 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



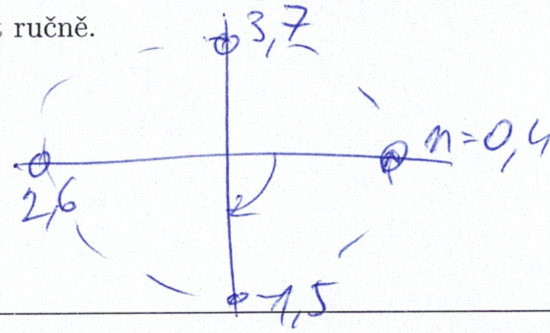
viz A



Příklad 3 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet koeficientu $X[2]$ Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) diskrétního signálu v poli `x` o délce $N = 8$. Nefungují ale funkce `exp`, `cos`, ani `sin`, takže hodnoty komplexní báze $e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$ musíte naplnit ručně.

e=[1, -j, -1, +j, 1, -j, -1, +j]

X2 = ... viz A



Příklad 4 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.9z^{-1}$. Určete, zda se jedná o dolní propusť, horní propusť, pásmovou propusť nebo pásmovou zádrž, své tvrzení zdůvodněte.

stejnosměrný signál ($\omega=0$): $y[n] = 1-0.9 = 0.1$ malé

nejrychlejší signál ($\omega=\pi$): $y[n] = 1 - 0.9(-1) = 1,9$

nebo $= -1 - 0.9(1) = -1,9$

hodně

horní propust!

viz ~~také~~ A

Příklad 5 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód implementující funkci `freqz4(b,a,N)` pro výpočet frekvenční charakteristiky číslicového filtru 4. řádu. Vstupem je vektor `b` s koeficienty $b_0 \dots b_4$, vektor `a` s koeficienty 1, $a_1 \dots a_4$, a počet výsledných hodnot `N`. Výstupem nechť je vektor `N` hodnot $H(e^{j\omega})$ od normované kruhové frekvence 0 po π rad.

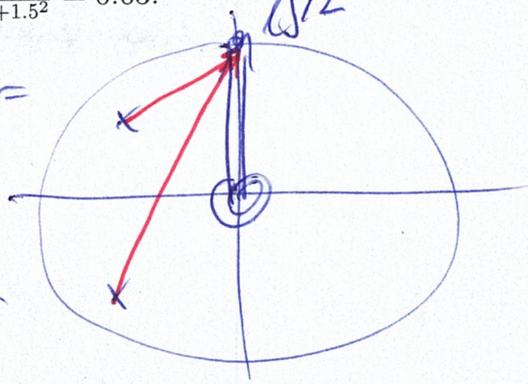
```
num = np.fft(np.zeropad(b, 2*N))
denom = np.fft(np.zeropad(a, 2*N))
H = num / denom
H = H[0:N]
```

B

Příklad 6 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = 0$ a $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -0.5 + 0.5\jmath$ a $p_2 = -0.5 - 0.5\jmath$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+0.5^2}} = 1.41$, $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+1.5^2}} = 0.63$.

$$|H| = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2}\,\sqrt{0{,}5^2+1{,}5^2}} = $$

$$= 1{,}4 \cdot 0{,}6 = \underline{\underline{0{,}84}}$$

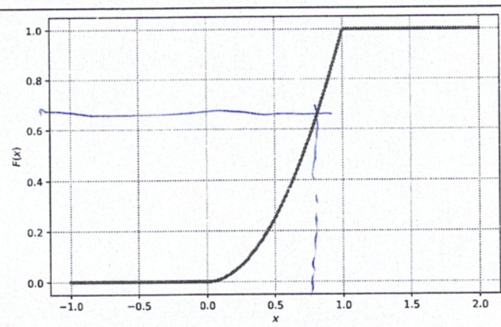


Příklad 7 První číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_1(z)$ a druhý číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_2(z)$ jsou zapojeny v sérii. Určete přenosovou funkci výsledného filtru.

