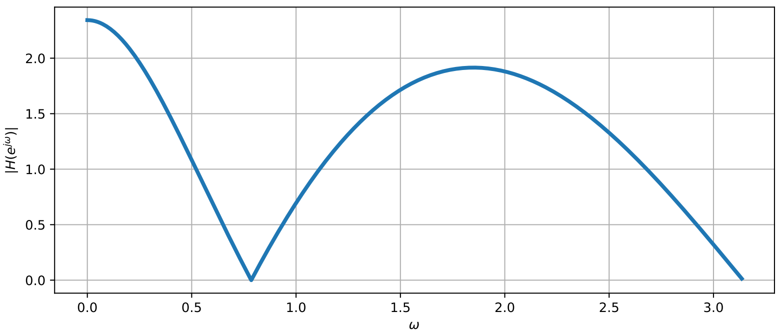
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina A

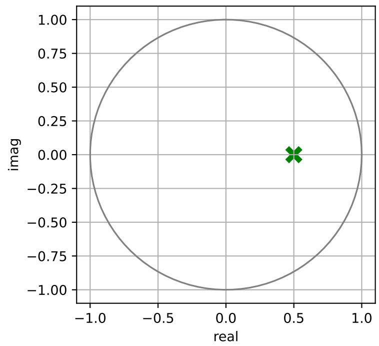
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu pásmová zádrž. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.

Příklad 2 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu pásmová propusť s maximem frekvenční charakteristiky na $\omega = \frac{2\pi}{10}$ rad. Její délka nechť je $N = 100$ vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vsupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

Příklad 3 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.





Příklad 4 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2
$x_1[n]$	1	2	3
$x_2[n]$	1	0	3
$y[n]$			

Příklad 5 Hodnoty náhodného signálu $\xi(n)$ pro vzorek $n = 4$ jsou rovnoměrně rozděleny od -1 do 2. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek: $F(x, 4)$.

Příklad 6 V poli `p` o velikosti `Np` jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,n)$. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa x byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné `Delta`.

Příklad 7 Matice `KSI` o velikosti `Omega` $\times$ `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$ že ve vzorku $n_1 = 5$ bude hodnota $X_1 = 17$ **a** ve vzorku $n_2 = 7$ bude hodnota $X_2 = 4$.

Příklad 8 Náhodný signál $x[n]$ je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má $24 \times 7 = 168$ vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu $R[k]$ pro k od -36 do +36.

Příklad 9 Vstupem číslisového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propusť s propustným pásmem do $\omega_p = 0.5$ rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.

Příklad 10 V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	-1	-2	-3	4	4

Příklad 11 Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností $\frac{1}{3}$ hodnot -1, 0, +1. Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou -0.5 a +0.5. Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

Příklad 12 Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech 3×3 pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda "šikmá" znamená "z kopce" nebo "do kopce".

Příklad 13 Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli `x` o rozměrech `K` $\times$ `K` a konvoluční jádro (maska) v poli `h` o rozměrech `I` $\times$ `I`, kde `I` je liché. Výsledek nechť je v poli `y` o rozměrech `K` $\times$ `K`, které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

Příklad 14 Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT $|X[m,n]|$ obrázku $x[k,l]$ o rozměrech 100×100. Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro $m, n \leq 50$.

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ je klesající lineární funkce $x(t) = 1 - 0.5t$. Určete hodnotu $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-4)dt$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

Příklad 16 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšce $D = 5$. Perioda je $T_1 = 2\ \mu s$. Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka sinc($\frac{\pi}{2}$)=0.64, sinc($\frac{3\pi}{2}$)= -0.21.

$|c_0| =$, $|c_1| =$, $|c_2| =$, $|c_3| =$

Příklad 17 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu $y(t) = x(t-2)$.

$\arg Y(j\omega) =$ ....

Příklad 18 Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} -1+t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.

Příklad 19 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = \dfrac{1}{s^2 + 2s + 1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

Příklad 20 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 100$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 50$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.