ABSTRAKTNÍ INTERPRETACE — PŘÍKLAD

(1) Navrhněte Galoisovo spojení včetně příslušných uspořádání, jehož konkrétní doménou bude množina $2^{\mathbb{R}}$ a jehož abstraktní doménou bude množina intervalů nad množinou $\mathbb{Z}$, případně vhodně rozšířenou o dodatečné prvky. Toto spojení nesmí být triviální: α, γ nejsou konstantní.

(2) Definujte operátor ∇ (widening).

(3) Definujte konkrétní operátor ∇ nad abstraktní doménou z bodu (1), a to tak, aby nikde nepřidal hodnotu 0 do abstraktního kontextu.

---

ad 1) – $(2^{\mathbb{R}}, \subseteq)$ $\quad (\mathbb{I}, \sqsubseteq)$ $\quad \emptyset \equiv$

$$\mathbb{I} = \{(a,b) \in \mathbb{Z}_{-\infty} \times \mathbb{Z}_{+\infty} \mid a \leq b\} \cup \{(+\infty, -\infty)\}$$

$$(a_1, b_1) \sqsubseteq (a_2, b_2) \Leftrightarrow a_2 \leq a_1 \wedge b_2 \geq b_1$$

– $\alpha(A) = (\inf\{\lfloor a \rfloor \mid a \in A\}, \sup\{\lceil a \rceil \mid a \in A\})$

$A \subseteq \mathbb{R}$

$- \gamma((a,b)) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b \}$

ad 2) viz přednášky

ad 3) $(a_1, b_1) \triangleright (a_2, b_2) = (a, b)$, kde

"stará" hodnota (kumulace "starých" hodnot) — "nová" hodnota

$$a = \begin{cases} a_1 & a_1 \leq a_2 \\ a_2 & 0 \leq a_2 < a_1 \\ -\infty & \text{jinak} \end{cases} \qquad b = \begin{cases} b_1 & b_2 \leq b_1 \\ b_2 & b_1 < b_2 \leq 0 \\ +\infty & \text{jinak} \end{cases}$$