viz A

$H(z) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Příklad 8 Na obrázku je distribuční funkce stacionárního náhodného signálu. Určete následující pravděpodobnost:



$P(\xi[n] < 0.8) = \ldots\ldots\ldots$ $F(0{,}8) = \underline{\underline{0{,}7}}$

Příklad 9 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Vypočtěte hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$. ≈ 50

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2: [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 10 V programu byla odhadnuta funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$. Její hodnoty jsou uloženy v poli `px`, které má `N` prvků. Hodnoty parametru x jsou uloženy v poli `x`, které má také `N` prvků. Hodnoty v `x` stoupají rovnoměrně, vzdálenost mezi nimi je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro kontrolu, zda se jedná o korektní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

viz A

B

Příklad 11 Obrázek $x[k,l]$ o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje dva bílé pixely: $x[50,50] = 1$, $x[50,52] = 1$, ostatní jsou černé (nulové). Obrázek je filtrován 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$. Určete počet nenulových pixelů ve výsledném obrázku.

viz A

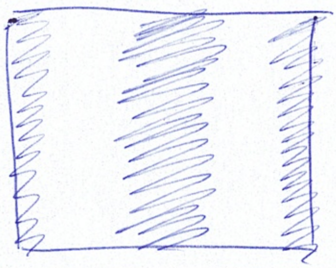
$5 \cdot 7 = \underline{\underline{35}}$

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má 2D-DFT $X[m,n]$. Napište, jak se změní hodnoty 2D-DFT, pokud v obrázku zvětšíme jas: $y[k,l] = x[k,l] + jas$. Předpokládejte, že žádná z hodnot $y[k,l]$ nebude "klipována" na maximální úroveň.

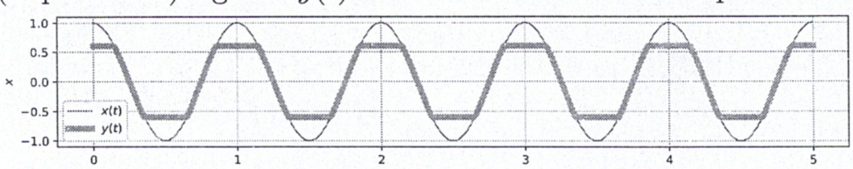
viz A

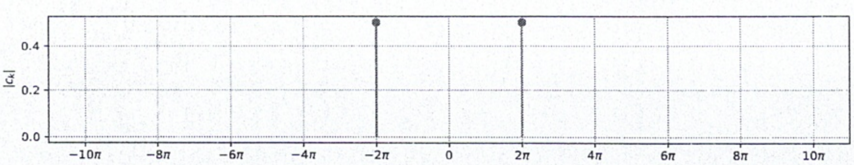
Příklad 13 Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100, L = 100$ daný $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi\frac{2l}{100})$. Hodnoty 1 kreslete tmavě, hodnota nula je bílý papír.

2 vlny vodorovně



Příklad 14 Na prvním obrázku je slabou čárou periodický signál se spojitým časem $x(t)$ a na druhém jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ). Nakreslete do druhého obrázku moduly koeficientů FŘ omezeného (klipovaného) signálu $y(t)$ kresleného silnou čárou. Spíše než o hodnoty jde o polohy koeficientů.





viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t + 0.3)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) = \ldots$ $\arg X(j\omega) + 0{,}3\,\omega$

B

Příklad 16 Signál se spojitým časem $x_1(t)$ má spektrální funkci $X_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\pi/2 \le \omega \le \pi/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Signál $x_2(t)$ má spektrální funkci $X_2(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - 2\pi)$, kde $\delta(\cdot)$ je Diracův impuls. Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je součinem: $y(t) = x_1(t)\, x_2(t)$.

