

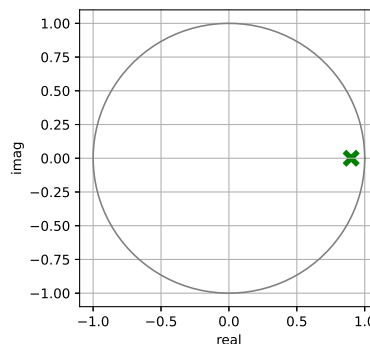
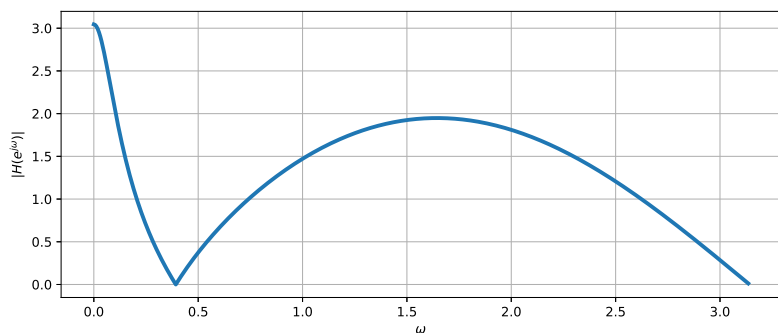
# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky  $|H(e^{j\omega})|$  číslicového filtru typu dolní propust'. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.

**Příklad 2** Nakreslete impulsní odezvu  $h[n]$  číslicového filtru typu pásmová propust' s maximem frekvenční charakteristiky na  $\omega = \frac{2\pi}{20}$  rad. Její délka necht' je  $N = 100$  vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vsupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

**Příklad 3** Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.



**Příklad 4** V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce  $N = 3$ . Vypočtete a запиšte všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce  $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$ . Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

$n$	0	1	2
$x_1[n]$	1	2	3
$x_2[n]$	1	0	2
$y[n]$			

**Příklad 5** Hodnoty náhodného signálu  $\xi(n)$  pro vzorek  $n = 4$  jsou rovnoměrně rozděleny od 1 do 4. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek:  $F(x, 4)$ .

**Příklad 6** V poli  $\mathbf{p}$  o velikosti  $N_{\mathbf{p}}$  jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF)  $p(x, n)$ . Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa  $x$  byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné  $\Delta$ .

---

**Příklad 7** Matice  $\mathbf{KSI}$  o velikosti  $\Omega \times N$  obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce  $N$  vzorků, celkem máme  $\Omega$  realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti  $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$  že ve vzorku  $n_1 = 20$  bude hodnota  $X_1 = 12$  a ve vzorku  $n_2 = 77$  bude hodnota  $X_2 = 4$ .

---

**Příklad 8** Náhodný signál  $x[n]$  je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má  $24 \times 7 = 168$  vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu  $R[k]$  pro  $k$  od  $-36$  do  $+36$ .

---

**Příklad 9** Vstupem číselového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propust s propustným pásmem do  $\omega_p = 25$  rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.

---

**Příklad 10** V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	1	2	3	-4	4

**Příklad 11** Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností  $\frac{1}{3}$  hodnot  $-1, 0, +1$ . Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou  $-0.5$  a  $+0.5$ . Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

---

**Příklad 12** Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech  $3 \times 3$  pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda “šikmá” znamená “z kopce” nebo “do kopce”.

---

**Příklad 13** Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli  $x$  o rozměrech  $K \times K$  a konvoluční jádro (maska) v poli  $h$  o rozměrech  $I \times I$ , kde  $I$  je liché. Výsledek nechte v poli  $y$  o rozměrech  $K \times K$ , které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

---

**Příklad 14** Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT  $|X[m, n]|$  obrázku  $x[k, l]$  o rozměrech  $100 \times 100$ . Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro  $m, n \leq 50$ .

---

**Příklad 15** Signál se spojitým časem  $x(t)$  je klesající lineární funkce  $x(t) = 1 - 0.5t$ . Určete hodnotu  $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t - 1)dt$ , kde  $\delta(t)$  je Diracův impuls.

**Příklad 16** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce  $\vartheta = 1 \mu s$  a výšce  $D = 5$ . Perioda je  $T_1 = 2 \mu s$ . Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka  $\text{sinc}(\frac{\pi}{2})=0.64$ ,  $\text{sinc}(\frac{3\pi}{2})=-0.21$ .

$$|c_0| = \quad , |c_1| = \quad , |c_2| = \quad , |c_3| =$$

---

**Příklad 17** Signál se spojitým časem  $x(t)$  má spektrální funkci  $X(j\omega)$ . Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu  $y(t) = x(t - 0.1)$ .

$$\arg Y(j\omega) = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 18** Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné “rampy”:

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 - t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad h_2(t) = \begin{cases} -1 + t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.

---

**Příklad 19** Systém se spojitým časem má přenosovou funkci  $H(s) = \frac{1}{s^2 + 4}$ . Určete, zda je tento systém stabilní.

---

**Příklad 20** Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci  $F_{s1} = 100 \text{ kHz}$ . Je potřeba jej převzorkovat na  $F_{s2} = 10 \text{ kHz}$ . Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nějaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.