

**Teoretická informatika TIN - 2023/2024**

**1. test (varianta A) 13. 10. 2023**

**Čas na řešení: 110 minut**

(max. zisk 10 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

**Jméno/přihlašovací jméno:**

**Hodnocení:**

--	--	--	--	--

**Poznámka:** Pokud při vypracování zkoušky použijete jinou notaci a konvence, než byly zavedeny na přednáškách, je nutné takovou notaci popsat. Písemnou zkoušku zpracujte čitelně a úhledně.

---

**Příklad 1**  
**25 bodů**

- a) Přesně a formálně definujte *rozšířený konečný automat* (tj. nedeterministický automat s  $\epsilon$ -hranami), pojem *konfigurace automatu* a *relaci přechodu mezi konfiguracemi* (tj. krok výpočtu) včetně  $\epsilon$ -přechodů.
- b) Uvažte abecedu  $\Sigma = \{a, b\}$  a relaci pravé kongruence  $\sim$ :

$$u \sim v \iff (\#_a(u) = \#_a(v) = 0) \vee (\#_a(u) > 0 \wedge \#_a(v) > 0).$$

Nalezněte jazyk  $L \subseteq \Sigma^*$  takový, že  $\sim = \sim_L$ , kde  $\#_x(w)$  značí počet znaků  $x$  v řetězci  $w$  a  $\sim_L$  značí relaci prefixové ekvivalence dané jazykem  $L$ .

---

Rozhodněte a dokažte, zda jsou následující jazyky regulární:

a)  $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \wedge \#_a(w) \geq 2\}$ ,

b)  $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \wedge \#_a(w) \leq 2\}$ .

*Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma nebo Myhill-Nerodovu větu.*

**Příklad 2**  
**25 bodů**

---

Uvažme abecedu  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Necht'  $\mathcal{L}_3$  značí třídu všech regulárních jazyků nad  $\Sigma$  a  $|w|$  značí délku slova  $w$ . Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení:

**Příklad 3**  
**30 bodů**

- a)  $L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$ .
- b) Uvažme jazyk  $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w| > 3\}$ . Existuje relace pravé kongruence  $\sim$ , která splňuje obě následující podmínky: i)  $\sim$  **nemá konečný index** a ii)  $L$  je sjednocením (ne nutně konečným) některých tříd rozkladu  $\Sigma^*/\sim$ .
- c)  $L \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow \diamond L \in \mathcal{L}_3$ , kde  $\diamond L = \{w \in L \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ .

*Poznámka: Regularitu a neregularitu jazyků, které byly probírány na přednáškách a cvičení, nemusíte dokazovat.*

---

Uvažme konečný automat  $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ , kde  $\delta$  je definována jako

$$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\},$$

$$\delta(q_0, b) = \{q_0\},$$

$$\delta(q_0, c) = \emptyset.$$

$$\delta(q_1, a) = \{q_2\},$$

$$\delta(q_1, b) = \{q_0, q_1\},$$

$$\delta(q_1, c) = \emptyset.$$

$$\delta(q_2, a) = \emptyset,$$

$$\delta(q_2, b) = \emptyset,$$

$$\delta(q_2, c) = \emptyset.$$

**Příklad 4**  
**20 bodů**

Zkonstruujte konečný automat  $A'$  takový, že  $L(A') = co-L(A)$  (tj.  $A'$  akceptuje komplement jazyka  $L(A)$ ).