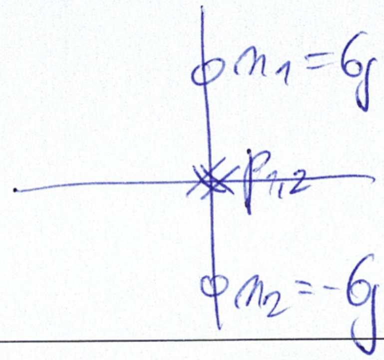
viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{s^2+36}{s^2}$.
Určete všechny nulové body a póly tohoto systému.

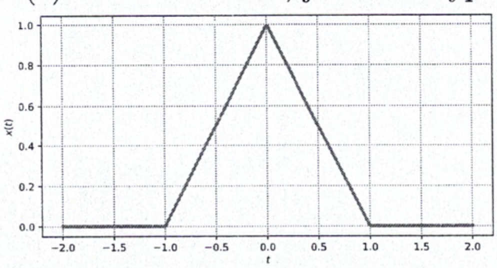
viz A

nul. body: $n_{1,2} = \pm 6j$

póly: $p_{1,2} = 0$



Příklad 18 Vstupní signál $x(t)$ systému se spojitým časem je na obrázku. Systém má přenosovou funkci $H(s) = s$. Nakreslete, jak bude vypadat výstupní signál $y(t)$.



viz A

Příklad 19 Napište podmínku pro vzorkovací frekvenci F_s pro ideální vzorkování signálu činelu s maximální frekvencí $f_{max} = 15$ kHz.

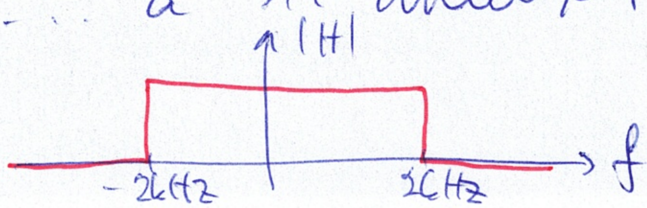
$F_s > 30$ kHz

Příklad 20 Signál na vzorkovací frekvenci $F_{s,low} = 4$ kHz je potřeba převzorkovat na vyšší vzorkovací frekvenci $F_{s,high} = 48$ kHz. Napište postup. Pokud použijete jakýkoliv filtr, uveďte jasně, jakou bude mít frekvenční charakteristiku a na které vzorkovací frekvenci bude pracovat.

viz A

(1) ... a 11 nulových

(2)



Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 25.1.2024, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

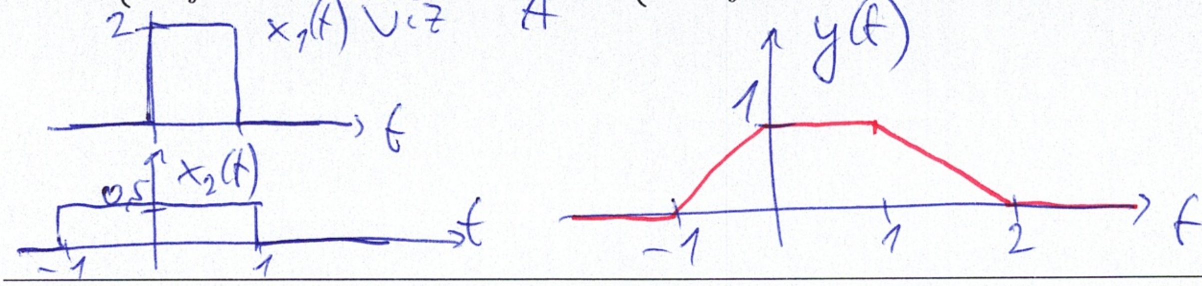
Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem je cosinusovka s periodou 20 ms: $x(t) = 10\cos(2\pi 50 t)$. Určete jakýmkoliv způsobem její střední výkon.

