

Teoretická informatika TIN - 2023/2024

1. test (varianta B) 13. 10. 2023

Čas na řešení: 110 minut

(max. zisk 10 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

Jméno/přihlašovací jméno:

Hodnocení:

--	--	--	--	--

Poznámka: Pokud při vypracování zkoušky použijete jinou notaci a konvence, než byly zavedeny na přednáškách, je nutné takovou notaci popsat. Písemnou zkoušku zpracujte čitelně a úhledně.

Příklad 1
25 bodů

- a) Přesně a formálně definujte *regulární množiny* a *soustavu rovnic nad regulárními výrazy ve standardním stavu*. Dále uveďte *nejmenší řešení* rovnice $X = pX + q$, kde p a q jsou regulární výrazy.
- b) Uvažte abecedu $\Sigma = \{a, b\}$ a relaci pravé kongruence \sim :

$$u \sim v \iff (\#_b(u) = \#_b(v) = 0) \vee (\#_b(u) > 0 \wedge \#_b(v) > 0).$$

Nalezněte jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ takový, že $\sim = \sim_L$, kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a \sim_L značí relaci prefixové ekvivalence dané jazykem L .

Rozhodněte a dokažte, zda jsou následující jazyky regulární:

a) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \vee \#_a(w) > 1\}$,

b) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \vee \#_a(w) < 1\}$.

Příklad 2
25 bodů

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma nebo Myhill-Nerodovu větu.

Uvažme abecedu $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nechť \mathcal{L}_3 značí třídu všech regulárních jazyků nad Σ a $|w|$ značí délku slova w . Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení:

Příklad 3
30 bodů

- a) $L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3$.
- b) Uvažme jazyk $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w| < 3\}$. Existuje relace pravé kongruence \sim , která splňuje obě následující podmínky: i) \sim **nemá konečný index** a ii) L je sjednocením (ne nutně konečným) některých tříd rozkladu Σ^*/\sim .
- c) $L \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow \diamond L \in \mathcal{L}_3$, kde $\diamond L = \{w \in L \mid \#_a(w) \neq \#_b(w)\}$.

Poznámka: Regularitu a neregularitu jazyků, které byly probírány na přednáškách a cvičení, nemusíte dokazovat.

Uvažme konečný automat $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, kde δ je definována jako

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = \{q_0\}, & \delta(q_0, b) = \{q_0, q_1, q_2\}, & \delta(q_0, c) = \emptyset, \\ \delta(q_1, a) = \{q_2\}, & \delta(q_1, b) = \{q_0\}, & \delta(q_1, c) = \emptyset, \\ \delta(q_2, a) = \emptyset, & \delta(q_2, b) = \emptyset, & \delta(q_2, c) = \emptyset. \end{array}$$

Příklad 4
20 bodů

Zkonstruujte konečný automat A' takový, že $L(A') = co-L(A)$ (tj. A' akceptuje komplement jazyka $L(A)$).