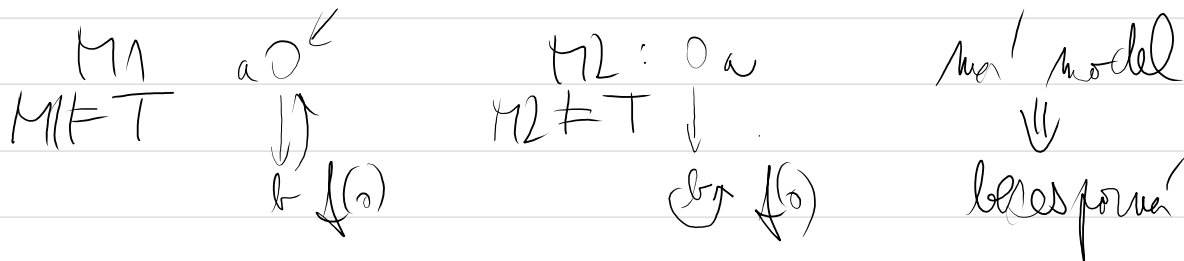


Poslední dva příklady

$$T = \{ f(0) \neq 0, \exists y \forall x (x=0 \vee x=y) \}$$



Nejdříve formulace, abychom mohli M1 a M2:

$$Q: \forall x (f(x) = 0) \quad M1 \neq Q, \quad M2 = Q \Rightarrow \text{neplně}$$

Poslední dva příklady?

Uvažujeme toho, že T má jako konečné množiny konečných modelů, (je M1 a M2) a budeme pro každý model hledat všechny odpovídající proměnné.

např:  $Q: \forall x (x \neq 0 \vee \exists y (f(y) = x))$

M1:  $x = a$  ✓

$y = a$

M2:  $x = a$

$y = a$



$x = b$  ✓

$y = b$  ✓

$y = b$

$M2 \neq Q$

~~$T \neq Q \Leftrightarrow \forall \text{ model } Q, M1 \neq T, M2 \neq Q$~~

Clínice k tomu:  $\exists x Q \Leftrightarrow Q(\text{member}(0, x))$

U každého modelu pro všechny prvky identifikování termínu  $f(0)$ .

Proto máme QE fungovat takto:

$$\exists x Q \Leftrightarrow Q[x/0] \vee Q[x/f(0)]$$

Dokážte, že každé T-prvořecí číslo  $s + ax^2$  nemůže být rozložitelné v  $\mathbb{Z}$ .

Redukce na nezávislost teorie  $T_{PA}$  v  $\text{form}(\mathbb{N}, +, *)$

Uprav. Necht  $T$  je rozložitelné v  $\mathbb{Z}$ .

Každou větu  $\varphi$  jazyka  $T_{PA}$  převedeme vplym IS na větu  $\varphi'$  jazyka  $T$  tak, že  $T \models \varphi \Leftrightarrow T \models \varphi'$ :

$$\text{Uvěme, že } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \\ \text{tedy } 2a * b = (a+b)^2 - a^2 - b^2.$$

Ve  $\mathbb{Q}$  nahradíme každou předformuli  $\varphi$  s výskytom  $t * t'$  na  $\varphi[t * t' / x]$  a  $\exists y (y = 2x)$  a  $y = (t+t')^2 - t^2 - t'^2$ , kde  $x$  je nová proměnná nenajítelná ve  $\mathbb{Q}$ .

Redukce je sporná a k tomu vyčísli k  $\mathbb{Z}$ .

Kdyby  $T$  byla rozl., pak by  $T_{PA}$  byla rozl. a spor s Gödelovou větou o nenaplňovatelnosti  $T_{PA}$ .

$T$  rozbodan selva -  $\{ \varphi \mid T \neq \varnothing \}$  je rozbodan.  
 $T$  efektiom' -  $T$  je rozbodan selva množina.

$T$  implua' a efektiom'  $\Rightarrow$  rozbodan selva.

$T$  rozbodan selva efektiom', besparua'  $\Rightarrow$   
mo' implua' efektiom', besparua' rozbodan selva  
(napr.  $T' \neq \{ \varphi \mid T = \varnothing \}$ )

$\Downarrow$   
 $T$  PA nema' efektiom', implua', besparua' rozbodan selva  
(Göde l. v. o. nev.)  
 $\Rightarrow$  nemize by' rozbodan selva,  
(je efektiom' a besparua')