viz A

$P_s =$ 50

Příklad 2 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

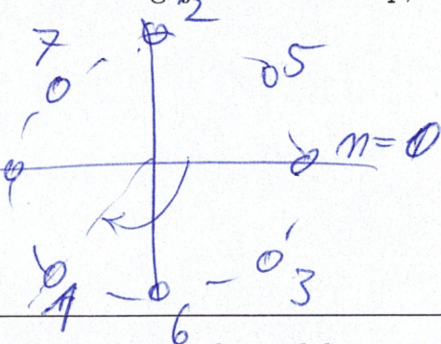
$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Příklad 3 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet koeficientu $X[3]$ Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) diskrétního signálu v poli `x` o délce $N = 8$. Nefungují ale funkce `exp`, `cos`, ani `sin`, takže hodnoty komplexní báze $e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$ musíte naplnit ručně.

```
a = 1/np.sqrt(2)
l = [0, -a-j*a, +j, a-j*a, -1,
     a+j*a, -j, -a+j*a]
```

X3 = viz A.



Příklad 4 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.9z^{-1}$. Určete, zda se jedná o dolní propusť, horní propusť, pásmovou propusť nebo pásmovou zádrž, své tvrzení zdůvodněte.

viz A nebo B

Příklad 5 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód implementující funkci `freqz4(b,a,N)` pro výpočet frekvenční charakteristiky číslicového filtru 4. řádu. Vstupem je vektor `b` s koeficienty $b_0 \dots b_4$, vektor `a` s koeficienty 1, $a_1 \dots a_4$, a počet výsledných hodnot `N`. Výstupem nechť je vektor `N` hodnot $H(e^{j\omega})$ od normované kruhové frekvence 0 po π rad.

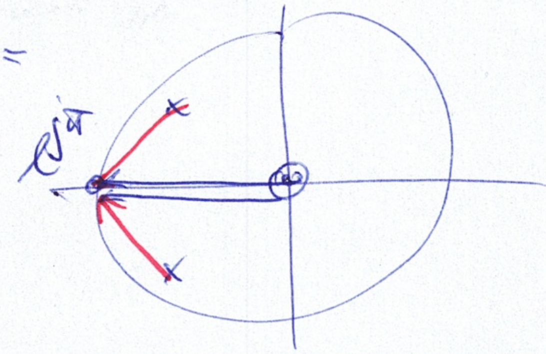
viz A nebo B

C

Příklad 6 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = 0$ a $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -0.5 + 0.5j$ a $p_2 = -0.5 - 0.5j$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+0.5^2}} = 1.41$, $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+1.5^2}} = 0.63$.

$$|H| = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2}\sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2}} = $$

$$= 1{,}41^2 = \underline{\underline{2}}$$

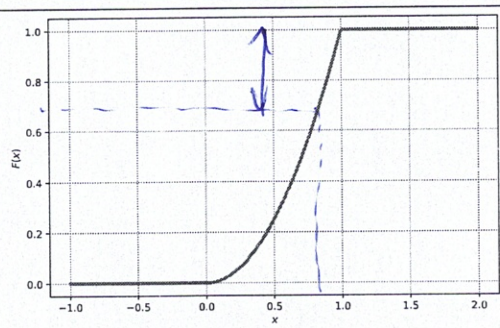


Příklad 7 První číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_1(z)$ a druhý číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_2(z)$ jsou zapojeny v sérii. Určete přenosovou funkci výsledného filtru.

viz A

$H(z) =$ ....

Příklad 8 Na obrázku je distribuční funkce stacionárního náhodného signálu. Určete následující pravděpodobnost:



$P(\xi[n] > 0.8) =$ ...., $1 - F(0{,}8) = 1 - 0{,}7 =$

$= \underline{0{,}3}$

Příklad 9 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Vypočtěte hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$ = 50

