Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 29.1.2025, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Číslicový filtr je zadán následujícím kódem v jazyce C. Napište diferenční rovnici tohoto filtru.

```
float filter(float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.25 * xn2 - 0.16 * yn1 + 0.24 * yn2;
  xn2 = xn1; xn1 = xn; yn2 = yn1; yn1 = yn;
  return yn;
}
```

$y[n] =$ ....

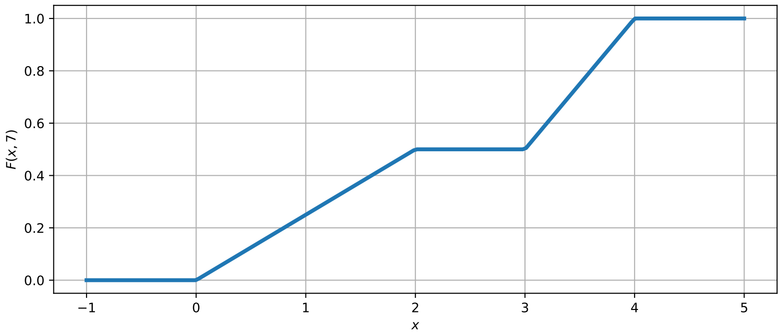
Příklad 2 Číslicový filtr FIR má impulsní odezvu: $h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0 \leq n < 7 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete a zdůvodněte (jakýmkoliv způsobem), o jaký typ filtru se jedná (dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť, pásmová zádrž).

Příklad 3 Číslicový filtr IIR typu pásmová propusť má pár pólů: $p_1 = j0.9, \quad p_2 = -j0.9$. Určete jeho rezonanční frekvenci (frekvenci, kde má jeho frekvenční charakteristika největší absolutní hodnotu) ω_{max} v radiánech.

Příklad 4 Určete, zda je číslicový filtr FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 2\,x[n-1] + x[n-2]$ **stabilní.**

Příklad 5 Matice `KSI` o velikosti `Omega` $\times$ `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu se spojitými hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$ pro $n = 5$. Použití funkce `hist` je zakázáno, pokud ji budete potřebovat, musíte ji implementovat ručně.

Příklad 6 Na obrázku je distribuční funkce $F(x, 7)$. Do stejného obrázku nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, 7)$. Dejte pozor na hodnoty na vertikální ose. Doporučuji provést kontrolu, zda se jedná o správnou PDF.



Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte ji na sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Hodnoty můžete psát do stejné tabulky.

intervaly	intervaly x_2 v n_2			
x_1 v n_1	[-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	500	0	0
[-10, 0]	0	0	500	0
[-20, -10]	2000	0	0	0

Příklad 8 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } \; 0 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete jakýmkoliv způsobem střední výkon tohoto signálu.

$P_s = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

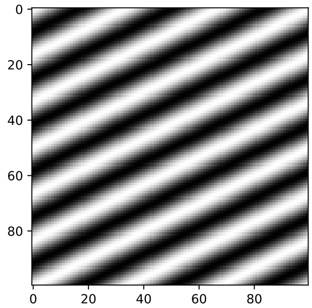
Příklad 9 Vektor `x` o `N` vzorcích obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o bílý šum.

Příklad 10 Při kvantování na $b = 7$ bitech je kvantovací šum $SNR = 43.76$ dB. Napište, jak se SNR změní, pokud bude pro kvantování k disposici o jeden bit méně, tedy $b - 1$.

Příklad 11 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad spektrální hustoty výkonu (PSD) pomocí Welchovy metody. Rozdělení signálu na segmenty již proběhlo, máte je k disposici v řádcích matice `X` o rozměrech `Ncnt=100` $\times$ `Nseglen=100`. PSD očekáváme odhadnutou na `Npsd=256` normovaných kruhových frekvencích od 0 do π rad.

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má rozměry 100×100. Napište libovolným způsobem (slovně, rovnice, kód), jak zvýšíme jeho jas.

Příklad 13 Na obrázku o rozměrech 100×100 odpovídá černá hodnotě 0, bílá +1. Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové. Uvažujte pouze koeficienty pro $m,n < 50$. Pokud má obrázek nenulovou stejnosměrnou složku, nezpomeňte na odpovídající koeficient.



Příklad 14 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 15 Systémy s diskrétním časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1[n] = \begin{cases} 5 - n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2[n] = \begin{cases} -5 + n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu $h[n]$, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, komentujte.

Příklad 16 Signál se spojitým časem je definován $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro} \;\; 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku také signál $y(t) = x(-t-1)$.

Příklad 17 Do systému se spojitým časem s modulovou frekvenční charakteristikou
$|H(j\omega)| = \begin{cases} 5 & \text{pro} \;\; -2000\pi \leq \omega \leq +2000\pi \text{ rad} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ vstupuje signál $x(t) = \cos(500\pi t) + \cos(4000\pi t)$.
Napište vztah pro signál na výstupu. Argumenty (fáze) neřešte.

Příklad 18 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{-j400\pi t}$.
Nakreslete jeho spektrum, tedy polohy a velikosti modulů a argumentů všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady.

Příklad 19 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 10$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 20$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

Příklad 20 Na obrázku je spektrální funkce signálu se spojitým časem (osa je v kruhových frekvencích v rad/s). Do stejného obrázku nakreslete spektrální funkci téhož signálu navzorkovaného na $F_s = 10$ kHz. Velikost spektrální funkce neřešte.