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2			
	[-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 10 V programu byla odhadnuta funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$. Její hodnoty jsou uloženy v poli `px`, které má `N` prvků. Hodnoty parametru x jsou uloženy v poli `x`, které má také `N` prvků. Hodnoty v `x` stoupají rovnoměrně, vzdálenost mezi nimi je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro kontrolu, zda se jedná o korektní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

viz A

C

Příklad 11 Obrázek $x[k,l]$ o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje dva bílé pixely: $x[50,50] = 1$, $x[51,50] = 1$, ostatní jsou černé (nulové). Obrázek je filtrován 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$. Určete počet nenulových pixelů ve výsledném obrázku.

viz A

$5 \cdot 6 =$

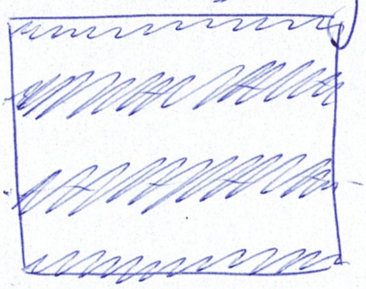
$\underline{30}$

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má 2D-DFT $X[m,n]$. Napište, jak se změní hodnoty 2D-DFT, pokud v obrázku zvětšíme jas: $y[k,l] = x[k,l] + jas$. Předpokládejte, že žádná z hodnot $y[k,l]$ nebude "klipována" na maximální úroveň.

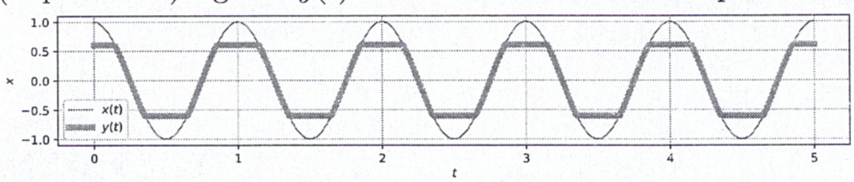
viz A

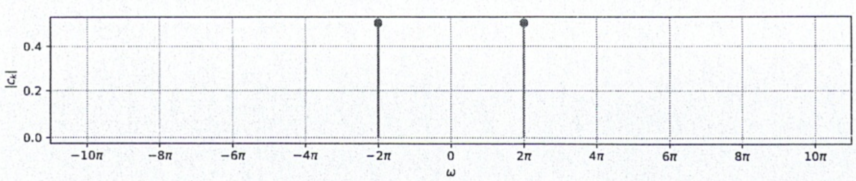
Příklad 13 Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100, L = 100$ daný $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi\frac{3k}{100})$. Hodnoty 1 kreslete tmavě, hodnota nula je bílý papír.

3 vlny svisle



Příklad 14 Na prvním obrázku je slabou čárou periodický signál se spojitým časem $x(t)$ a na druhém jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ). Nakreslete do druhého obrázku moduly koeficientů FŘ omezeného (klipovaného) signálu $y(t)$ kresleného silnou čárou. Spíše než o hodnoty jde o polohy koeficientů.





viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t - 0.1)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $\arg X(j\omega) - 0{,}1\,\omega$

Příklad 16 Signál se spojitým časem $x_1(t)$ má spektrální funkci $X_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Signál $x_2(t)$ má spektrální funkci $X_2(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - 2\pi)$, kde $\delta(\cdot)$ je Diracův impuls. Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je součinem: $y(t) = x_1(t)\ x_2(t)$.

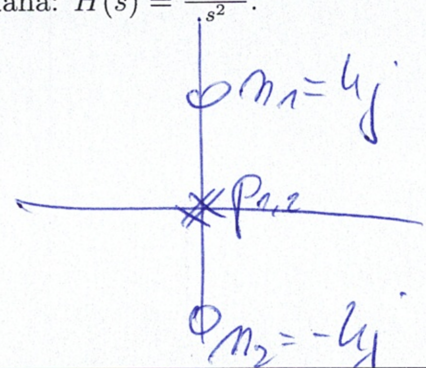
viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{s^2+16}{s^2}$.
Určete všechny nulové body a póly tohoto systému.

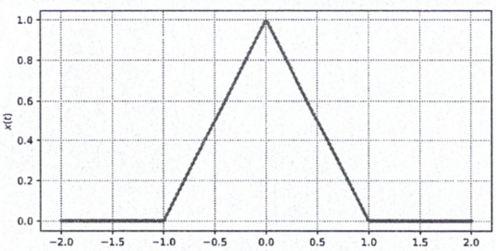
viz A

nul. body: $n_{1,2} = \pm 4j$

póly: $p_{1,2} = 0$



Příklad 18 Vstupní signál $x(t)$ systému se spojitým časem je na obrázku. Systém má přenosovou funkci $H(s) = s$. Nakreslete, jak bude vypadat výstupní signál $y(t)$.



viz A

Příklad 19 Napište podmínku pro vzorkovací frekvenci F_s pro ideální vzorkování signálu zemětřesení s maximální frekvencí $f_{max} = 10$ Hz.

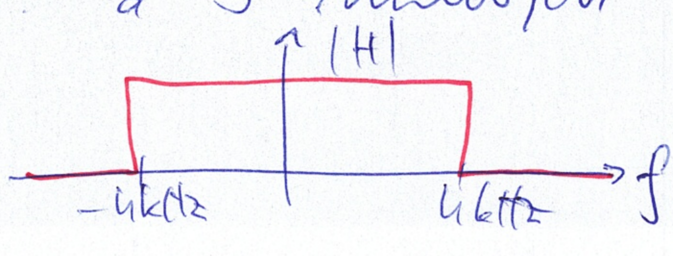
$F_s > 20$ Hz

Příklad 20 Signál na vzorkovací frekvenci $F_{s,low} = 8$ kHz je potřeba převzorkovat na vyšší vzorkovací frekvenci $F_{s,high} = 48$ kHz. Napište postup. Pokud použijete jakýkoliv filtr, uveďte jasně, jakou bude mít frekvenční charakteristiku a na které vzorkovací frekvenci bude pracovat.

viz A

1 . . . a 5 nulových

2



Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 25.1.2024, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem je cosinusovka s periodou 20 ms: $x(t) = 10\cos(2\pi 50 t)$. Určete jakýmkoliv způsobem její střední výkon.

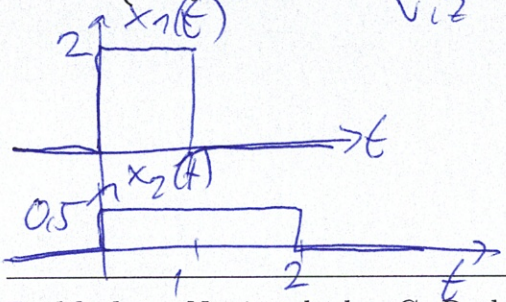
viz A

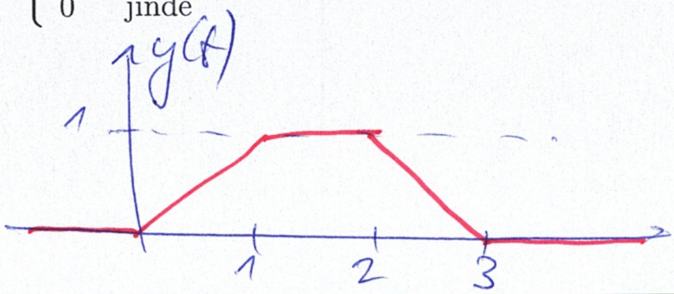
$P_s =$ 50

Příklad 2 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

viz A

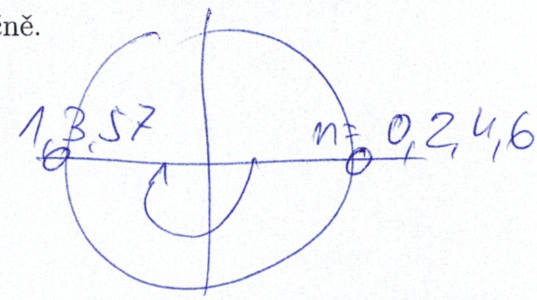




Příklad 3 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet koeficientu $X[4]$ Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) diskrétního signálu v poli `x` o délce $N = 8$. Nefungují ale funkce `exp`, `cos`, ani `sin`, takže hodnoty komplexní báze $e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}$ musíte naplnit ručně.

e = [1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1]

X4 = viz A



Příklad 4 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.9z^{-1}$. Určete, zda se jedná o dolní propusť, horní propusť, pásmovou propusť nebo pásmovou zádrž, své tvrzení zdůvodněte.

viz A nebo B

Příklad 5 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód implementující funkci `freqz4(b,a,N)` pro výpočet frekvenční charakteristiky číslicového filtru 4. řádu. Vstupem je vektor `b` s koeficienty $b_0 \dots b_4$, vektor `a` s koeficienty 1, $a_1 \dots a_4$, a počet výsledných hodnot `N`. Výstupem nechť je vektor `N` hodnot $H(e^{j\omega})$ od normované kruhové frekvence 0 po π rad.

viz A nebo B

Příklad 6 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = 0$ a $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -0.5 + 0.5j$ a $p_2 = -0.5 - 0.5j$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+0.5^2}} = 1.41$, $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+1.5^2}} = 0.63$.

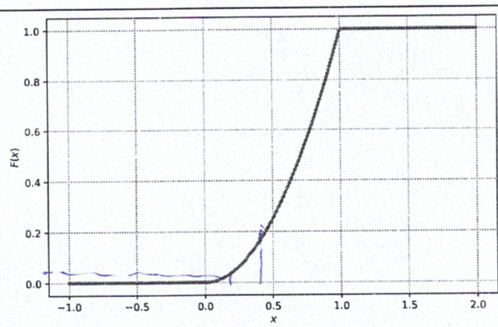
viz C

Příklad 7 První číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_1(z)$ a druhý číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_2(z)$ jsou zapojeny v sérii. Určete přenosovou funkci výsledného filtru.

viz A

$H(z) =$ ....

Příklad 8 Na obrázku je distribuční funkce stacionárního náhodného signálu. Určete následující pravděpodobnost:



$P(0.2 < \xi[n] < 0.4) =$ .... $F(0{,}4) - F(0{,}2) =$

$0{,}2 - 0{,}05 = \underline{0{,}15}$

Příklad 9 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Vypočtěte hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$. $= 50$

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

viz A

Příklad 10 V programu byla odhadnuta funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$. Její hodnoty jsou uloženy v poli `px`, které má `N` prvků. Hodnoty parametru x jsou uloženy v poli `x`, které má také `N` prvků. Hodnoty v `x` stoupají rovnoměrně, vzdálenost mezi nimi je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro kontrolu, zda se jedná o korektní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

viz A

D

Příklad 11 Obrázek $x[k,l]$ o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje dva bílé pixely: $x[50,50] = 1$, $x[50,51] = 1$, ostatní jsou černé (nulové). Obrázek je filtrován 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$. Určete počet nenulových pixelů ve výsledném obrázku.

viz A

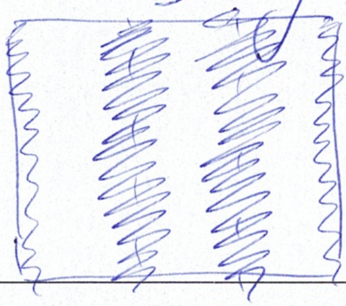
$5 \cdot 6 = \underline{30}$

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má 2D-DFT $X[m,n]$. Napište, jak se změní hodnoty 2D-DFT, pokud v obrázku zvětšíme jas: $y[k,l] = x[k,l] + jas$. Předpokládejte, že žádná z hodnot $y[k,l]$ nebude "klipována" na maximální úroveň.

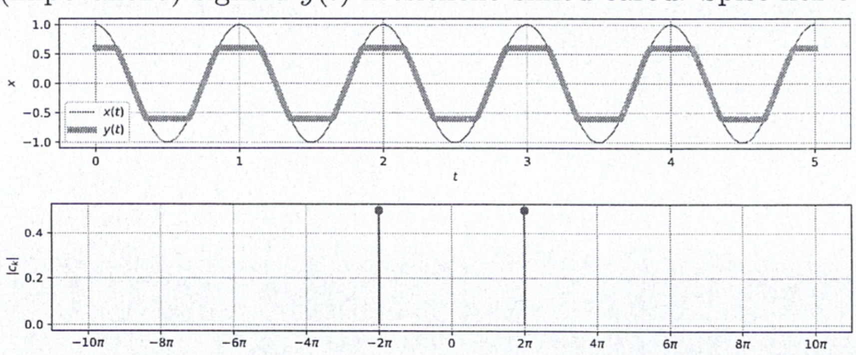
viz A

Příklad 13 Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100, L = 100$ daný $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi\frac{3l}{100})$. Hodnoty 1 kreslete tmavě, hodnota nula je bílý papír.

3 vlny vodorovně



Příklad 14 Na prvním obrázku je slabou čárou periodický signál se spojitým časem $x(t)$ a na druhém jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ). Nakreslete do druhého obrázku moduly koeficientů FŘ omezeného (klipovaného) signálu $y(t)$ kresleného silnou čárou. Spíše než o hodnoty jde o polohy koeficientů.



viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t - 0.3)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ arg $X(j\omega) - 0{,}3\omega$

Příklad 16 Signál se spojitým časem $x_1(t)$ má spektrální funkci $X_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\pi/2 \le \omega \le \pi/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Signál $x_2(t)$ má spektrální funkci $X_2(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - 2\pi)$, kde $\delta(\cdot)$ je Diracův impuls. Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je součinem: $y(t) = x_1(t)\ x_2(t)$.

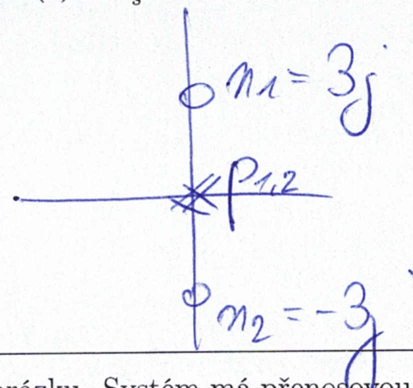
viz A

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{s^2+9}{s^2}$.
Určete všechny nulové body a póly tohoto systému.

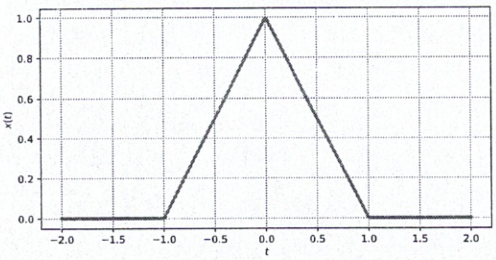
viz A

nul. body: $n_{1,2} = \pm 3j$

póly: $p_{1,2} = 0$



Příklad 18 Vstupní signál $x(t)$ systému se spojitým časem je na obrázku. Systém má přenosovou funkci $H(s) = s$. Nakreslete, jak bude vypadat výstupní signál $y(t)$.



viz A

Příklad 19 Napište podmínku pro vzorkovací frekvenci F_s pro ideální vzorkování signálu zemětřesení s maximální frekvencí $f_{max} = 10$ Hz.

$F_s > 20$ Hz

Příklad 20 Signál na vzorkovací frekvenci $F_{s,low} = 16$ kHz je potřeba převzorkovat na vyšší vzorkovací frekvenci $F_{s,high} = 48$ kHz. Napište postup. Pokud použijete jakýkoliv filtr, uveďte jasně, jakou bude mít frekvenční charakteristiku a na které vzorkovací frekvenci bude pracovat.

viz A

1 ... a 2 nulových

2